жений, на которых основывались вычисления. Продолжив прямую (90.10) до пересечения с осью ординат, найдем, что в точке пересечения $e = e_0$. Величина e_0, соответствующая этой точке пересечения, и есть элементарный заряд e. Такое значение e мы получили бы по формуле (90.5), если бы производили измерения с большими каплями, когда применимость формулы Стокса не вызывает сомнений. По наклону прямой (90.10) можно определить и постоянную B. По современным данным, $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ СГСЭ-ед. $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл. Милликен получил несколько меньшее значение, так как он пользовался заниженным значением для вязкости воздуха. Зная e и удельный заряд e/m, можно вычислить массу электрона $m = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ г.

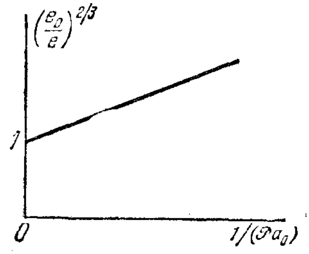

Рис. 229.

§ 91. Электромагнитная масса

1. В § 84 было установлено, что закон сохранения импульса в электродинамике приводит к заключению, что электромагнитное поле должно обладать импульсом, плотность которого дается выражением

$$\boldsymbol{g} = \frac{1}{4\pi c}[\boldsymbol{EH}]. \tag{91.1}$$

К такому заключению мы пришли, сопоставляя выражение для плотности потока электромагнитной энергии $\boldsymbol{S} = \frac{c}{4\pi}[\boldsymbol{EH}]$ с формулой Эйнштейна $\mathscr{E} = mc^2$. К тому же заключению в самом общем виде приводит и классическая электродинамика, не использующая теорию относительности. Мы убедились в этом в § 84 на частном примере.

2. Вычислим теперь электромагнитный импульс, связанный с равномерно движущимся зарядом. При вычислении будем предполагать, что скорость заряда v мала по сравнению со скоростью света c. Кроме того, предположим, что заряд равномерно распределен по поверхности шара радиуса a. В системе отсчета, в которой шар неподвижен, поля $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ внутри шара равны нулю. Значит, электрическое поле будет равно нулю и во всякой системе отсчета, относительно которой заряженный шар движется прямолинейно и равномерно. Это непосредственно следует из формулы преобразования электрического поля (66.6). Магнитное поле внутри шара также равно нулю, но этот результат нам пока не понадобится. Таким образом, для вычисления полного электромагнитного количества движения $L_{эл}$ выражение (91.1) надо проинтегрировать по объему всего бесконечного пространства вне шара.

Мы предполагаем, что заряд e движется в вакууме. В вакууме поля $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{H}$ тождественно совпадают между собой и определяются выражением $\boldsymbol{H}=\frac{e}{c}\left[\boldsymbol{v}\frac{\boldsymbol{r}}{r^3}\right]=\frac{1}{c}[\boldsymbol{v}\boldsymbol{E}_0]$, где $\boldsymbol{E}_0$ — статическое (кулоновское) поле заряда e. Электрическое поле $\boldsymbol{E}$ движущегося заряда отлично от статического поля $\boldsymbol{E}_0$. Однако при принятой нами точности расчета этим различием можно пренебречь. Действительно, поле $\boldsymbol{E}$ можно представить в виде ряда по степеням v/c. Первый член этого ряда есть статическое поле $\boldsymbol{E}_0$. Оно вносит в электромагнитное количество движения $\boldsymbol{L}_{эл}$ слагаемое, пропорциональное v/c. Последующие члены дают слагаемые порядка $(v/c)^2$, $(v/c)^3$ и т. д., которыми мы пренебрегаем. Итак, в принятом приближении

$$\boldsymbol{g}=\frac{1}{4\pi c}[\boldsymbol{E}_0\boldsymbol{H}]=\frac{1}{4\pi c^2}[\boldsymbol{E}_0[\boldsymbol{v}\boldsymbol{E}_0]]=\frac{1}{4\pi c^2}\{E_0^2\boldsymbol{v}-(\boldsymbol{E}_0\boldsymbol{v})\boldsymbol{E}_0\}.$$

Примем направление скорости $\boldsymbol{v}$ за ось X. Тогда можно написать

$$(\boldsymbol{E}_0\boldsymbol{v})\boldsymbol{E}_0=(E_{0x}v_x)(E_{0x}\boldsymbol{i}+E_{0y}\boldsymbol{j}+E_{0z}\boldsymbol{k}).$$

При интегрировании этого выражения целесообразно предварительно усреднить его по всем направлениям пространства. Тогда останется $\overline{E_{0x}^2}\,v_x\boldsymbol{i}=E_0^2\,\boldsymbol{v}/3$, и, следовательно,

$$\boldsymbol{L}_{эл}=\frac{4\boldsymbol{v}}{3c^2}\int\frac{E_0^2}{8\pi}\,dV,$$

или

$$\boldsymbol{L}_{эл}=\frac{4}{3}\frac{W_{эл}}{c^2}\boldsymbol{v}, \qquad (91.2)$$

где $W_{эл}$ — электростатическая энергия заряда e. Заметим, что результат (91.2) справедлив для любого сферически симметричного, а не только для поверхностного распределения заряда в шаре. Действительно, исходя из уравнений Максвелла, нетрудно доказать, что электрическое и магнитное поля равномерно движущегося заряда связаны соотношением $\boldsymbol{H}=\frac{1}{c}[\boldsymbol{v}\boldsymbol{E}]$, а этого достаточно, чтобы получить формулу (91.2), если ограничиться при этом членами первого порядка по v.

Таким образом, благодаря наличию электромагнитного поля, к количеству движения электрона добавляется электромагнитное количество движения. При $v\ll c$ его можно представить в виде $\boldsymbol{L}_{эл}=m_{эл}\boldsymbol{v}$, где

$$m_{эл}=\frac{4}{3}\frac{W_{эл}}{c^2}. \qquad (91.3)$$

Эта величина называется *электромагнитной массой*. Если электричество распределено по поверхности шара, то $W_{эл} = e^2 / (2a)$ и, следовательно,

$$m_{эл} = \frac{2e^2}{3ac^2}. \tag{91.4}$$

3. К понятию электромагнитной массы можно также прийти на основании следующих соображений. Энергия магнитного поля шара, заряженного по поверхности, опряделяется выражением

$$W_m = \int \frac{H^2}{8\pi} dV = \frac{e^2 v^2}{8\pi} \int \frac{\sin^2 \vartheta}{r^4} dV,$$

где ϑ — угол между направлениями скорости $\boldsymbol{v}$ и радиуса $\boldsymbol{r}$, проведенного из центра шара. Элемент объема представим в виде $dV = 2\pi r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta$ и получим

$$W_m = \frac{e^2 v^2}{4} \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} \int_0^\pi \sin^3 \vartheta \, d\vartheta = \frac{e^2 v^2}{3a} = \frac{m_{эл}}{2} v^2.$$

Благодаря наличию магнитного поля энергия шара увеличилась на величину W_m. Это увеличение можно трактовать как *увеличение кинетической энергии* или как *возрастание массы* шара на величину электромагнитной массы.

Недостаток второго вывода состоит в том, что в нем не выяснено влияние электрического поля, энергия которого также возрастает со скоростью $\boldsymbol{v}$. Однако если сопоставить второй вывод с первым, то можно прийти к заключению, что в принятом приближении электрическая энергия на величину электромагнитной массы не влияет. В этом приближении электромагнитная масса связана с энергией, идущей на *возбуждение только магнитного поля*.

4. В высших приближениях не только усиливается влияние энергии магнитного поля на электромагнитную массу, но появляется и влияние электрической энергии. Сама электромагнитная масса начинает зависеть от скорости электрона $\boldsymbol{v}$, а также от характера распределения электрического заряда внутри этой частицы и деформаций, возникающих при ее движении. Физики начала нашего столетия, вводя различные произвольные предположения относительно распределения заряда и деформаций электрона, пытались решить вопрос о природе массы электрона и ее зависимости от скорости. Считалось, что масса всякой частицы состоит из «истинной массы», не зависящей от скорости, и «кажущейся» электромагнитной массы, меняющейся со скоростью. Исследуя зависимость массы электрона от скорости, ученые пытались отделить истинную массу от кажущейся. В частности, был поставлен вопрос, не является ли вся масса электрона кажущейся, т. е. элек-

тромагнитной. Эти исследования уже давно сохранили один только исторический интерес. Исследуя зависимость массы от скорости, нельзя решить вопрос о физической природе массы, так как теория относительности, в полном согласии с опытом, показала, что всякая масса, какова бы ни была ее природа, должна меняться со скоростью в соответствии с формулой

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \tag{91.5}$$

причем между массой тела и его энергией должно существовать соотношение

$$\mathscr{E} = mc^2. \tag{91.6}$$

Этим вопрос о природе массы электрона, конечно, не снимается. Не снимается и гипотеза об электромагнитной массе электрона. То обстоятельство, что в формулу (91.3) входит численный коэффициент $^4/_3$, а в формуле Эйнштейна (91.6) такого коэффициента нет, в классической теории объясняли тем, что электростатическая энергия $W_{эл}$ не есть полная энергия электрона. Необходимость введения дополнительной энергии очевидна из того, что при наличии одних только электростатических сил электрон не может находиться в равновесии: под действием кулоновских сил отталкивания он должен был бы разлететься на части. Чтобы этого не было, по классическим представлениям, необходимы дополнительные силы неэлектростатического происхождения и связанная с ними энергия.

Если принять, что вся масса электрона электромагнитного происхождения, и опустить в формуле (91.4) численный множитель $^2/_3$, то получится

$$a = \frac{e^2}{mc^2} = 2{,}818 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \tag{91.7}$$

Эта величина называется *классическим радиусом электрона.* На формулу (91.7) нельзя смотреть как на выражение, определяющее «истинные размеры электрона», так как никаких других независимых способов определения размеров электрона не существует. На классический радиус электрона (91.7) следует смотреть как на некоторую *характерную длину, ограничивающую снизу область применимости классической теории поля.* Классическая теория поля неприменима также для *очень сильных полей,* порядка

$$E_0 = \frac{e}{a^2} = \frac{m^2c^4}{e^3} = 6 \cdot 10^{15} \text{ СГСЭ-ед.} = 1{,}8 \cdot 10^{18} \text{ В/см}.$$

5. В действительности размеры области, в которой классические представления уже неприменимы, ограничены *квантовыми эффектами* и примерно в сто раз превышают классический радиус электрона. Эти размеры легко оценить элементарно с помощью квантово-механического *соотношения неопределенностей*

между энергией и временем. Для читателя, имеющего некоторые представления об основных понятиях квантовой механики, приведем эту оценку. Если частица наблюдается в течение времени Δt, то, согласно квантовой механике, о ее энергии можно говорить лишь с точностью $\Delta\mathcal{E}$, удовлетворяющей условию $\Delta\mathcal{E}\,\Delta t \gtrsim \hbar$, где $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-27}$ эрг · с — постоянная Планка, деленная на 2π. Это условие и называется соотношением неопределенностей между энергией и временем. Если время Δt достаточно мало, то в вакууме на короткое время могут рождаться *электрон-позитронные пары*. Для этого неопределенность энергии $\Delta\mathcal{E}$ должна быть не меньше собственной энергии электрон-позитронной пары, т. е. $2mc^2$. (Массы электрона и позитрона одинаковы). Соответствующий промежуток времени от момента рождения до момента исчезновения электрон-позитронной пары будет не больше $\Delta t \sim \frac{\hbar}{2mc^2}$. За это время электрон-позитронная пара может пройти расстояние не больше $\Lambda_\text{к} = c\,\Delta t \sim \frac{\hbar}{mc} = 0{,}38 \cdot 10^{-9}$ см. (Последняя величина называется *комптоновской длиной волны*.) Таким образом, любой «точечный заряд» на расстояниях $\sim\Lambda_\text{к}$ как бы окружен областью «виртуальных» электрон-позитронных пар (*«поляризация вакуума»*). Это означает, что классическая картина «точечного заряда» на таких расстояниях уже неприменима. Комптоновская длина волны $\Lambda_\text{к} = \frac{\hbar}{mc}$ и ограничивает снизу область применимости классической теории поля. Ее отношение к классическому радиусу электрона равно

$$\frac{\Lambda_\text{к}}{a} = \frac{\hbar c}{e^2} = 137.$$

Точно так же классическая теория поля неприменима уже при полях, примерно в 137 раз меньших, чем E_0. Действительно, пусть электрическое поле $E_\text{кв}$ на длине $\Lambda_\text{к}$ создает такую разность потенциалов, что $e\Lambda_\text{к}E_\text{кв} \gtrsim 2\,mc^2$. Отсюда, опуская коэффициенты, получаем

$$E_\text{кв} \gtrsim \frac{m^2c^3}{e\hbar} = \frac{e^2}{\hbar c}\,E_0 = \frac{1}{137}\,E_0.$$

В таком поле виртуально возникшая электрон-позитронная пара будет разорвана, т. е. произойдет *пробой вакуума* — явление невозможное с точки зрения классических представлений.