

Ответ. 
$$F = \frac{6\pi^4 \omega^2 L r^3 \mathcal{J}_0^2}{R^2 + \omega^2 L^2} \frac{1}{l}. \text{ Сила } F \text{ — отталкивательная. Если } \omega L \gg R, \text{ то}$$

$$F = \frac{6\pi^4 r^3 \mathcal{J}_0^2}{L} \frac{1}{l}.$$

В другом предельном случае  $\omega L \ll R$

$$F = \frac{6\pi^4 \omega^2 L r^3 \mathcal{J}_0^2}{R^2} \frac{1}{l}.$$

• 26. Металлическое проволочное кольцо площади  $S$  с омическим сопротивлением  $R$  и индуктивностью  $L$  подвешено в горизонтальном однородном магнитном поле  $H = H_0 \cos \omega t$  и удерживается в нем таким образом, что угол между вектором  $H_0$  и нормалью  $n$  к плоскости кольца равен  $\varphi$  (рис. 331). Определить средний момент сил  $\bar{M}$ , действующий на кольцо со стороны магнитного поля. Найти положения равновесия кольца и исследовать их устойчивость. Рассмотреть два предельных случая: 1)  $\omega L \gg R$ ; 2)  $\omega L \ll R$ . В каком случае при одинаковых  $L$  вращающий момент меньше?

Ответ. 
$$\bar{M} = \frac{\omega^2 S^2 L H_0 \cos \varphi}{2(R^2 + \omega^2 L^2)} (H_0 n).$$

Возможны два положения равновесия:

- а) плоскость кольца перпендикулярна к магнитному полю (неустойчивое равновесие);  
 б) плоскость кольца параллельна магнитному полю (устойчивое равновесие).  
 При  $\omega L \gg R$

$$\bar{M} \equiv \bar{M}_1 = \frac{H_0^2 S^3}{2L} \sin \varphi \cos \varphi.$$

При  $\omega L \ll R$

$$\bar{M} \equiv \bar{M}_2 = \frac{\omega^2 H_0^2 S^2 L}{2R^2} \sin \varphi \cos \varphi = \bar{M}_1 \left( \frac{\omega L}{R} \right)^2.$$

Во втором случае вращающий момент меньше.

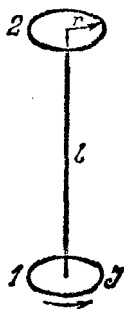


Рис. 330.

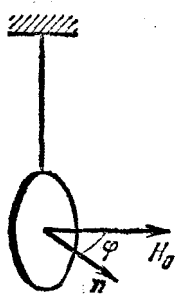


Рис. 331.

## § 133. Автоколебания. Ламповый генератор

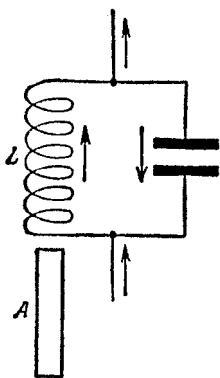
1. Автоколебаниями называются вынужденные незатухающие колебания в реальных системах, период и амплитуда которых не зависят от характера внешнего воздействия, а определяются свойствами самой автоколебательной системы. Автоколебания поддерживаются за счет поступления энергии из внешнего источника, причем количество поступающей энергии регулируется самой системой. В отличие от незатухающих собственных колебаний гармонического осциллятора и аналогичных систем, амплитуды которых определяются начальными условиями, амплитуды автоколебаний от начальных условий не зависят. Собственные незатухающие колебания относятся к идеализированному типу колебаний, который в реальных системах никогда не реализуется точно, — реальные собственные колебания всегда затухают. Напротив, автоколебания

в реальных системах могут продолжаться сколь угодно долго, пока не израсходуется энергия источника, поддерживающего эти колебания.

Примерами автоколебательных систем могут служить часы, духовые и смычковые музыкальные инструменты и пр. В часах автоколебания возбуждаются и поддерживаются силой закрученной пружины или весом гири, в духовых музыкальных инструментах — воздушной струей, в скрипке — силами трения, возникающими при равномерном движении смычка, и т. д. Гудение телеграфных проводов под действием ветра, «пение» водопроводных труб, звучание человеческого голоса или трель соловья — все это примеры автоколебаний, вызываемых непериодическими силами.

Автоколебания могут возбуждаться и поддерживаться также и периодическими силами. Однако период последних не имеет никакого отношения к периоду возбуждаемых автоколебаний. Хорошим примером может служить демонстрационный опыт, предложенный и осуществленный М. И. Маклаковым, лекционным ассистентом Московского физико-технического института. Катушка  $L$  колебательного контура помещается над столом в вертикальном положении (рис. 332). Снизу в нее входит железная трубка  $A$ , нижний конец которой стоит на столе. В трубке сделана вертикальная прорезь для уменьшения токов Фуко. Параметры колебательного контура подбираются так, чтобы его собственная частота совпала с частотой переменного городского тока (50 герц). После включения тока через некоторое время наступает резонанс токов, и железная трубка втягивается в катушку. Индуктивность катушки увеличивается, колебательный контур выходит из резонанса, а амплитуда колебаний тока в катушке уменьшается. Благодаря этому трубка возвращается в исходное положение под действием силы тяжести. После этого колебания тока в колебательном контуре начинают нарастать, и снова наступает резонанс. Трубка опять втягивается в катушку. Трубка совершает автоколебания, т. е. периодические движения вверх и вниз, и при этом громко стучит по столу, подобно молотку. Период этих механических автоколебаний в десятки раз превосходит период переменного тока, поддерживающего их. Прибор получил название *молотка Маклакова*.

Рис. 332.



Вместо параллельного включения, катушку самоиндукции и конденсатор можно включить также последовательно.

Строгая теория автоколебаний весьма сложна. Это связано с тем, что автоколебания *нелинейны*, т. е. описываются нелинейными уравнениями. *Принцип суперпозиции в этих случаях не имеет*

места, что затрудняет получение и исследование решений самих уравнений.

2. Важнейшей автоколебательной системой является *ламповый генератор*, нашедший широкое применение в радиотехнике. Простейшая схема такого генератора представлена на рис. 333. В цепь сетки лампы включен колебательный контур, в котором возбуждаются автоколебания. В цепь анода введена катушка, индуктивно связанная с катушкой колебательного контура. Она называется *катушкой обратной связи*. В использовании такой катушки заключена основная идея генератора. При наличии катушки обратной связи ток в колебательном контуре может индукционно воздействовать на ток в анодной цепи, и обратно. В реальных генераторах применяются *многосеточные лампы*. Однако для выяснения принципа действия генератора мы ограничимся простейшим случаем, когда в качестве лампы взят *триод*, имеющий всего одну сетку.

В реальных условиях в колебательном контуре всегда совершаются колебания, возникающие в результате внешних влияний или тепловых флуктуаций. Обозначим через  $\mathcal{I}$  ток в колебательном контуре, а через  $\mathcal{I}_a$  — в анодной цепи. Некоторая часть тока  $i$  из колебательного контура ответвляется и идет на сетку. Однако ток  $i$  мал и им можно пренебречь. Дело в том, что емкость конденсатора  $C$  очень велика по сравнению с емкостью между нитью и сеткой лампы. Поэтому емкостное сопротивление конденсатора много меньше сопротивления, оказываемого лампой, присоединенной параллельно конденсатору. В этих условиях основной ток устремляется через конденсатор. Однако, несмотря на свою малость, сеточный ток  $i$  играет принципиальную роль, так как он меняет заряд и потенциал сетки. Анодный ток  $\mathcal{I}_a$  можно представить в виде функции сеточного  $V_g$  и анодного  $V_a$  напряжений. Так как сетка расположена значительно ближе к катоду, то изменение потенциала сетки значительно сильнее сказывается на силе анодного тока, чем равное изменение потенциала анода. Влиянием изменений анодного напряжения на анодный ток  $\mathcal{I}_a$  можно пренебречь. В этом приближении

$$\frac{d\mathcal{I}_a}{dt} = \left( \frac{d\mathcal{I}_a}{dV_g} \right)_{V_a} \frac{dV_g}{dt} = S \frac{dV_g}{dt},$$

где  $S$  — крутизна сеточной характеристики. При изменении

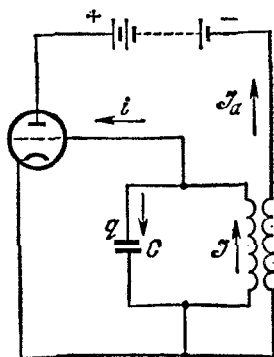


Рис. 333.

анодного тока в колебательном контуре индуцируется э. д. с.

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -M \frac{d\mathcal{I}_a}{dt} = -MS \frac{dV_g}{dt}, \quad (133.1)$$

где  $M$  — коэффициент взаимной индукции между катушкой колебательного контура и катушкой обратной связи. Напряжение на сетке равно напряжению на конденсаторе, т. е.  $V_g = q/C$ , где  $q$  — заряд на верхней пластине конденсатора (при положительном обходе по контуру конденсатор проходится сверху вниз). Таким образом,  $dV_g/dt = \dot{q}/C = \mathcal{I}/C$ , и, следовательно,

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{MS}{C} \mathcal{I}. \quad (133.2)$$

Если  $M < 0$ , то  $\mathcal{E}_{\text{инд}}$  и  $\mathcal{I}$  имеют одинаковые знаки. В этом случае при отсутствии сопротивления колебания в контуре будут нарастать — произойдет самовозбуждение колебаний. Если же  $M > 0$ , то под действием электродвижущей силы  $\mathcal{E}_{\text{инд}}$  колебания в контуре прекратятся. Пересоединив концы катушки обратной связи или повернув на  $180^\circ$  саму катушку, можно изменить знак  $M$  и таким образом перейти от одного случая к другому.

Для получения более точного условия самовозбуждения колебательного контура надо учесть его омическое сопротивление  $R$ . При наличии электродвижущей силы  $\mathcal{E}_{\text{инд}}$  уравнение колебаний в колебательном контуре имеет вид

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = -\frac{MS}{C} \dot{q},$$

где  $L$  — индуктивность колебательного контура. Разделив на  $L$  и введя обозначения

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad 2\delta = \frac{R}{L} + \frac{MS}{LC}, \quad (133.3)$$

получим

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (133.4)$$

Допустим, что лампа работает на прямолинейном участке сеточной характеристики. Тогда  $S$  и  $\delta$  можно считать величинами постоянными. В этом случае формально уравнение (133.4) описывает свободные колебания в контуре:

$$q = q_0 e^{-\delta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t), \quad (133.5)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные, а  $\omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2$ . Однако эти колебания могут не только затухать ( $\delta > 0$ ), но и нарастать ( $\delta < 0$ ). Условие нарастания колебаний  $\delta < 0$  можно привести к виду

$$M < -CR/S. \quad (133.6)$$

Это и есть условие самовозбуждения колебаний. Из него видно, что для самовозбуждения колебаний необходимо выполнение неравенства  $M < 0$ , которое было получено выше для частного случая  $R = 0$ .

3. Изложенная теория «линейна», т. е. она основана на линейных дифференциальных уравнениях. Она не полна и годится только на начальной стадии процесса, когда колебания малы и поэтому с достаточным приближением крутизна характеристики  $S$  может считаться постоянной. Линейная теория приводит к правильному условию самовозбуждения колебаний (133.6), но она неприменима на более поздних стадиях процесса, когда амплитуда колебаний делается достаточно большой. В частности, она не может ответить на вопрос, каковы будут установившиеся колебания. Если  $\delta < 0$ , то по линейной теории амплитуда колебаний должна возрастать неограниченно, а при  $\delta = 0$  колебания должны быть

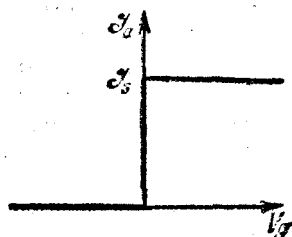


Рис. 334.

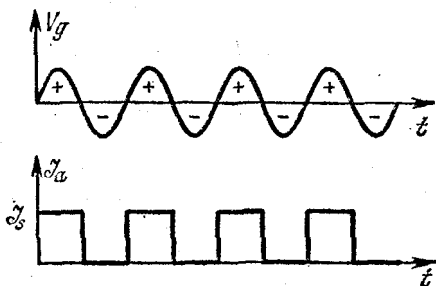


Рис. 335.

незатухающими с амплитудой и фазой, определяемыми начальными условиями. Эти выводы не согласуются с опытом. Причина расхождения состоит в том, что при сильных колебаниях крутизна характеристики  $S$  даже приблизительно перестает быть постоянной, а потому уравнения, описывающие колебания, становятся нелинейными. Полная теория автоколебаний вообще и колебаний в ламповом генераторе в частности должна исходить из нелинейных уравнений, справедливых на всех стадиях процесса.

Запишем уравнение колебаний в колебательном контуре в виде

$$L\ddot{\mathcal{I}} + R\dot{\mathcal{I}} + \frac{q}{C} = -M \frac{d\mathcal{I}_a}{dt}. \quad (133.7)$$

Для упрощения предположим, что анодный ток  $\mathcal{I}_a$  зависит только от знака сеточного напряжения  $V_g$ . Когда  $V_g > 0$ , через лампу идет максимально возможный ток, равный току насыщения  $\mathcal{I}_s$ . Когда  $V_g < 0$ , анодный ток  $\mathcal{I}_a$  равен нулю. Соответствующая идеализированная сеточная характеристика представлена на рис. 334 жирной ломаной линией (ср. с рис. 247). В этом случае уравнение (133.7) становится нелинейным. Введенная схематизация, конечно, не годится в точных расчетах. Но она достаточна, чтобы качественно передать основные особенности автоколебаний. На рис. 335 изображена кривая сеточного напряжения  $V_g$ . Под ней приведена

ступенчатая кривая  $\mathcal{I}_a(t)$  для анодного тока  $\mathcal{I}_a$ . Производная  $\dot{\mathcal{I}}_a$  всюду равна нулю, за исключением отдельных точек, в которых ток  $\mathcal{I}_a$  испытывает скачки. Формально в этих точках производная  $\dot{\mathcal{I}}_a$  обращается в бесконечность. В действительности функция  $\mathcal{I}_a(t)$  всюду непрерывна и дифференцируема. Точки разрыва должны быть заменены малыми интервалами времени  $\tau$ , в течение которых происходят резкие изменения анодного тока на величину  $\Delta\mathcal{I}_a = \pm\mathcal{I}_s$ , а производная  $\dot{\mathcal{I}}_a$  по абсолютной величине очень велика. Такие изменения вызывают скачки тока  $\Delta\mathcal{I}$  и в колебательном контуре. Для нахождения  $\Delta\mathcal{I}$  проинтегрируем выражение (133.7) по одному из интервалов времени  $\tau$ . Поскольку величины  $\mathcal{I}$  и  $q$  остаются конечными, при таком интегрировании они в пределе не вносят никакого вклада, и мы получаем

$$L \Delta\mathcal{I} = -M \Delta\mathcal{I}_a. \quad (133.8)$$

Скачки  $\Delta\mathcal{I}$  аналогичны кратковременным толчкам, действующим на колебательную систему. Если  $M < 0$ , то такие толчки усиливают колебания; если  $M > 0$ , то ослабляют. Между двумя последовательными толчками система совершает затухающие свободные колебания. Допустим, что  $M < 0$ . Пусть перед некоторым толчком амплитуда колебаний тока в колебательном контуре равна  $\mathcal{I}_0$ . После толчка она получает приращение  $|\Delta\mathcal{I}| = |M \Delta\mathcal{I}_a / L| = |M\mathcal{I}_s / L|$  и становится равной  $\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_0 + |M\mathcal{I}_s / L|$ . К следующему толчку колебания приходят с амплитудой

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_1 e^{-\gamma T/2} = \left( \mathcal{I}_0 + \left| \frac{M\mathcal{I}_s}{L} \right| \right) e^{-\gamma T/2},$$

где  $\gamma = R/(2L)$ , а  $T$  — период колебания. Колебания будут нарастать, если  $\mathcal{I}_2 > \mathcal{I}_0$ . Амплитуда колебаний установится, когда  $\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_0$ . Таким образом, амплитуда установившихся колебаний будет

$$\mathcal{I}_0 = \frac{|M\mathcal{I}_s/L|}{e^{\gamma T/2} - 1}. \quad (133.9)$$

Характер установившихся колебаний (т. е. автоколебаний) представлен на рис. 336. Благодаря наличию скачков и затуханию колебания *не гармонические*. Допустим, однако, что добротность  $Q$  колебательного контура очень велика, т. е.  $\gamma T \ll 1$ . Тогда скачки тока  $\mathcal{I}$  станут малозаметными, а автоколебания — *практически гармоническими* с амплитудой

$$\mathcal{I}_0 = \frac{2|M\mathcal{I}_s/L|}{\gamma T} = \frac{2Q}{\pi} \left| \frac{M}{L} \mathcal{I}_s \right|. \quad (133.10)$$

Конечно, в реальных ламповых генераторах, характеристики которых — плавные кривые, никаких резких скачков не возникает, колебания непрерывны, хотя и не совсем синусоидальны.

4. В настоящее время для генерации синусоидальных и несинусоидальных колебаний и их усиления, наряду с электронными лампами, успешно применяются *полупроводниковые приборы*, обладающие рядом преимуществ по сравнению с электронными лампами. Полупроводниковые приборы не имеют накаливаемого катода и потому потребляют относительно меньшую мощность. Они не требуют вакуума, который может портиться при работе лампы. По этой причине они более долговечны и надежны в работе, чем электронные лампы. Благодаря своим малым габаритам полупроводниковые приборы незаменимы во многих радиотехнических схемах, например в счетно-решающих устройствах. Однако полупроводниковые приборы обладают и рядом недостатков (изменение свойств полупроводников с температурой, усложнения схем из-за малости

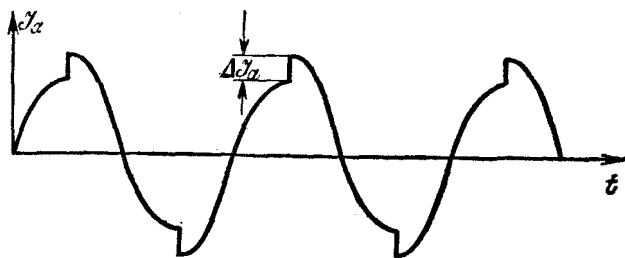


Рис. 336.

входных сопротивлений, шумы, вызываемые случайными изменениями путей токов внутри сопротивлений). По этой причине, когда габариты и вес не являются определяющими, в технике эксперимента пока отдается предпочтение схемам на электровакуумных и газонаполненных приборах. Не останавливаясь на всех этих вопросах, относящихся к области радиотехники, ограничимся краткими замечаниями.

Для усиления и генерации колебаний применяются полупроводниковые приборы не с двумя (как в выпрямителях), а с *тремя и более электродами*. Рассмотрим *полупроводниковый триод (транзистор)*, содержащий три электрода. Он представляет собой кристалл германия или кремния, в котором введением донорной и акцепторной примесей созданы три области с чередующимися типами проводимости: электронной и дырочной. Существуют два типа транзисторов. В транзисторах *n — p — n*-типа (рис. 337, а) крайние области обладают *электронной*, а средняя (*база, или основание*) — *дырочной проводимостью*. В транзисторах *p — n — p*-типа (рис. 337, б), наоборот, электронной проводимостью обладает *база*, а дырочной — *крайние области*. Кристалл снабжен соответствующими металлическими электродами, с помощью которых транзистор включается в цепь.

Контактное поле  $E_K$  в обоих  $n - p$ -переходах направлено от электронного к дырочному полупроводнику (см. § 108). Направление  $E_K$  — заборное, противоположное направление — пропускное. Включим транзистор в схему согласно рис. 337, а. Половина, включенная в проходном направлении, называется эмиттером, а включенная в заборном направлении — коллектором. Ширина базы, разделяющей эти половины, всегда мала и измеряется десятками (или даже единицами) микрометров. Электрический ток внутри эмиттера (рис. 337, а) создается главным образом движением электронов,

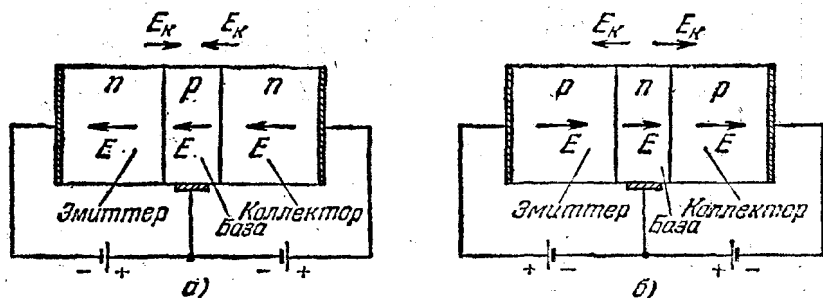


Рис. 337.

являющихся основными носителями заряда. Эти электроны проходят через левый  $n - p$ -переход в область базы и там под действием электрического поля  $E$  движутся по направлению к коллектору. Толщина базы должна быть такова, чтобы значительная часть электронов прошла через нее. Пройдя через правый  $p - n$ -переход, электроны попадают в коллектор уже в качестве основных носителей заряда. Тем самым они меняют ток в коллекторе. Те же рассуждения относятся и к рис. 337, б (только роль электронов будут выполнять положительные дырки). Таким образом, всякое изменение тока в цепи эмиттера будет вызывать изменение тока и в цепи коллектора. В этом отношении транзистор действует аналогично электронной лампе. Роль катода играет эмиттер, анода — коллектор, сетки — база.

### § 134. Релаксационные колебания

На рис. 338, а представлена характеристика неоновой лампы (см. § 117). Это — нелинейная характеристика. Если повышать напряжение на лампе  $V$ , то при  $V = V_2$  она вспыхивает и начинает светиться красным светом. При дальнейшем повышении напряжения ток в лампе возрастает вдоль кривой  $AB$ . Если уменьшать напряжение на лампе в обратном порядке, то она гаснет при другом напряжении  $V_1 < V_2$ . Величины  $V_2$  и  $V_1$  называются потенциалами зажигания и погасания соответственно.

Включим неоновую лампу в цепь, изображенную на рис. 338, б. Сопротивление  $R$  должно быть очень велико, а электродвижущая сила батарей  $\mathcal{E}$  — больше