

положительном направлении оси X и представляется уравнениями

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx), \quad H_z = H_0 \cos(\omega t - kx).$$

Волну, распространяющуюся в обратном направлении, можно получить отсюда, если изменить знаки у k и одного из векторов E или H , например магнитного. Это дает

$$E_y = E_0 \cos(\omega t + kx), \quad H_z = -H_0 \cos(\omega t + kx).$$

В результате суперпозиции с предыдущей волной получится

$$E_x = 2E_0 \cos kx \cos \omega t, \quad H_y = 2H_0 \sin kx \sin \omega t. \quad (140.4)$$

Это и есть *стоячая электромагнитная волна*. Она состоит из двух стоячих волн: *электрической* и *магнитной*. Мы видим, что колебания электрического поля

сдвинуты по фазе относительно колебаний магнитного поля на $\pi/2$. Кроме того, пучности электрического поля совпадают с узлами магнитного поля, а узлы — с пучностями (рис. 355). Вектор Пойнтинга обращается в нуль в узлах (а следовательно, и в пучностях) как электрического, так и магнитного поля. Поэтому электромагнитная энергия не переходит ни через один из этих узлов. Ее движение ограничено колебаниями между узлом (пучностью) электрического поля и пучностью (узлом) магнитного поля.

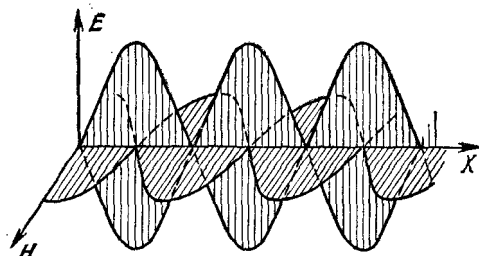


Рис. 355.

§ 141. Поле излучения диполя Герца

1. Простейшей системой, излучающей электромагнитные волны, является точечный диполь, дипольный момент которого быстро меняется (колеблется) во времени. Такой диполь называется *диполем Герца*, по имени ученого, впервые рассчитавшего его электромагнитное поле. Задача об излучении диполя Герца в теории излучающих систем имеет особое значение. Дело в том, что всякую реальную излучающую систему — антенну, по которой течет переменный ток, — можно мысленно разложить на элементы тока, каждый из которых излучает, как диполь Герца. Путем суперпозиции электромагнитных полей таких элементов можно получить электромагнитное поле всей излучающей системы. Предпошлем решению задачи о поле излучения диполя Герца несколько вспомогательных математических формул.

2. Рассмотрим функцию $f = f(r, t - r/v)$, где r — расстояние от начала координат, r — радиус-вектор, проведенный из того же начала, v — некоторая постоянная скорость. Введем обозначение $t' = t - r/v$. Частные производные функции f по x при постоянных t и t' связаны соотношением

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_t = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{t'} + \left(\frac{\partial f}{\partial t'}\right)_r \left(\frac{\partial t'}{\partial x}\right)_t.$$

Отсюда с учетом соотношения $(\partial r/\partial x) = x/r$ получаем

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_t = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{t'} - \frac{x}{rv} \frac{\partial f}{\partial t'},$$

так как по смыслу производных

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t'}\right)_r = \frac{\partial f}{\partial t'}.$$

В дальнейшем для сокращения значок t будем опускать, а вместо значка t' будем ставить штрих над знаком производной по координате, если дифференцирование производится при постоянном t' . При таком соглашении

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial' f}{\partial x} - \frac{x}{rv} \frac{\partial f}{\partial t'}.$$

Таким образом, операторы $\partial/\partial x$ и $\partial'/\partial x$ связаны соотношением

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial'}{\partial x} - \frac{x}{vr} \frac{\partial}{\partial t'}, \quad (141.1)$$

а операторы ∇ и ∇' — соотношением

$$\nabla = \nabla' - \frac{r}{vr} \frac{\partial}{\partial t'}. \quad (141.2)$$

Умножая оператор ∇ сначала скалярно, а затем векторно на векторную функцию $A\left(r, t - \frac{r}{v}\right)$, получим

$$\operatorname{div} A = \operatorname{div}' A - \frac{(r\dot{A})}{vr}, \quad (141.3)$$

$$\operatorname{rot} A = \operatorname{rot}' A - \frac{[r\dot{A}]}{vr}. \quad (141.4)$$

Используя соотношения $\operatorname{div} r = 3$, $\operatorname{div}(\varphi A) = \varphi \operatorname{div} A + (A \operatorname{grad} \varphi)$, $\operatorname{rot} r = 0$, $\operatorname{rot}(\varphi A) = \varphi \operatorname{rot} A + [\operatorname{grad} \varphi \cdot A]$ и предполагая, что вектор g зависит только от аргумента t' , из формул (141.3) и (141.4) найдем

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \frac{g}{r^n} &= -n \frac{(gr)}{r^{n+2}} - \frac{(\dot{g}r)}{vr^{n+1}}, \\ \operatorname{div} \frac{(gr)r}{r^{n+2}} &= -(n+2) \frac{(gr)}{r^{n+2}} - \frac{(\dot{g}r)}{vr^{n+1}}, \\ \operatorname{rot} \frac{g}{r^n} &= n \frac{[gr]}{r^{n+2}} + \frac{[\dot{g}r]}{vr^{n+1}}, \\ \operatorname{rot} \frac{(gr)r}{r^{n+2}} &= \frac{[gr]}{r^{n+2}}. \end{aligned} \quad (141.5)$$

3. После этих математических отступлений обратимся к задаче о поле излучения диполя Герца. Будем предполагать, что диполь неподвижен и помещен в однородную среду с диэлектрической

и магнитной проницаемостями ϵ и μ . Начало координат поместим в точке нахождения диполя. Если бы дипольный момент \mathbf{p} был постоянным, то вектор индукции \mathbf{D} определялся бы формулой электростатики

$$\mathbf{D} = \frac{3(\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{p}}{r^3}.$$

На малых расстояниях от диполя эта формула верна и в тех случаях, когда дипольный момент \mathbf{p} меняется во времени. Но на больших расстояниях r формула не может быть верной, так как на протяжении таких расстояний электромагнитному возмущению, распространяющемуся со скоростью v , требуется конечное время r/v , в течение которого дипольный момент \mathbf{p} может заметно измениться. Конечная скорость распространения электромагнитных возмущений, очевидно, будет учтена, если в предыдущей формуле значение дипольного момента \mathbf{p} брать не в момент наблюдения t , а в более ранний момент $t' = t - r/v$, когда произошло излучение сигнала, дошедшего от диполя до точки наблюдения. Однако выражение,

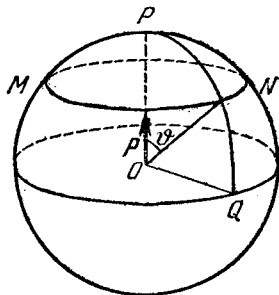


Рис. 356.

полученное таким путем, не будет удовлетворять уравнениям Максвелла. В самом деле, если вектор \mathbf{D} меняется во времени, то это означает наличие тока смещения, пронизывающего контур окружности MN (рис. 356) и всякий другой контур, лежащий в плоскости этой окружности. Ток смещения возбуждает магнитное поле с силовыми линиями, обвивающимися вокруг вектора \mathbf{p} . Возникнет переменный магнитный поток через всякий контур, расположенный в меридиональной плоскости OPQ , а следовательно, и электрическое поле, лежащее в той же плоскости. Это поле в свою очередь даст ток смещения через всякую окружность, обвивающуюся вокруг оси вектора \mathbf{p} . В результате этого возникнет добавочное магнитное поле. Последнее в свою очередь возбуждает добавочное электрическое поле и т. д. Из соображений симметрии ясно, что вектор \mathbf{D} полного поля будет лежать в меридиональных плоскостях, а силовые линии вектора \mathbf{H} будут иметь форму коаксиальных окружностей, центры которых лежат на оси вектора \mathbf{p} .

4. Начнем с вычисления вектора \mathbf{D} . На малых расстояниях от диполя выражение для \mathbf{D} должно переходить в соответствующую формулу электростатики и, следовательно, убывать обратно пропорционально кубу расстояния r . К электростатическому выражению надо добавить слагаемые, зависящие от производных вектора \mathbf{p} по времени и убывающие более медленно. Разложив все

слагаемые вдоль \mathbf{r} и \mathbf{p} , будем искать \mathbf{D} в виде

$$\mathbf{D} = \left[\frac{3(\dot{p}r)}{r^2} \mathbf{r} - \frac{\dot{p}}{r^3} \right] + \left[a \frac{(\ddot{p}r)}{v r^4} \mathbf{r} + b \frac{\ddot{p}}{v r^2} \right] + \left[f \frac{(\ddot{\ddot{p}}r)}{v^2 r^3} \mathbf{r} + h \frac{\ddot{\ddot{p}}}{v^2 r} \right], \quad (141.6)$$

где a, b, f, h — постоянные коэффициенты. Они безразмерны благодаря введению в знаменатели множителей v и v^2 . Члены нулевой и положительных степеней по r входить не могут, так как они не удовлетворяют условию на бесконечности, где электромагнитное поле должно обращаться в нуль. Точно так же не могут входить члены с более высокими отрицательными степенями по r , так как в противном случае не получилось бы предельное статическое поле при $r \rightarrow 0$. Предполагается, что значения \mathbf{p} и его производных по времени берутся не в момент времени t , а в более ранний момент $t' = t - r/v$. Этим учтено, что электромагнитное поле распространяется со скоростью v . Конечно, возможность представления \mathbf{D} в форме, приведенной выше, еще не доказана этими рассуждениями. Доказательство получится лишь после того, как будет показано, что выражения для всех векторов электромагнитного поля удовлетворяют системе уравнений Максвелла. Это делается ниже.

Вычислив по формулам (141.5) дивергенцию \mathbf{D} , получим

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = -2(1+b) \frac{(\dot{p}r)}{v r^4} - (a+b-f+h) \frac{(\ddot{p}r)}{v^2 r^3} - (f+h) \frac{(\ddot{\ddot{p}}r)}{v^3 r^2} = 0.$$

Так как векторы $\dot{\mathbf{p}}, \ddot{\mathbf{p}}, \ddot{\ddot{\mathbf{p}}}$ независимы, то коэффициенты этого выражения должны обращаться в нуль. Это приводит к соотношениям

$$b = -1, \quad h = -f, \quad a - 2f = 1. \quad (141.7)$$

Соотношение $h = -f$ показывает, что последний член в выражении (141.6) есть вектор, перпендикулярный к \mathbf{r} , в чем легко убедиться, умножая этот вектор скалярно на \mathbf{r} . Отсюда следует, что поток этого вектора через любой участок сферы с центром в начале координат равен нулю.

Для определения коэффициентов a и f установим сначала вид выражения для магнитного поля \mathbf{H} . Вычислим поток $\Phi_{\text{эл}}$ вектора \mathbf{D} через участок сферы, ограниченный окружностью MN (см. рис. 356). Для этого выражение (141.6) умножаем на единичный вектор \mathbf{r}/r и интегрируем по поверхности указанного участка. Учитывая при этом соотношения (141.7), получим

$$\Phi_{\text{эл}} = \left(\frac{2p}{r} + \frac{a-1}{v} \dot{p} \right) \pi \sin^2 \vartheta.$$

После этого поле \mathbf{H} найдется из уравнения

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{1}{c} \Phi_{\text{эл}},$$

если в качестве контура интегрирования взять ту же окружность MN . Это дает

$$H = \left(\frac{\dot{p}}{cr^2} + \frac{a-1}{2cvr} \ddot{p} \right) \sin \Phi,$$

или в векторной форме

$$H = \frac{[\dot{p}r]}{cr^3} + \frac{a-1}{2cvr^2} [\ddot{p}r]. \quad (141.8)$$

Первое слагаемое здесь соответствует закону Био и Савара. Уравнение $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$ удовлетворяется автоматически, поскольку магнитное поле аксиально симметрично, а силовые линии его являются окружностями с центрами, расположенными на оси диполя (см. § 53). Однако коэффициент a все еще не определен. Для его определения и одновременно завершения всего доказательства надо воспользоваться последним уравнением Максвелла. Запишем его в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{D} = -\frac{\varepsilon\mu}{c} \dot{\mathbf{H}}. \quad (141.9)$$

Вычислив $\operatorname{rot} \mathbf{D}$ с использованием формул (141.5), найдем

$$\operatorname{rot} \mathbf{D} = (a-3) \frac{[\dot{p}r]}{vr^4} - \frac{[\ddot{p}r]}{v^2r^3} - f \frac{[\ddot{p}r]}{v^3r^2}.$$

С другой стороны, формула (141.8) с учетом соотношения $c^2 = \varepsilon\mu v^2$ дает

$$-\frac{\varepsilon\mu}{c} \dot{\mathbf{H}} = -\frac{[\dot{p}r]}{v^2r^3} - \frac{a-1}{2v^3r^2} [\ddot{p}r].$$

Путем сравнения с предыдущим выражением находим $a = 3$, $f = 1$. Эти значения удовлетворяют и последнему уравнению системы (141.7). Таким образом, все условия задачи удовлетворены, и поле диполя Герца можно представить в окончательном виде:

$$\mathbf{D} = \left[\frac{3(p_r)}{r^3} \mathbf{r} - \frac{p}{r^3} \right]_{t-\frac{r}{v}} + \left[\frac{3(\dot{p}r)}{vr^4} \mathbf{r} - \frac{\dot{p}}{vr^2} \right]_{t-\frac{r}{v}} + \left[\frac{(\ddot{p}r)}{v^2r^3} \mathbf{r} - \frac{\ddot{p}}{v^2r} \right]_{t-\frac{r}{v}}, \quad (141.10)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{cr^3} [\dot{p}r]_{t-\frac{r}{v}} + \frac{1}{cvr^2} [\ddot{p}r]_{t-\frac{r}{v}}.$$

Значок $t - r/v$, поставленный внизу справа от каждого слагаемого, напоминает о том, что значения дипольного момента \mathbf{p} и его производных по времени следует брать не в момент времени t , а в более ранний момент времени $t - r/v$. Такое «запаздывание» поля колеблющегося диполя означает, что электромагнитное поле не стоит на месте, а распространяется в виде возмущения со скоростью v .

При выводе формул (141.10) мы для краткости выражались так, как если бы векторы $\dot{\mathbf{p}}$ и $\ddot{\mathbf{p}}$ имели то же направление, что и сам вектор \mathbf{p} . В действительности это обстоятельство нигде не использовалось. Поэтому окончательные формулы (141.10) справедливы независимо от того, совпадают ли направления всех трех векторов \mathbf{p} , $\dot{\mathbf{p}}$, $\ddot{\mathbf{p}}$ или эти направления различны.

5. Поле, представляемое формулами (141.10), можно разложить на три части в зависимости от того, как они убывают с расстоянием от диполя r . При малых r , когда запаздывание несущественно, основную роль играет первое слагаемое. Оно меняется обратно пропорционально кубу расстояния r . Его мгновенное значение совпадает с полем статического диполя момента \mathbf{p} . Затем идут два члена: один электрический, другой магнитный, зависящие от $\dot{\mathbf{p}}$ и убывающие обратно пропорционально квадрату расстояния r . Магнитный член на малых расстояниях от диполя соответствует закону Био и Савара и представляет собой магнитное поле элемента тока $\dot{\mathbf{p}}$. Электрический член не допускает какой-либо простой интерпретации. Наконец, последние два члена, из которых один также электрический, а другой магнитный, зависят от второй производной дипольного момента. Эти члены убывают с расстоянием всего медленнее, а именно обратно пропорционально первой степени расстояния r . На больших расстояниях r эти члены становятся настолько большими по сравнению со всеми остальными членами, что последними можно полностью пренебречь. Тогда говорят о *волновой зоне* излучающего диполя. Таким образом, если пренебречь всеми более быстро убывающими слагаемыми, то для поля в волновой зоне можно написать

$$\mathbf{D} = \left[\frac{(\ddot{\mathbf{p}}r)}{v^2 r^3} \mathbf{r} - \frac{\ddot{\mathbf{p}}}{v^2 r} \right]_{t-\frac{r}{v}} = \frac{1}{v^2 r^3} [[\ddot{\mathbf{p}}r] \mathbf{r}]_{t-\frac{r}{v}}, \quad (141.11)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{cvr^2} [\dot{\mathbf{p}}r]_{t-\frac{r}{v}}.$$

Отсюда следует

$$\mathbf{D} = \frac{c}{v} [\mathbf{H}\mathbf{N}], \quad \mathbf{H} = \frac{v}{c} [\mathbf{N}\mathbf{D}], \quad (141.12)$$

где $\mathbf{N} = \mathbf{r}/r$ — единичный вектор, направленный вдоль радиуса-вектора \mathbf{r} . Мы видим, что векторы \mathbf{D} и \mathbf{H} взаимно перпендикулярны. Оба они перпендикулярны к радиусу-вектору \mathbf{r} (рис. 357). Вектор \mathbf{D} лежит в плоскости меридиана, а вектор \mathbf{H} направлен вдоль параллели, если в качестве полярной оси взять направление вектора $\dot{\mathbf{p}}$ (в момент времени $t - r/v$). Полученное поле в волно-

вой зоне называется *сферической электромагнитной волной*¹⁾. Таким образом, соотношения между электрическим и магнитным векторами в волновой зоне такие же, как и для плоской электромагнитной волны (см. § 139). Это вполне естественно, так как на больших расстояниях от излучающего источника малый участок сферического волнового фронта должен вести себя практически как плоский.

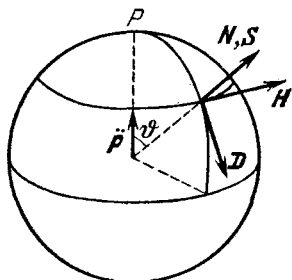


Рис. 357.

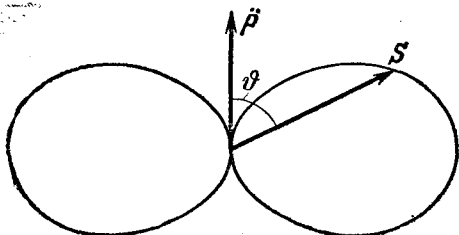


Рис. 358.

6. Вектор плотности потока электромагнитной энергии равен $\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}] = \frac{c}{4\pi\epsilon} [\mathbf{D}\mathbf{H}]$. Подставляя сюда значение \mathbf{D} из (141.12), получим

$$\mathbf{S} = \frac{c^2}{4\pi\epsilon v} H^2 \mathbf{N},$$

или с учетом выражения (141.11) для H

$$\mathbf{S} = \frac{\sin^2 \vartheta}{4\pi\epsilon v^3 r^2} \ddot{\mathbf{p}}^2 \mathbf{r} - \frac{r}{v} \mathbf{N}, \quad (141.13)$$

где ϑ — полярный угол, т. е. угол между векторами $\ddot{\mathbf{p}}$ и \mathbf{r} .

Выражение (141.13) показывает, что колеблющийся диполь излучает электромагнитную энергию в окружающее пространство. Поток энергии направлен *вдоль радиуса*, его плотность *обратно пропорциональна квадрату расстояния* r . Излучение *не изотропно*, его максимум приходится на угол $\vartheta = 90^\circ$. В направлении вектора $\ddot{\mathbf{p}}$ излучение отсутствует. «*Диаграмма направленности*» излучения диполя Герца представлена на рис. 358. Чтобы найти интегральную мощность излучения, т. е. полную энергию — $d\mathcal{E}/dt$, излучаемую диполем в единицу времени, умножим модуль выражения

¹⁾ Это название не совсем точно. Сферическая симметрия относится не к электромагнитному полю диполя, а только к *форме волновых фронтов*, т. е. поверхностей, до которых одновременно доходит возмущение: волновые фронты являются сферами, центры которых находятся в точке нахождения диполя в момент излучения.

(141.13) на элемент поверхности сферы $2\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta$ и проинтегрируем по всем направлениям. Таким путем найдем

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2}{3\epsilon v^3} \dot{\mathbf{p}}^2_{t-\frac{r}{v}}. \quad (141.14)$$

7. Во всех предыдущих вычислениях относительно характера изменения дипольного момента \mathbf{p} во времени не вводилось никаких предположений. Допустим теперь, что вектор \mathbf{p} совершает синусоидальные колебания $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{i\omega t}$. Тогда $\dot{\mathbf{p}} = i\omega \mathbf{p}$, $\ddot{\mathbf{p}} = -\omega^2 \mathbf{p}$. Замена времени t на $t - r/v$ преобразует экспоненциальный множитель в $e^{i\omega(t-r/v)} = e^{i(\omega t - kr)}$, где $k = \omega/v$ — волновое число. В результате из формул (141.10) получаем

$$\mathbf{D} = \left[\left(\frac{3(\mathbf{p}_0 r)}{r^3} \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}_0}{r^3} \right) + ik \left(\frac{3(\mathbf{p}_0 r)}{r^4} \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}_0}{r^2} \right) - k^2 \left(\frac{(\mathbf{p}_0 r)}{r^3} \mathbf{r} - \frac{\mathbf{p}_0}{r} \right) \right] e^{i(\omega t - kr)},$$

и аналогично для \mathbf{H} . Это выражение интересно в том отношении, что оно позволяет точно сформулировать, когда можно пользоваться электростатическим приближением, а когда достаточно ограничиться волновым полем, убывающим обратно пропорционально r . Действительно, отношение каждого члена полученной суммы к предыдущему порядка kr . Если $kr \ll 1$, то справедливо *электростатическое приближение*. Это — *условие квазистационарности*, которое также можно представить в виде $r \ll \lambda$, где $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны. Если же $kr \gg 1$, т. е. $r \gg \lambda$, то можно ограничиться только *волновым полем*. Условие $r \gg \lambda$ и определяет *волновую зону* колеблющегося диполя Герца.

Формула (141.14) для синусоидально колеблющегося диполя принимает вид

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2\omega^4}{3\epsilon v^3} p_0^2 \cos^2(\omega t - kr). \quad (141.15)$$

Если ее усреднить по периоду колебаний T , то для средней мощности излучения получится

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{\omega^4}{3\epsilon v^3} p_0^2. \quad (141.16)$$

Мощность излучения пропорциональна *четвертой степени частоты* ω . По этой причине для увеличения мощности излучающих систем пользуются *короткими волнами*. Так, частота переменного тока городской сети $\nu = 50$ Гц, а длина волны $\lambda = \frac{c}{\nu} = 6 \cdot 10^7$ км. Такие токи практически не излучают. Но если $\lambda = 1$ км, то при той же амплитуде мощность излучения увеличится в $(6 \cdot 10^7)^4 \approx \approx 10^{31}$ раз!

8. Полученные результаты можно использовать для нахождения электромагнитного поля одиночного движущегося точечного

заряда e . С этой целью допустим, что диполь состоит из двух точечных зарядов: e и $-e$, из которых второй *бесконечно тяжелый*. Второй заряд можно считать неподвижным. Он создает только электростатическое поле по закону Кулона. Если последнее вычтуть из полного поля диполя, то останется только поле движущегося заряда e . Представим дипольный момент в виде $\mathbf{p} = e(\mathbf{R} - \mathbf{R}')$, где \mathbf{R} — радиус-вектор заряда e , а \mathbf{R}' — заряда $-e$. Так как $\mathbf{R}' = \text{const}$, то отсюда получаем $\dot{\mathbf{p}} = e\dot{\mathbf{R}} = e\mathbf{v}$, $\ddot{\mathbf{p}} = e\dot{\mathbf{v}}$, где \mathbf{v} — скорость, а $\dot{\mathbf{v}}$ — ускорение заряда e . Для излучаемой мощности находим

$$- \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2e^2}{3\epsilon v^3} \dot{\mathbf{v}}^2. \quad (141.17)$$

Таким образом, *электрический заряд излучает электромагнитную энергию, если он движется ускоренно*.

Понятно, что формула (141.17) справедлива только в *нерелятивистском приближении*, поскольку при ее выводе использовалась нерелятивистская кинематика.

ЗАДАЧИ

1. Найти выражение для поля излучения в однородной среде точечного магнитного диполя с магнитным моментом \mathfrak{M} .

Решение. Из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

и предельного условия при $r \rightarrow 0$ следует, что искомое поле получится из формулы (141.10) путем замены

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathfrak{M}, \quad \mathbf{D} \rightarrow \mathbf{B}, \quad \mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}.$$

2. По бесконечно длинному соленоиду течет переменный ток. Магнитное поле внутри соленоида определяется формулой $H = \frac{4\pi}{c} i$, где i — ток, приходящийся на единицу длины соленоида. Если на соленоид надеть проволочный виток, то магнитный поток через него будет меняться и в витке возникнет индукционный ток. Но магнитное поле в месте нахождения витка равно нулю, и не видно причины для возникновения индукционного тока. Разъяснить этот парадокс.

Отв е т. Магнитное поле переменного тока вне соленоида не равно нулю (см. следующую задачу).

3. Рассчитать напряженности магнитного и электрического полей во внешнем пространстве бесконечно длинного и бесконечно тонкого прямолинейного соленоида, по которому течет переменный ток (см. предыдущую задачу). Ограничиться квазистационарным приближением, предполагая, что расстояние до оси соленоида R мало по сравнению с длиной волны λ и велико по сравнению с поперечными размерами соленоида.

Решение. Воспользуемся формулами для электромагнитного поля точечного магнитного диполя. Статические члены нам не понадобятся, а членами, содержащими \mathfrak{M} , которые существенны в волновой зоне, мы пренебрежем. Кроме того, в требуемом приближении можно пренебречь запаздыванием. С этими

оговорками

$$B = \frac{3(\dot{\mathcal{M}}r)}{vr^3} r - \frac{\dot{\mathcal{M}}}{vr^2}, \quad E = -\frac{1}{cr^3} [\dot{\mathcal{M}}r]. \quad (141.18)$$

Теперь разобьем весь бесконечный соленоид на бесконечно короткие цилиндрики с высотой dx . Каждый из них представляет собой точечный магнитный диполь с дипольным моментом $d\mathcal{M} = \frac{Si}{c} dx$, где S — площадь поперечного сечения соленоида. Вычислив по предыдущим формулам магнитное и электрическое поле каждого такого кольцевого тока и проинтегрировав по длине бесконечного соленоида, получим

$$B = \frac{\pi S}{2vcR} \frac{di}{dt}, \quad E = -\frac{2S}{Rc^2} \frac{di}{dt}$$

(предполагается, что $\mu = 1$). Магнитное поле направлено параллельно оси соленоида. Электрические силовые линии имеют форму коаксиальных окружностей, центры которых расположены на оси соленоида. При интегрировании по длине бесконечного соленоида статические члены, входящие в выражение для электромагнитного поля точечного магнитного диполя, дают нуль. Поэтому они и опущены в (141.18).

§ 142. Демонстрационные опыты с электромагнитными волнами

1. Электромагнитные волны впервые были получены и исследованы на опыте Генрихом Герцем в 1887—1888 гг. *Вибратор Герца*, с помощью которого он возбуждал электромагнитные волны, состоял из двух одинаковых металлических стержней V, V , разделенных искровым промежутком (рис. 359, слева). Обе половины вибратора соединялись с индуктором I . Когда напряжение на искровом промежутке достигало пробойного значения, искровой промежуток пробивался электрической искрой, замыкавшей обе половины вибратора. В вибраторе возникали затухающие собственные электрические колебания высокой частоты с узлами тока на его концах. Наиболее интенсивным было

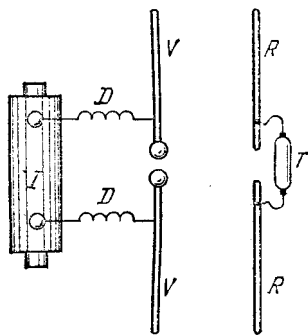


Рис. 359.

основное собственное колебание с пучностью тока посередине вибратора и с длиной волны, равной приблизительно удвоенному расстоянию между его концами. Собственные колебания с высшими частотами были слабы и практически не играли роли. Для предотвращения ухода быстропеременных токов из вибратора в катушку индуктора последний присоединялся к вибратору через дроссели D . Такой вибратор, как уже указывалось в начале предыдущего параграфа, можно рассматривать как систему точечных диполей