мый гальванометром Г, был максимален. Измерив магнитное поле B в этот момент, можно вычислить e/m. Провести этот расчет, если расстояние между щелью S и коллектором C равно $d = 10$ см, угол между прямой, проведенной от S к C, и начальным направлением электронного пучка $\alpha = 30°$, $V = 1000$ В, $B = 10{,}6$ Гс.

Ответ. $\frac{e}{m} = \frac{8V}{B^2d^2}\sin^2\alpha = 1{,}78 \cdot 10^7$ СГСМ-ед. заряда/г.

§ 90. Измерение элементарного заряда методом масляных капель

1. Опыты по измерению удельного заряда e/m укрепили представление об атомистической природе электричества. Дж. Дж. Томсон и его ученики Таунсенд (1868—1957) и Чарльз Вильсон (1869—1959) произвели первые измерения и самого *элементарного заряда*, т. е. наименьшего электрического заряда, встречающегося в природе. Однако их методами нельзя было получить точные результаты. Точные измерения были выполнены Робертом Милликеном (1868—1953) в классических опытах в 1908—1916 гг. Эти опыты принесли также неопровержимое доказательство *атомизма электричества*. Милликен измерял электрический заряд малых капелек масла. Схема его установки показана на рис. 228. В тщательно изготовленный плоский конденсатор через отверстие в верхней пластине могут попадать мелкие капельки масла, получаемые с помощью специального распылителя. С целью предохранения капелек от конвекционных потоков воздуха конденсатор заключен в защитный кожух, температура и давление воздуха в котором поддерживаются постоянными. На пластины конденсатора можно было накладывать постоянное напряжение от источника в несколько тысяч вольт. В ходе опыта это напряжение можно было менять. При распылении капельки масла заряжаются, и, попадая в конденсатор, движутся под действием собственного веса и приложенного электрического поля. Движение отдельной капельки можно наблюдать с помощью микроскопа через специальное окошко.

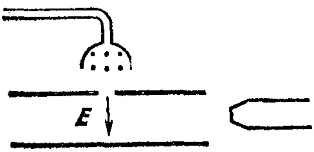

Рис. 228.

Аналогичной установкой пользовался А. Ф. Иоффе (1880—1960) в 1912 г. В его опытах вместо капелек масла применялись цинковые пылинки, а также капельки ртути.

2. Допустим сначала, что электрического напряжения на конденсаторе нет. Тогда капля, попавшая в конденсатор, будет падать вниз под действием собственного веса, встречая при этом падении силу сопротивления kv, пропорциональную скорости капли v. Установившаяся скорость падения v_g в поле тяжести определится

уравнением

$$kv_g = (m - m_0)\, g, \tag{90.1}$$

где m — масса капли, а m_0 — масса вытесненного ею воздуха. Последняя введена для учета архимедовой подъемной силы. Если капля заряжена, то при наложении электрического поля E ее движение изменится. Поле E подбирают таким, чтобы капля стала подниматься вверх. Если v_E — установившаяся скорость капли при подъеме вверх, а q — ее заряд, то

$$kv_E = qE - (m - m_0)\, g.$$

Из этих уравнений находим

$$q = \frac{k\,(v_g + v_E)}{E}. \tag{90.2}$$

Освещением рентгеновскими лучами можно слегка ионизовать воздух между пластинами конденсатора. Тогда заряд капли, а с ним и скорость установившегося движения ее в том же электрическом поле могут скачкообразно измениться. Если капля по-прежнему поднимается вверх с установившейся скоростью v'_E, то ее новый заряд будет

$$q' = \frac{k\,(v_g + v'_E)}{E},$$

и, следовательно,

$$\frac{q'}{q} = \frac{v_g + v'_E}{v_g + v_E}.$$

Измеряя скорости установившегося движения одной и той же капли в одном и том же электрическом поле, можно сравнивать заряды q и q'. Если капля мала, а электричество имеет атомистическое строение, то можно ожидать, что заряд капли будет состоять из небольшого количества элементарных зарядов e. В таком случае отношение q'/q будет отношением небольших целых чисел. Это и наблюдалось в опытах Милликена и Иоффе.

При другом способе обработки наблюдений вычисляются скачки скорости Δv_E одной и той же капли при ее перезарядке. Согласно формуле (90.2) они связаны с изменением заряда капли Δq соотношением

$$\Delta q = k\,\frac{\Delta v_E}{E}. \tag{90.3}$$

Если электричество имеет атомистическое строение, то величина Δq должна принимать только определенные дискретные значения, равные целому числу элементарных зарядов. В частности, сам элементарный заряд e будет равен наименьшему из этих значений Δq (за исключением, конечно, значения $\Delta q = 0$). Поэтому изменения установившейся скорости капли Δv_E при перезарядке должны носить скачкообразный характер и быть кратными определенной наименьшей величине. Это также подтвердили наблюдения.

3. Для количественного определения заряда капли по формуле (90.2) необходимо знать коэффициент k. Его можно вычислить по формуле Стокса $k = 6\pi\eta a$, где η — вязкость воздуха (см. т. I, § 101). Из-за малости капли прямое измерение ее радиуса a с помощью микроскопа невозможно. Микроскоп дает лишь *дифракционное изображение* капли в виде яркой звездочки, получающейся вследствие рассеяния света на капле. Форма и размер этого дифракционного изображения не имеют никакого сходства с действительными формой и размерами рассеивающей капли. Для определения радиуса a можно воспользоваться той же формулой Стокса. Подставляя в формулу (90.1) $k = 6\pi\eta a$, $m - m_0 = \frac{4\pi}{3} a^3 \, (\rho - \rho_0)$, где ρ — плотность масла, а ρ_0 — воздуха, находим

$$a = \sqrt{\frac{9\eta v_g}{2(\rho - \rho_0)}}, \tag{90.4}$$

и, следовательно,

$$q = \frac{9\pi\eta}{E} \sqrt{\frac{2\eta v_g}{\rho - \rho_0}} \, (v_g + v_E). \tag{90.5}$$

Наименьшее значение q или Δq, вычисленное по формуле (90.5), и будет равно элементарному заряду e.

4. На деле оказалось, что в случае очень малых капель вычисления по формуле (90.5) приводили к аномально большим значениям элементарного заряда e, которые были тем больше, чем меньше размер капли. Милликен объяснил этот результат неприменимостью формулы Стокса к очень малым капелькам. Дело в том, что формула Стокса выводится в предположении, что вязкая среда, в которой движется шар, является *сплошной*. В случае газов для выполнения этого условия необходимо, чтобы средняя длина свободного пробега молекулы газа λ была мала по сравнению с размерами шара ($\lambda \ll a$). Кённингам в 1910 г., применяя кинетическую теорию газов, ввел поправку в формулу Стокса и получил

$$k = \frac{6\pi\eta a}{1 + A\lambda/a}, \tag{90.6}$$

где A — постоянная. Эту формулу можно также обосновать, записав знаменатель в виде $f(\lambda/a)$, а затем разложить его по степеням λ/a, оборвав это разложение на линейном члене относительно λ/a. Поскольку λ обратно пропорциональна давлению газа $\mathscr{P}$, формулу можно также привести к виду

$$k=\frac{6\pi\eta a}{1+B/(\mathscr{P}a)}. \tag{90.7}$$

Постоянную B можно вычислить газокинетически, однако надежнее измерить ее экспериментально. Подстановка выражения (90.7) в формулу (90.1) приводит к кубическому уравнению относительно радиуса капли a:

$$\frac{\eta v_g}{1+B/(\mathscr{P}a)}=\frac{2}{9}(\rho-\rho_0)a^2. \tag{90.8}$$

Так как дробь $B/(\mathscr{P}a)$ является малой поправкой, то это уравнение можно решить методом последовательных приближений. В нулевом приближении поправкой $B/(\mathscr{P}a)$ пренебрегаем совсем и получаем для a прежнее выражение (90.4). Его будем теперь обозначать через a_0, т. е.

$$a_0=\sqrt{\frac{9\eta v_g}{2(\rho-\rho_0)}}. \tag{90.9}$$

Затем в знаменателе уравнения (90.8) дробь $B/(\mathscr{P}a)$ заменим на $B/(\mathscr{P}a_0)$ и из полученного таким путем квадратного уравнения найдем a в первом приближении. Далее можно было бы найти a во втором приближении и т. д. Однако это вряд ли имеет смысл, так как исходная формула (90.7) верна лишь с точностью до линейных членов относительно $B/(\mathscr{P}a)$. Однако, как показал Милликен, точность первого приближения уже достаточна.

Из изложенного ясно, что в первом приближении в формуле (90.5) вязкость η надо просто заменить на $\frac{\eta}{1+B/(\mathscr{P}a_0)}$. Это дает

$$q=\frac{q_0}{[1+B/(\mathscr{P}a_0)]^{3/2}},$$

где q_0 — заряд капли, вычисленный в нулевом приближении, т. е. по формуле (90.5), а q — заряд, вычисленный в первом приближении, который принимается за истинный заряд капли. В частности, для элементарного заряда e получаем

$$\left(\frac{e_0}{e}\right)^{2/3}=1+\frac{B}{\mathscr{P}a_0}. \tag{90.10}$$

Будем производить измерения при различных давлениях $\mathscr{P}$ и откладывать по оси абсцисс $1/(\mathscr{P}a_0)$, а по оси ординат $(e_0/e)^{2/3}$. Тогда должна получиться прямая линия (рис. 229). И действительно, Милликен убедился, что экспериментальные точки точно ложатся на одну прямую. Это доказывает правильность исходных положений, на которых основывались вычисления. Продолжив прямую (90.10) до пересечения с осью ординат, найдем, что в точке пересечения $e = e_0$. Величина e_0, соответствующая этой точке пересечения, и есть элементарный заряд e. Такое значение e мы получили бы по формуле (90.5), если бы производили измерения с большими каплями, когда применимость формулы Стокса не вызывает сомнений. По наклону прямой (90.10) можно определить и постоянную B. По современным данным, $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ-ед. $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл. Милликен получил несколько меньшее значение, так как он пользовался заниженным значением для вязкости воздуха. Зная e и удельный заряд e/m, можно вычислить массу электрона $m = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ г.

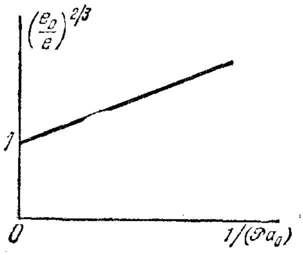

Рис. 229.

§ 91. Электромагнитная масса

1. В § 84 было установлено, что закон сохранения импульса в электродинамике приводит к заключению, что электромагнитное поле должно обладать импульсом, плотность которого дается выражением

$$\boldsymbol{g} = \frac{1}{4\pi c}[\boldsymbol{EH}]. \tag{91.1}$$

К такому заключению мы пришли, сопоставляя выражение для плотности потока электромагнитной энергии $\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}[\boldsymbol{EH}]$ с формулой Эйнштейна $\mathscr{E} = mc^2$. К тому же заключению в самом общем виде приводит и классическая электродинамика, не использующая теорию относительности. Мы убедились в этом в § 84 на частном примере.

2. Вычислим теперь электромагнитный импульс, связанный с равномерно движущимся зарядом. При вычислении будем предполагать, что скорость заряда v мала по сравнению со скоростью света c. Кроме того, предположим, что заряд равномерно распределен по поверхности шара радиуса a. В системе отсчета, в которой шар неподвижен, поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ внутри шара равны нулю. Значит, электрическое поле будет равно нулю и во всякой системе отсчета, относительно которой заряженный шар движется прямолинейно и равномерно. Это непосредственно следует из формулы преобразования электрического поля (66.6). Магнитное поле внутри шара также равно нулю, но этот результат нам пока не понадобится. Таким образом, для вычисления полного электромагнит-