Плотность тока в катодном пятне огромна и может достигать 10^6-10^7 А/см^2. Катодное пятно может возникнуть не только у поверхности ртутного, но и любого другого металлического электрода.

Ртутные дуги и аналогичные дуги с металлическими электродами получили название *электрических дуг с холодным катодом*. Дело в том, что раньше считалось, что катод действительно является холодным по всей его поверхности. Поэтому термоэлектронная эмиссия с катода не происходит или практически не играет никакой роли. Ленгмюр высказал предположение, что в случае холодного катода дуговой разряд поддерживается *автоэлектронной эмиссией с катода*. Действительно, катодное падение потенциала ($\sim$10 В) происходит на протяжении порядка длины свободного пробега электрона. Поэтому вблизи катода возникает сильное электрическое поле, достаточное, чтобы вызвать заметную автоэлектронную эмиссию. Несомненно, автоэлектронная эмиссия в дугах с «холодным» катодом играет существенную роль. Позднее появились указания на возможность нагрева таких катодов в отдельных точках до температур, при которых происходит большая термоэлектронная эмиссия, которая вместе с автоэлектронной эмиссией и поддерживает дуговой разряд. Этот вопрос еще недостаточно исследован.

§ 121. Плазма

1. *Плазмой называется ионизованный квазинейтральный газ, занимающий настолько большой объем, что в нем не происходит сколько-нибудь заметного нарушения квазинейтральности из-за тепловых флуктуаций.* Квазинейтральность газа означает, что количества положительных и отрицательных зарядов в нем *почти одинаковы*.

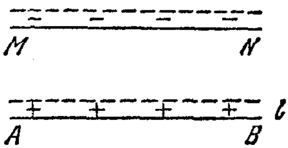

Рис. 288.

Оценим размеры области, в которой могут происходить заметные нарушения квазинейтральности, предполагая для простоты, что заряды положительных и отрицательных частиц одинаковы и равны элементарному заряду e. Пусть такая плазма заполняет пространство между плоскостями AB и MN (рис. 288). Допустим, что из-за тепловых флуктуаций отрицательные заряды сместились вверх на расстояние l. Тогда на границах плазмы возникнут макроскопические заряды противоположных знаков с поверхностной плотностью $\sigma = nle$, где n — концентрация частиц одного знака заряда. Напряженность электрического поля в плазме будет $E = 4\pi\sigma = 4\pi nle$, а плотность электрической энергии $E^2/(8\pi) = 2\pi\,(nle)^2$. Поскольку энергия электрического поля черпается из кинетической энергии теплового движения частиц газа, величина $E^2/(8\pi)$ не может превосходить $3nkT$. (На долю отрицательных частиц единицы объема приходится в среднем кинетическая энергия $^3/_2kT$, и такая же энергия — на долю положительных.) Следовательно, если опустить численный коэффициент 3, то должно быть $2\pi(nle)^2 < nkT$, или $l < D$, где

$$D = \sqrt{\frac{kT}{2\pi n e^2}}. \qquad (121.1)$$

Величина D называется *дебаевской длиной* или *дебаевским радиусом*. (Более точное определение дается в задаче 1.)

Таким образом, *чтобы плазма сохраняла квазинейтральность, ее линейные размеры должны намного превосходить дебаевский радиус D*. Только при соблюдении условия квазинейтральности плазма ведет себя как *связанный коллектив заряженных частиц*, а не как простая совокупность невзаимодействующих частиц. Например, если в плазме есть градиент концентрации, то, несмотря на различие коэффициентов диффузии, положительные и отрицательные ионы не диффундируют с различными скоростями, а благодаря квазинейтральности плазмы перемещаются с одной и той же средней скоростью в одном и том же направлении. Такая диффузия называется *амбиполярной*. Физическая причина амбиполярного характера диффузии плазмы состоит в том, что из-за различия в коэффициентах диффузии и подвижности ионов в плазме возникает некоторое разделение электрических зарядов и связанное с ним электрическое поле, которое замедляет диффузию ионов одного знака и ускоряет диффузию ионов противоположного знака. В результате скорости диффузии положительных и отрицательных ионов выравниваются. Восстановление нарушенной квазинейтральности плазмы аналогично появлению восстанавливающих сил в упругих телах при их деформациях. С этим связана возможность разнообразных *коллективных колебаний* плазмы, значительно более разнообразных, чем в газах, состоящих из нейтральных частиц.

2. В зависимости от степени ионизации α различают *слабо ионизованную* (при α порядка долей процента), *умеренно ионизованную* ($\alpha \sim$ нескольких процентов) и *полностью ионизованную плазму*. В земных природных условиях плазма встречается довольно редко (например, в канале молнии). В верхних слоях атмосферы, в большей степени подверженных воздействию ионизующих факторов (ультрафиолетовые и космические лучи), постоянно присутствует слабо ионизованная плазма — *ионосфера*, отражающая радиоволны и делающая возможной радиосвязь на больших расстояниях (порядка расстояния между диаметрально противоположными точками земного шара). В космическом пространстве плазма представляет собой наиболее распространенное состояние вещества. Солнце и горячие звезды, имеющие высокие температуры, состоят из полностью ионизованной плазмы. Поэтому многие проблемы астрофи-

зики связаны с изучением физических свойств плазмы. На почве астрофизики возникла *магнитная гидродинамика*, в которой плазма, движущаяся в магнитных полях, рассматривается как *сплошная жидкая среда*, обладающая *высокой проводимостью*. Плазма образуется в различных формах газового разряда, например в положительном столбе тлеющего разряда, а также в главном канале искрового разряда. Физика плазмы — сравнительно новый, быстро развивающийся раздел физики, которому посвящены специальные курсы. В курсе общей физики можно сообщить только некоторые отрывочные сведения о плазме.

3. Оценим удельную проводимость λ полностью ионизованной плазмы, состоящей из электронов и положительно заряженных ионов с зарядом Ze каждый. Движение ионов, ввиду их больших масс, можно не учитывать и считать, что весь ток создается движением легких электронов. Величина λ определяется столкновением электронов с ионами. Столкновения электронов между собой на величину тока не влияют, поскольку при таких столкновениях полный импульс электронов не изменяется. От этих столкновений можно отвлечься. Между ионами и электронами плазмы действуют *кулоновские силы притяжения*. Это — *дальнодействующие силы*. Электрон сравнительно редко подходит к иону на такие малые расстояния, чтобы направление его движения изменилось резко и имело характер скачка. Гораздо большее значение имеют взаимодействия электрона сразу *с очень большим количеством ионов*, при которых направление траектории электрона меняется *плавно и непрерывно*. Отклонения электрона на большие углы от первоначального направления движения происходят в результате накопления *малых отклонений* при взаимодействии его с «далекими» ионами. Поэтому о столкновениях, длине и времени свободного пробега можно говорить лишь в условном смысле. Условимся называть временем свободного пробега электрона промежуток времени τ, в течение которого направление движения электрона меняется на угол порядка 90°.

Для оценки величины τ допустим сначала, что единственный электрон движется в поле положительного иона с зарядом Ze. Если v — скорость электрона на бесконечности, а b — прицельный параметр, то при прохождении мимо иона траектория электрона отклоняется на угол ϑ, определяемый формулой

$$\operatorname{ctg}\frac{\vartheta}{2} = \frac{mv^2b}{Ze^2},$$

где m — масса электрона (см. т. I, § 58, где аналогичная формула получена для движений под действием гравитационных сил). Прицельный параметр b, для которого $\vartheta = 90°$, определяется выражением $b = Ze^2/(mv^2)$. Ему соответствует «эффективное поперечное сечение»

$$\sigma = \pi b^2 = \pi \left(\frac{Ze^2}{mv^2}\right)^2.$$

Учет далеких взаимодействий приводит к тому же результату, но увеличенному в L раз:

$$\sigma = \pi L \left(\frac{Ze^2}{mv^2}\right)^2.$$

Коэффициент L называется *кулоновским логарифмом*. Он почти не зависит от температуры и плотности плазмы. Для плазмы, состоящей из полностью ионизованного дейтерия, при $kT \sim 10$ кэВ и концентрации электронов $n \sim 10^{12} - 10^{15}$ см$^{-3}$ $L \approx 15$. Так как каждый положительный ион содержит Z элементарных зарядов, то концентрация таких ионов будет n/Z, а средняя длина и время «свободного пробега»

$$\bar{l} = \frac{1}{\sigma n/Z} = \frac{Z}{\sigma n}, \qquad \bar{\tau} \approx \frac{\bar{l}}{v} = \frac{m^2\bar{v}^3}{\pi Z n e^4 L}.$$

Подставив сюда $m\bar{v}^2 \approx 3kT$, получим

$$\bar{\tau} \approx \frac{(3kT)^{3/2}\sqrt{m}}{\pi Z n e^4 L}. \tag{121.2}$$

Отсюда для удельной проводимости плазмы находим

$$\lambda \approx \frac{ne^2\bar{\tau}}{m} \approx \frac{(3kT)^{3/2}}{\pi Z e^2 L \sqrt{m}}. \tag{121.3}$$

Конечно, приведенный вывод надо рассматривать как грубую оценку, а не как доказательство формулы (121.3). Однако можно дать и более обоснованный вывод этой формулы. Подставляя численные значения и выражая энергетическую температуру $\Theta = kT$ в электронвольтах, приходим к оценочной формуле для λ (в обратных секундах):

$$\lambda \approx \frac{10^{13}}{Z}\Theta^{3/2},$$

причем мы приняли $L \approx 15$. Проводимость плазмы растет пропорционально абсолютной температуре в степени $^3/_2$. В горячей плазме проводимость становится очень высокой. Так, при $\Theta = 10$ кэВ для дейтериевой плазмы $\lambda \approx 10^{19}$ с$^{-1}$, т. е. больше, чем у меди ($5 \cdot 10^{17}$ с$^{-1}$). Еще быстрее растет с температурой теплопроводность плазмы, а именно пропорционально $\Theta^{5/2}$, так как для плазмы, очевидно, должен быть справедлив закон Видемана — Франца.

4. Большое различие в массах электронов и ионов плазмы делает возможным в плазме существование таких квазиравновесных состояний, которые в известном приближении могут быть характе-

ризованы *двумя температурами*. Действительно, пусть начальное распределение скоростей электронов и ионов плазмы изотропно, но не максвелловское. При столкновении электрона с другим электроном они обмениваются энергией, величина которой порядка начальной энергии самих электронов. Поэтому время установления распределения электронов по энергиям (т. е. максвелловского распределения) из-за столкновений между ними можно оценить по формуле (121.2). (Это станет ясно, если в ней массу электрона m заменить приведенной массой $m/2$.) Это время, называемое *электронным временем релаксации* $\bar{\tau}_e$, пропорционально квадратному корню из массы электрона: $\bar{\tau}_e \sim \sqrt{m_e}$. Точно так же определяется *ионное время релаксации*, за которое успевает устанавливаться распределение по энергиям между ионами из-за столкновений между ними: $\bar{\tau}_i \sim \sqrt{m_i}$. Не то будет при взаимодействии электронов с ионами. Здесь по формуле (121.2) получается время $\sim \sqrt{m_e}$. Однако при каждом столкновении быстрая частица передает медленной лишь незначительную долю своей энергии. В среднем эта доля порядка m_e/m_i от первоначальной энергии быстрой частицы (см. т. I, § 28, задача 9). Для выравнивания энергий потребуется релаксационное время $\bar{\tau}_{ie}$ в m_i/m_e раз большее, чем $\bar{\tau}_e$. Таким образом,

$$\bar{\tau}_e : \bar{\tau}_i : \bar{\tau}_{ie} \sim 1 : \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} : \frac{m_i}{m_e}. \qquad (121.4)$$

Отсюда следует, что $\bar{\tau}_e \ll \bar{\tau}_i \ll \bar{\tau}_{ie}$. Если плазму предоставить самой себе, то сначала установится максвелловское распределение скоростей электронов, затем — ионов. Возникнет квазиравновесное состояние, в котором электроны будут иметь температуру T_e, а ионы — температуру T_i. Вообще говоря, $T_e \neq T_i$. В этом случае плазму называют *неизотермической* или *двухтемпературной*. Затем в результате обмена энергиями между электронами и ионами установится максвелловское распределение для всей плазмы, характеризующееся общей температурой электронов и ионов (*изотермическая плазма*).

Когда плазма находится в электрическом поле, то в ней начинает течь электрический ток и выделяться джоулево тепло. При этом энергию от поля получают почти исключительно электроны, как наиболее подвижные частицы. Ионы нагреваются главным образом за счет энергии, которую они получают от «горячих» электронов при кулоновских взаимодействиях с ними. Так как последний процесс происходит сравнительно медленно, то *температура электронов в плазме оказывается выше температуры ионов*. Различие между ними может быть весьма значительным. Так, в положительном столбе тлеющего разряда при давлениях порядка 0,1 мм рт. ст. температура электронов может достигать 50 000 °C и выше, тогда как температура ионов не превышает нескольких сотен градусов.

5. Основной практический интерес, который представляет физика плазмы, связан с решением проблемы *управляемого термоядерного синтеза* (см. § 88). Для того чтобы в веществе начались достаточно интенсивные термоядерные реакции, его необходимо нагреть до температуры в несколько кэВ или десятков кэВ, а при таких температурах всякое вещество находится в состоянии плазмы. Наиболее перспективными «рабочими веществами» для термоядерного реактора являются *изотопы водорода*: *дейтерий* (D) и *тритий* (T). Термоядерную реакцию синтеза легче получить не в чистом дейтерии, а в его смеси с тритием. Полное количество дейтерия в океанах $\sim 4 \cdot 10^{13}$ тонн, что эквивалентно энергии $\sim 10^{20}$ кВт·лет (полная потребляемая на всем земном шаре мощность составляет $\sim 10^{10}$ кВт). Тритий, как сильно радиоактивный элемент, в природных условиях не встречается, а получается искусственно. В будущих термоядерных реакторах расход трития должен с избытком пополняться воспроизводством (регенерацией) его в результате облучения Li^6 нейтронами, получающимися в самих термоядерных реакторах.

Так как термоядерные реакции должны происходить сравнительно плавно и медленно, то возникает необходимость достаточно длительного удержания горячей плазмы в ограниченном объеме рабочей камеры и изоляции ее от стенок этой камеры. Для этого предлагается использовать *магнитную термоизоляцию*, т. е. помещать плазму в сильное магнитное поле, препятствующее ионам и электронам перемещаться в поперечном направлении и уходить на стенки камеры.

Необходимое требование, которому должен удовлетворять всякий термоядерный реактор, состоит в том, чтобы энергия, выделяющаяся в ядерных реакциях, с избытком компенсировала затраты энергии от внешних источников. Основными источниками потерь энергии является *тормозное излучение* электронов при кулоновских столкновениях последних, а также *магнитотормозное* (*циклотронное* или *бетатронное*) излучение, возникающее вследствие ускоренного движения электронов в магнитном поле. Для самоподдерживающихся термоядерных реакций требуется нагреть плазму до некоторой «критической» температуры (~ 50 кэВ для реактора на чистом дейтерии и ~ 10 кэВ для реактора на равнокомпонентной смеси дейтерия с тритием). При этом, как показывает расчет, должен выполняться так называемый критерий Лоусона: $n\tau > 10^{16}$ с/см^3 для реактора D—D и $n\tau > 10^{14}$ с/см^3 для реактора D—T. Здесь n — концентрация ионов плазмы (одного знака), а τ — среднее время удержания плазмы.

Основная трудность, стоящая на пути создания управляемого термоядерного синтеза, связана с получением *спокойной*, или *устойчивой, плазмы.* Дело в том, что из-за дальнодействующего характера кулоновских сил в плазме происходят разные коллективные процессы, например самопроизвольно возникающие *шумы* и *колебания*, делающие плазму *неустойчивой*. Основные усилия при решении проблемы управляемого термоядерного синтеза и направлены на подавление этих неустойчивостей.

ЗАДАЧИ

1. Полупространство справа от бесконечной заряженной плоскости AB (рис. 289) заполнено полностью ионизованной плазмой, состоящей из однозарядных положительных ионов и электронов. Найти электрическое поле и распределение зарядов в плазме на любых расстояниях от плоскости AB, если поверхностная плотность внешних зарядов на плоскости AB равна σ.

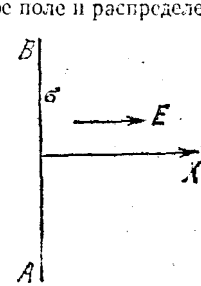

Рис. 289.

Решение. В плазме вблизи плоскости AB образуется избыток ионов, заряженных разноименно с σ, и недостаток ионов, заряженных одноименно. В плазме возникает электрическое поле $\boldsymbol{E}$, перпендикулярное к плоскости AB. Направим координатную ось X внутрь плазмы перпендикулярно к этой плоскости. Из соображений симметрии ясно, что все величины будут функциями только координаты x. Следовательно,

$$\operatorname{div} \boldsymbol{E} = \frac{dE}{dx} = 4\pi\rho. \qquad (121.5)$$

Плотность свободных электрических зарядов ρ можно представить в виде $\rho = (n^+ - n^-)e$, где n^+ — концентрация положительных, а n^- — отрицательных ионов. Вдали от границы AB (в бесконечности) плазма *электрически нейтральна*, там $n^+ = n^- \equiv n$. Вблизи границы концентрации n^+ и n^- различны. Если φ — электрический потенциал поля $\boldsymbol{E}$, то согласно формуле Больцмана

$$n^+ = n \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right), \qquad n^- = n \exp\left(+\frac{e\varphi}{kT}\right). \qquad (121.6)$$

При $x = +\infty$ потенциал φ равен нулю, а потому $n^+ = n^- = n$. Итак,

$$n^+ - n^- = n\left[\exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right) - \exp\left(+\frac{e\varphi}{kT}\right)\right] = -2n \operatorname{sh}\frac{e\varphi}{kT}.$$

Следовательно,

$$\frac{dE}{dx} = -8\pi n e \operatorname{sh}\frac{e\varphi}{kT}.$$

Умножая обе части последнего уравнения на $2E\,dx = -2d\varphi$, получим

$$dE^2 = 16\pi n e \operatorname{sh}\frac{e\varphi}{kT}\,d\varphi.$$

Простое интегрирование дает

$$E^2 = 16\pi n kT \operatorname{ch}\frac{e\varphi}{kT} + C.$$

Постоянную C надо определить из условия, чтобы в бесконечности (где $\varphi = 0$) поле E обращалось в нуль. Это дает

$$E^2 = 16\pi n kT\left(\operatorname{ch}\frac{e\varphi}{kT} - 1\right) = 32\pi n kT \operatorname{sh}^2\frac{e\varphi}{2kT}.$$

При извлечении квадратного корня перед ним надо взять знак плюс. Это следует из того, что когда поле E положительно, т. е. направлено вправо, то и потенциал φ также положителен. Если же поле отрицательно, т. е. направлено влево, то и потенциал φ отрицателен. Итак,

$$E=-\frac{d\varphi}{dx}=4\sqrt{2\pi nkT}\,\operatorname{sh}\frac{e\varphi}{kT}. \tag{121.7}$$

После интегрирования получим

$$\operatorname{th}\frac{e\varphi}{kT}=C_1e^{-x/D},$$

где D — постоянная:

$$D=\sqrt{\frac{kT}{8\pi ne^2}}. \tag{121.8}$$

Эта формула и дает точное выражение дебаевского радиуса, введенного выше в тексте настоящего параграфа.

Постоянную интегрирования C_1 можно выразить через потенциал φ_0 на границе плазмы. Таким путем получим,

$$\operatorname{th}\frac{e\varphi}{kT}=\operatorname{th}\frac{e\varphi_0}{kT}e^{-x/D}. \tag{121.9}$$

Самый потенциал φ легко связать с напряженностью внешнего электрического поля $E_0=2\pi\sigma$. При $x=0$ должно быть $E=E_0$, а потому

$$E_0=4\sqrt{2\pi nkT}\,\operatorname{sh}\frac{e\varphi_0}{kT}. \tag{121.10}$$

Таким образом, при удалении от границы плазмы величина $\operatorname{th}\frac{e\varphi}{kT}$ экспоненциально убывает. На протяжении дебаевского радиуса она убывает в e раз. Этим определяется и закон убывания поля E с координатой x. Можно сказать, что по порядку величины дебаевский радиус D определяет глубину, на которую электрическое поле проникает в плазму.

2. Решить предыдущую задачу для точечного заряда q, окруженного со всех сторон плазмой. Ограничиться расстояниями от заряда r, на которых выполняется условие $|e\varphi|\ll kT$.

Решение. При выполнении условия $|e\varphi|\ll kT$ выражения (121.6) можно разложить в ряды и оборвать их на членах первой степени. Подставляя полученные выражения в уравнение Пуассона $\Delta\varphi=-4\pi e(n^+-n^-)$, придадим ему вид

$$\Delta\varphi+\frac{\varphi}{D^2}=0, \tag{121.11}$$

где D определяется прежним выражением (121.8). Ввиду сферической симметрии

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\varphi}{dr}\right)+\frac{\varphi}{D^2}=0.$$

Общее решение этого уравнения

$$\varphi=\frac{1}{r}\left(Ce^{-r/D}+C'e^{r/D}\right). \tag{121.12}$$

Постоянная интегрирования C' должна обращаться в нуль, чтобы удовлетворить условию $\varphi=0$ при $r=\infty$. Для определения постоянной C допустим, что условие $|e\varphi|\ll kT$ выполняется уже при $r\ll D$. Тогда на таких расстояниях еще применимо решение (121.12). Но тогда оно переходит в кулоновский потенциал $\varphi=q/r$.

Следовательно, должно быть $C = q$, т. е.

$$\varphi = \frac{q}{r} e^{-r/D}. \tag{121.13}$$

Этот потенциал называется *дебаевским потенциалом*. Формула (121.13) показывает, что дебаевский радиус по порядку величины определяет расстояние от заряда q, на котором кулоновское поле этого заряда экранируется противоположно заряженными ионами плазмы. Можно также сказать, что действие кулоновского поля заряда q простирается на расстояние порядка дебаевского радиуса D, а на больших расстояниях практически не имеет места.

3. В электростатике считается, что в состоянии равновесия электричество распределяется по поверхности проводника. Фактически оно распределяется не по математической поверхности, а внутри поверхностного слоя конечной толщины l. Оценить эту толщину.

Ответ. Величина l порядка дебаевского радиуса D, если выражение для D изменить с учетом распределения Ферми для электронов металла. Для этого величину kT надо заменить энергией Ферми (99.6). Сделав это и опуская численные множители порядка единицы, получим

$$l = \sqrt{a_1 n^{-1/3}},$$

где $a_1 = \dfrac{h^2}{4\pi^2 me} = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ см (радиус первой боровской орбиты в атоме водорода), а $n^{-1/3}$ — среднее расстояние между свободными электронами металла.