

Полупроводники с донорной примесью называются *электронными* или *полупроводниками n-типа* (от английского слова *negative* — отрицательный), а полупроводники с акцепторной примесью — *дырочными* или *полупроводниками p-типа* (от английского слова *positive* — положительный). Могут быть и *смешанные полупроводники*, в которых носителями тока являются как электроны, так и дырки. Носители, которым принадлежит больший вклад в величину тока, называются *основными*, а прочие — *неосновными*.

### ЗАДАЧА

Твердый водород является диэлектриком, плотность которого при нормальном давлении равна  $0,076 \text{ г/см}^3$ . Оценить плотность твердого водорода, при которой он становится металлом. Энергия ионизации атома водорода  $\epsilon_{\text{ион}} = 13,6 \text{ эВ} = 2,18 \cdot 10^{-11} \text{ эрг}$ .

**Решение.** Сжатие вещества сопровождается повышением уровня Ферми, которым при заданной плотности вещества определяется максимальная кинетическая энергия свободного электрона. Когда энергия Ферми  $\mu$  становится равной энергии ионизации атома  $\epsilon_{\text{ион}}$ , происходит ионизация атомов диэлектрика. Наружные электронные оболочки атомов разрушаются, валентные электроны коллективизируются, и диэлектрик становится металлом. Таким образом, концентрация атомов диэлектрика  $n$ , при которой он становится металлом, определяется условием  $\mu \sim \epsilon_{\text{ион}}$ . Определив величину  $n$  из формулы (99.6) и умножив ее на массу атома водорода  $m_{\text{H}}$ , получим

$$\rho \approx \frac{\pi m_{\text{H}}}{3h^3} (8m\epsilon_{\text{ион}})^{3/2} \approx 0,38 \text{ г/см}^3.$$

## § 101. Термоэлектронная эмиссия

**1.** То обстоятельство, что «свободные электроны» удерживаются внутри металла, указывает на то, что в поверхностном слое металла возникает задерживающее электрическое поле, препятствующее электронам выходить из металла в окружающий вакуум. Чтобы покинуть металл, электрон должен совершить некоторую работу, называемую *работой выхода*. Одна из причин возникновения работы выхода состоит в следующем. Если при тепловом движении электрон вылетит из металла, то он индуцирует на поверхности последнего заряды противоположного знака. Возникнет сила притяжения между электроном и поверхностью металла (так называемая «*сила электрического изображения*», см. § 23), стремящаяся вернуть электрон обратно в металл. На преодоление этой силы требуется производство работы. Можно указать другую причину. Электроны, совершая тепловое движение, могут пересекать поверхность металла и удаляться от нее на небольшие расстояния (порядка атомных). Над поверхностью металла возникает электронная атмосфера, плотность которой быстро убывает при удалении от металла. Под ней у поверхности металла остается слой положительно заряженных ионов. В результате образуется *двойной электрический слой*, действующий подобно конденсатору. Он не создает электрического поля во внешнем пространстве.

Зато на преодоление электрического поля внутри самого двойного слоя также требуется производство работы. Вероятно, существуют другие причины возникновения работы выхода. Однако мы не будем входить в обсуждение этого вопроса, а ограничимся в дальнейшем лишь феноменологическим учетом работы выхода.

2. При повышении температуры металла увеличивается кинетическая энергия теплового движения электронов вблизи границы Ферми. Здесь она может стать настолько большой, что некоторые из электронов могут преодолевать задерживающий электрический потенциал на границе металла и выходить наружу. Если

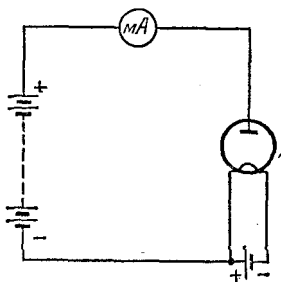


Рис. 243.

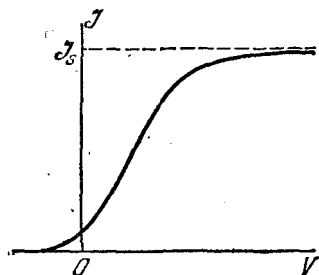


Рис. 244.

в окружающем вакууме существует электрическое поле, направленное к поверхности металла, то оно будет увлекать вышедшие электроны, и через вакуум потечет электрический ток. Этот ток называется *термоэлектронным*, а само явление — *термоэлектронной эмиссией*. Оно было открыто Эдисоном (1847—1931) в 1883 г.

Для наблюдения термоэлектронной эмиссии удобна вакуумная лампа с двумя электродами, называемая *вакуумным диодом*. Катодом лампы служит проволока (нить) из тугоплавкого металла (вольфрам, молибден и пр.), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего накаливаемый катод. Если диод включить в электрическую цепь, показанную на рис. 243, то при холодном катоде ток через цепь не пойдет. Если же нагреть катод до белого каления, то миллиамперметр покажет ток. При изменении полярности батареи ток прекращается. Это доказывает, что носителями тока через вакуум являются *отрицательно заряженные частицы*, а именно *электроны*, так как никакими химическими превращениями вблизи электродов прохождение термоэлектронного тока не сопровождается.

Если, поддерживая температуру накаленного катода постоянной, менять напряжение  $V$  между анодом и катодом, то термоэлектронный ток сначала будет возрастать (рис. 244). Однако это возрастание идет не пропорционально  $V$ , так что для вакуумного диода закон

Она не выполняется. По достижении определенного напряжения дальнейшее нарастание термоэлектронного тока практически прекращается. Последний достигает предельного значения  $\mathcal{J}_s$ , называемого *током насыщения*. Наличие тока насыщения имеет весьма простое объяснение. Его величина определяется количеством термоэлектронов, которое в состоянии испариться с поверхности катода в единицу времени. Если электрическое поле настолько сильное, что оно отводит все электроны, испаряющиеся с поверхности катода, то дальнейшее увеличение напряженности поля уже не может привести к увеличению термоэлектронного тока. С этим и связано явление насыщения тока. Плотность термоэлектронного тока насыщения  $j_s$  определяет *эмиссионную способность* материала катода, т. е. максимальное количество электронов, которое может эмиттировать катод с единицы поверхности в единицу времени.

3. Плотность термоэлектронного тока насыщения зависит от материала катода и увеличивается с повышением температуры последнего. При вычислении этой плотности будем пользоваться моделью идеального электронного газа и применим к нему статистику Ферми—Дирака. Число квантовых состояний в единице объема металла с импульсами электронов внутри элемента объема импульсного пространства  $dp_x dp_y dp_z$  с центром в точке  $(p_x, p_y, p_z)$  будет  $dZ = \frac{2}{h^3} dp_x dp_y dp_z$ , где коэффициент 2 учитывает спин электрона. Средняя концентрация электронов с такими импульсами определяется выражением

$$dn = \frac{2}{h^3} \frac{dp_x dp_y dp_z}{\exp\left\{\frac{\epsilon - \mu}{kT}\right\} + 1}. \quad (101.1)$$

Уточним теперь понятие работы выхода, введенное выше. Условимся называть этой величиной работу  $b$ , которую должен совершить электрон, чтобы с *уровня Ферми* выйти наружу металла. Для этого минимальная кинетическая энергия электрона на уровне Ферми должна быть  $\epsilon_{\min} = \mu + b$ . Из металла могут выходить только такие электроны, кинетическая энергия которых на уровне Ферми превосходит  $\epsilon_{\min}$ , т. е.  $\epsilon > \mu + b$ . Только они играют роль при вычислении тока насыщения. Поэтому при дальнейших расчетах можно ограничиться рассмотрением лишь таких электронов.

Чтобы при эмиссии электронов кристаллическая решетка не разрушалась, из металла должна выходить ничтожная часть электронов. Для этого, как показывает формула (101.1), должно выполняться условие  $\epsilon - \mu \gg kT$ , т. е.  $b \gg kT$ . Для таких электронов в знаменателе формулы (101.1) единицей можно пренебречь. Тогда формула (101.1) переходит в

$$dn = \left(\frac{2}{h^3} \exp\left\{\frac{\mu}{kT}\right\}\right) \exp\left\{-\frac{\epsilon}{kT}\right\} dp_x dp_y dp_z. \quad (101.2)$$

Найдем долю электронов  $dn_z$ ,  $z$ -составляющая импульса которых заключена между  $p_z$  и  $p_z + dp_z$ . Для этого предыдущее выражение надо проинтегрировать по  $p_x$  и  $p_y$  в пределах от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Так как  $\varepsilon = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$ , то в результате такого интегрирования получим

$$dn_z = \frac{4}{h^3} \pi m k T \exp \left\{ -\frac{p_z^2/(2m) - \mu}{kT} \right\} dp_z. \quad (101.3)$$

Уход из металла электронов при термоэлектронной эмиссии, конечно, несколько нарушает равновесное распределение их по скоростям. Однако в нулевом приближении этим обстоятельством можно пренебречь, что и делается в дальнейшем. Число электронов рассматриваемой группы, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности металла, определяется интегралом  $\int v_z dn_z = \frac{1}{m} \int p_z dn_z$ , где интегрирование ведется по всем электронам, для которых  $p_z^2/(2m) \geq \mu + b$ . Примем, что все эти электроны уходят из металла. Тогда плотность термоэлектронного тока насыщения  $j_s$  найдется умножением предыдущего интеграла на заряд электрона  $e$ . Введем новую переменную интегрирования

$$x = p_z^2/(2m) - \mu.$$

Тогда

$$j_s = \frac{4\pi e m}{h^3} (kT)^2 \int_{b/(kT)}^{\infty} e^{-x} dx. \quad (101.4)$$

В результате получим

$$j_s = AT^2 e^{-b/(kT)}, \quad (101.5)$$

где постоянная  $A$  определяется выражением

$$A = \frac{4\pi m e k^2}{h^3} = 120 \text{ А}/(\text{см}^2 \cdot \text{К}), \quad (101.6)$$

т. е. одинакова для всех металлов. Такая одинаковость связана с использованием модели идеального электронного газа, положенной в основу расчета. В этой модели индивидуальные свойства металла характеризуются двумя параметрами: работой выхода электрона  $b$  и энергией Ферми  $\mu$ . Однако последняя входит в формулу (101.4) только в качестве слагаемого переменной интегрирования  $x$ , так что результат не зависит от  $\mu$ , а определяется только работой выхода  $b$  и температурой металла  $T$ .

Измеряя плотность термоэлектронного тока  $j_s$ , можно по формуле (101.5) вычислить как постоянную  $A$ , так и работу выхода  $b$ .

4. Формула (101.5) была впервые получена Ричардсоном (1879—1959) на основе термодинамических соображений с использованием некоторых эмпирических данных. Другой вывод, в котором была установлена универсальность коэффициента  $A$ , был дан Дешманом в 1923 г. Поэтому формула получила название *формулы Ричардсона — Дешмана*. Дешман в своем выводе еще не мог учитывать электронного спина. По этой причине значение универсального коэффициента  $A$  у него было вдвое меньше, так как учет спина удваивает число возможных квантовых состояний электрона. Результат Дешмана с точностью до нескольких процентов был подтвержден при экспериментальной проверке формулы (101.5) на особенно подходящих для этой цели тугоплавких металлах — вольфраме и молибдене. Любопытно, что учет электронного спина значительно ухудшал согласие теории с опытом. Этот результат можно объяснить уже в рамках модели идеального электронного газа при более последовательном квантовомеханическом рассмотрении. Дело в том, что по квантовой механике электроны, удовлетворяющие условию  $\epsilon > \mu + b$ , не обязательно уходят из металла. Часть из них может *отразиться* обратно в металл от «потенциального барьера» на границе металла, который они должны преодолеть, чтобы выйти в вакуум. Однако мы не можем здесь входить в эти детали.

5. Заметим, что Ричардсон еще в 1901 г. получил другую формулу для плотности термоэлектронного тока насыщения. Он применил к электронному газу в металле классическую статистику Больцмана. Результат Ричардсона можно получить из наших формул, не производя новых вычислений. Надо только формулу (101.3) заменить соответствующим выражением из закона распределения скоростей Максвелла (см. т. II, § 72):

$$dn_z = n \left( \frac{1}{2\pi mkT} \right)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{p_z^2}{2mkT} \right\} dp_z,$$

где  $n$  — число свободных электронов в единице объема металла. Главное отличие этой формулы от (101.3) состоит в том, что в предэкспоненциальном выражении она содержит  $\sqrt{T}$  в знаменателе, тогда как в формулу (101.3) температура  $T$  входит в числителе и притом в первой степени. Чтобы получить первую формулу Ричардсона, очевидно, достаточно произвести замену

$$\frac{4}{h^3} \pi mkT \rightarrow n \left( \frac{1}{2\pi mkT} \right)^{1/2}.$$

Это дает

$$j_s = A' T^{1/2} e^{-b/(kT)}, \quad (101.7)$$

где

$$A' = ne \sqrt{\frac{k}{2\pi m}}. \quad (101.8)$$

Формула (101.7) получает простое истолкование, если записать ее в виде

$$j_s = \frac{1}{4} ne\bar{v} e^{-b/(kT)},$$

где  $\bar{v}$  — средняя тепловая скорость электрона по классической теории. Величина  $1/4n\bar{v}$  дает число электронов, ежесекундно ударяющихся о единицу поверхности

металла (см. т. II, § 75). Из этих частиц надо взять те, которые в состоянии преодолеть потенциальный барьер на границе металла. Для этого поток частиц надо умножить на экспоненциальный множитель  $e^{-b/(kT)}$ .

Практически обе формулы (101.5) и (101.7) дают совпадающие результаты, так как зависимость тока  $j_s$  от температуры в основном определяется экспоненциальным множителем, который меняется с температурой значительно сильнее, чем степенные множители  $T^2$  и  $T^{1/2}$ . Действительно, логарифмируя (101.5), находим, что при изменении температуры ток  $j_s$  изменяется в соответствии с формулой

$$\frac{\Delta j_s}{j_s} = 2 \frac{\Delta T}{T} + \frac{b \Delta T}{kT^2}.$$

Отношение первого слагаемого в правой части этой формулы ко второму равно  $2kT/b$ . Для вольфрама  $b = 4,5$  эВ. Если взять  $T = 2500$  К, то для этого отношения получится  $\sim 0,10$ . В случае формулы (101.7) соответствующее отношение будет еще меньше, а именно  $\sim 0,025$ . Поэтому формулу (101.5) часто пишут в упрощенном виде:

$$\ln j_s = \text{const} - \frac{b}{kT}. \quad (101.9)$$

**6.** Плотность термоэлектронного тока насыщения  $j_s$ , таким образом, определяется отношением  $b/(kT)$ . Для тугоплавких металлов W, Mo, Pt работа выхода относительно велика и составляет соответственно 4,52, 4,37, 4,8 эВ. Получить сильные термоэлектронные токи с катодами из этих металлов можно лишь при очень высоких температурах накала. Между тем на практике весьма существенно снизить рабочую температуру катода, так как при этом уменьшаются затраты энергии на накал катода и увеличивается срок службы лампы. В так называемых «сложных катодах» это достигается путем снижения работы выхода. К числу таких катодов относится *оксидный катод*, получивший широкое распространение в технике. При его изготовлении на металлическую подложку (керж) наносят углекислые соединения щелочноземельных металлов ( $\text{BaCO}_3$ ,  $\text{SrCO}_3$ ,  $\text{CaCO}_3$ ). При прокаливании эти соли разлагаются (согласно уравнению  $\text{BaCO}_3 \rightleftharpoons \text{BaO} + \text{CO}_2$  и пр.), и подложка оказывается покрытой слоем оксидов щелочноземельных металлов ( $\text{BaO}$ ,  $\text{SrO}$ ,  $\text{CaO}$  или их смесями). После этого катод *активируют*, т. е. в течение некоторого времени пропускают через лампу термоэлектронный ток при температуре катода около  $1000^\circ\text{C}$ . В результате этого на поверхности катода образуется *моноатомный слой* ионов щелочноземельных металлов, который сильно понижает работу выхода и тем самым увеличивает эмиссионную способность катода. Накаливание катода лампы осуществляется либо пропусканием тока через подложку, либо посредством вспомогательной металлической спирали («подогревные катоды»). Рабочая температура современных оксидных катодов составляет  $800-900^\circ\text{C}$  и даже ниже. Нормальная эмиссионная способность достигает  $1 \text{ A/cm}^2$ , а при очень коротких импульсах тока (порядка  $10^{-6} - 10^{-5}$  с) она может достигать до  $100 \text{ A/cm}^2$  и выше. Для сравнения укажем, что рабочая температура

вольфрамовых катодов 2200 °С, а снимаемые с них термоэлектронные токи на практике не превышают 0,1 А/см<sup>2</sup>.

7. Если бы все электроны, испаряющиеся с поверхности катода, попадали на анод, то сила термоэлектронного тока  $\mathcal{J}$  не зависела бы от приложенного напряжения  $V$ . На самом деле это не так. С возрастанием напряжения ток  $\mathcal{J}$  растет (см. рис. 244). Объясняется это тем, что в пространстве между катодом и анодом образуется отрицательный пространственный заряд, создающий электрическое поле, направленное противоположно приложенному электрическому полю. Этот вопрос теоретически был исследован Ленгмюром (1881—1957) в 1913 г. Допустим, что электроды лампы плоские. Их можно считать бесконечно большими. Температуру катода  $T$  будем поддерживать постоянной. Начало координат поместим на поверхности катода, а ось  $X$  направим перпендикулярно к этой поверхности в сторону анода. Потенциал электрического поля  $\varphi$  будет функцией только координаты  $x$ . Он удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi\rho = 4\pi ne, \quad (101.10)$$

где  $e$  — абсолютное значение заряда электрона. Плотность тока по абсолютной величине  $j = nev$ . Если в межэлектродном пространстве создан достаточно высокий вакуум, то столкновения электронов можно не учитывать и определить скорость электрона из уравнения  $\frac{1}{2}mv^2 = e\varphi$ . При этом потенциал катода мы принимаем равным нулю и пренебрегаем тепловыми скоростями, с которыми электроны покидают поверхность катода. Исключив из этих соотношений концентрацию электронов  $n$  и скорость  $v$ , придем к уравнению

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{a^2}{V\varphi}, \quad (101.11)$$

где введено обозначение

$$a^2 = 4\pi j \sqrt{\frac{m}{2e}}. \quad (101.12)$$

Величина  $a$ , очевидно, постоянна, так как ток  $j$  от координаты  $x$  не зависит.

Сопоставляя уравнение (101.11) с (101.10), видим, что объемная плотность электричества  $\rho$  на поверхности катода обращается в бесконечность. Точка  $x = 0$  является особой точкой уравнения (101.11), в которой оно теряет смысл. Этот недостаток теории является следствием принятой идеализации, в которой полностью пренебрегается тепловым разбросом скоростей электронов, уходящих с поверхности катода. Однако поверхностная плотность заряда на катоде остается конечной. Более того, она должна обращаться

в нуль, как и напряженность электрического поля у поверхности катода. Если бы это было не так, то все электроны, эмиттируемые катодом, увлекались бы электрическим полем к аноду и термоэлектронный ток достигал бы насыщения при любых напряжениях на лампе. Таким образом, уравнение (101.11) надо дополнить граничными условиями:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \varphi = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{d\varphi}{dx} = 0. \quad (101.13)$$

Для решения уравнения (101.10) умножаем его на производную  $d\varphi/dx$  и интегрируем с учетом граничных условий (101.13). Таким путем получим

$$(d\varphi/dx)^2 = 4a^2\varphi^{1/2}.$$

При извлечении квадратного корня надо сохранить только знак плюс, так как потенциал  $\varphi$  должен возрастать от катода к аноду и, следовательно, должен быть положительным во всем межэлектродном пространстве. В результате после разделения переменных приходим к уравнению

$$d\varphi/\varphi^{1/2} = 2a dx.$$

Интегрируя вторично, найдем

$$\frac{4}{3} \varphi^{3/2} = 2ax, \quad (101.14)$$

или после подстановки значения  $a$

$$j = \frac{1}{9\pi x^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} \varphi^{3/2}. \quad (101.15)$$

В частности, если  $V$  — напряжение, а  $l$  — расстояние между электродами, то

$$j = CV^{3/2}, \quad (101.16)$$

где постоянная  $C$  определяется выражением

$$C = \frac{1}{9\pi l^2} \sqrt{\frac{2e}{m}}. \quad (101.17)$$

Формула (101.16) называется «законом трех вторых» Ленгмюра. Этот закон остается верным для электродов произвольной конфигурации. От формы электродов зависит только выражение для численного коэффициента  $C$ . Ленгмюр решил задачу для коаксиальных цилиндрических электродов, когда катодом служит внутренний, а анодом — наружный цилиндр. Та же задача была решена С. А. Богуславским (1883—1923), который, кроме того, рассмотрел противоположный случай, когда катодом был наружный, а анодом —



внутренний цилиндр. Ленгмюр рассмотрел также случай сферических электродов. Во всех случаях, как и следовало ожидать, получился закон трех вторых.

При малых напряжениях закон трех вторых дает заниженные значения для термоэлектронного тока, так как этот закон не учитывает теплового разброса скоростей электронов. При больших напряжениях закон был бы точным, если бы эмиссионная способность катода была бесконечно велика. Поскольку это не так, наблюдаются отступления от закона трех вторых и при больших напряжениях. При увеличении напряжения в конце концов наступает насыщение, и закон трех вторых утрачивает силу.

## § 102. Электронные лампы и их применения

1. Электроны в вакуумном диоде, испускаемые катодом, двигаются к аноду. Если на анод подать положительный потенциал, то ток через диод пойдет. Если же подать отрицательный потенциал, то тока не будет. На этом основано применение вакуумных диодов для выпрямления переменных токов. Схема «однополупериодного»

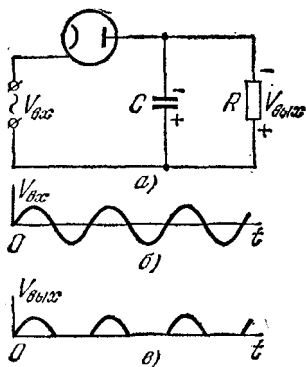


Рис. 245.

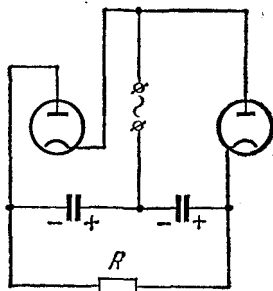


Рис. 246.

лампового выпрямителя представлена на рис. 245, а. Если входное напряжение представляется кривой рис. 245, б, то при отсутствии конденсатора  $C$  выходное напряжение изобразилось бы кривой рис. 245, в. Оно состояло бы из импульсов напряжения, следующих друг за другом через половину периода  $T/2$ . Такую же форму имела бы и кривая тока  $\mathcal{I}$ , текущего через нагрузочное сопротивление  $R$ . Для того чтобы получить непрерывное течение тока  $\mathcal{I}$  и сгладить его пульсации, вводится конденсатор  $C$ . Тогда за каждую половину периода, когда через лампу течет ток, последний не только поступает в сопротивление  $R$ , но и заряжает конденсатор  $C$ . В течение других полупериодов, когда лампа тока не пропускает, конденсатор разряжается через сопротивление  $R$ . Пульсации тока будут тем меньше,