роды, и развитие науки, во всяком случае в ее основах, было бы окончательно завершено.

Деление энергии на кинетическую и потенциальную имеет смысл только в механике и не охватывает всех форм энергии. Кроме того, отнесение энергии к тому или иному виду часто зависит от точки зрения. Например, в макроскопической механике упругая энергия сжатого идеального газа считается потенциальной. Но с молекулярной точки зрения упругость газа объясняется тепловым движением его молекул. Поэтому с этой точки зрения ту же энергию следует считать кинетической.

4. Принцип сохранения энергии, наряду с громадными конкретными применениями к уже известным явлениям, дает руководящие указания и в неисследованных областях. Всякое кажущееся нарушение этого принципа указывает на существование новых явлений, не укладывающихся в рамки существующих научных концепций. Так было, например, при открытии *радиоактивности*. Так было и с открытием *нейтрино*. На опыте были обнаружены кажущиеся нарушения законов сохранения энергии и импульса в явлениях β-распада атомных ядер. Это обстоятельство вынудило Паули (1900—1958) ввести гипотезу, впоследствии подтвержденную экспериментально, что в β-распаде наряду с известными заряженными частицами (электронами и атомными ядрами) участвует еще неизвестная нейтральная частица, которая и была названа *нейтрино*. Эта частица и уносит недостающие энергию и импульс. Благодаря исключительно слабому взаимодействию с веществом она ускользает от наблюдения. (Позднее, когда было выяснено, что каждой частице соответствует античастица, оказалось, что в явлениях электронного β-распада участвует не нейтрино, а *антинейтрино*.)

Общефизический принцип сохранения энергии охватывает, таким образом, не только явления, рассматриваемые в макроскопической механике, но и такие физические явления, к которым законы такой механики не применимы. Поэтому он не может быть выведен из уравнений макроскопической механики, а должен рассматриваться как *одно из наиболее широких обобщений опытных фактов*.

§ 28. Абсолютно упругий удар

1. Интересные превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно наблюдаются при *абсолютно упругом ударе*. Так называется столкновение тел, в результате которого их внутренние энергии не меняются. В чистом виде такой случай при столкновении макроскопических тел не встречается. Но к нему можно подойти довольно близко. Это имеет место, например, при столкновениях бильярдных шаров из слоновой кости или подходящей пластмассы. При столкновениях атомных, ядерных или элементарных частиц может реализоваться и случай абсолютно упругого удара в чистом виде. Такая возможность связана с *квантовыми законами*. Внутренние состояния и соответствующие им значения внутренней энергии атомных частиц *дискретны* (*квантованы*). Частицы при столкновении могут разлететься без изменения внутренних состояний. Тогда столкновение и будет абсолютно упругим. Так будет всегда, когда кинетической энергии сталкивающихся частиц недостаточно, чтобы перевести хотя бы одну из них из *нормального* в ближайшее *возбужденное* состояние, характеризующееся бóльшим значением внутренней энергии. При больших энергиях столкновение может сопровождаться возбуждением одной или обеих частиц с увеличением их внутренних энергий. Наконец, может быть и такой случай, когда сталкиваются возбужденные частицы и в результате столкновения их внутренние энергии уменьшаются. Во всех таких случаях говорят о *неупругих ударах*.

2. Рассмотрим сначала *центральные удары* абсолютно упругих шаров. В этом случае скорости шаров до удара v_1 и v_2 направлены вдоль прямой, соединяющей их центры. Эта прямая называется *линией центров*. При столкновении кинетическая энергия шаров $^1/_2\,(m_1+m_2)\,V^2$, связанная с движением их центра масс, измениться не может, так как не может измениться скорость самого центра масс. Может претерпевать превращения только кинетическая энергия $^1/_2\,\mu\,(v_1-v_2)^2$ относительного движения шаров. В случае абсолютно упругого удара шары при столкновении сплющиваются, и кинетическая энергия частично переходит в потенциальную энергию упругих деформаций. В некоторый момент вся кинетическая энергия относительного движения $^1/_2\mu\,(v_1-v_2)^2$ переходит в потенциальную энергию упруго деформированных шаров. В этот момент шары аналогичны сжатым пружинам, стремящимся перейти в недеформированное состояние. Ввиду этого начинается обратный процесс перехода энергии упругих деформаций в кинетическую энергию поступательного движения шаров. Когда он заканчивается, шары разлетаются в разные стороны и вновь оказываются не деформированными. Таким образом, кинетическая энергия поступательного движения шаров снова принимает исходное значение, каким оно было до удара. Для реальных тел этот процесс осложняется возникновением упругих возмущений, распространяющихся в шарах со скоростью звука, излучением звуковых волн, а также внутренним трением и остаточными деформациями. После столкновения часть энергии уносится в виде энергии таких упругих возмущений, внутренних движений и звуковых волн, излученных в окружающую среду. Эта часть энергии в конце концов переходит в тепловую (внутреннюю) энергию. Она может быть очень малой и в предельном случае идеально упругих шаров обращается в нуль.

3. Скорости шаров после столкновения v_1' и v_2' легко найти из законов сохранения импульса и энергии:

$$m_1v_1' + m_2v_2' = m_1v_1 + m_2v_2,$$
$$\frac{1}{2} m_1v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2v_2'^2 = \frac{1}{2} m_1v_1^2 + \frac{1}{2} m_2v_2^2. \tag{28.1}$$

Так как одно из этих уравнений — квадратное, а другое — линейное, то система (28.1) должна иметь два решения относительно неизвестных v_1' и v_2'. Одно из этих решений можно указать сразу, а именно $v_1' = v_1$, $v_2' = v_2$. Но это решение не удовлетворяет условию задачи. Ему соответствует случай, когда скорости шаров не изменились, т. е. шары не претерпели столкновения. Существование такого решения неизбежно. Действительно, законы сохранения импульса и энергии можно написать для двух любых состояний системы, разделенных каким-то промежутком времени Δt. Но в самих законах сохранения еще не заложено условие, что столкновение произошло. Это условие должно быть указано дополнительно. Если столкновение не произошло, то скорости шаров не могли измениться, и мы получаем решение $v_1' = v_1$, $v_2' = v_2$, указанное выше. Чтобы получить решение, относящееся к столкновению, очевидно, надо потребовать, чтобы скорости шаров *изменились*, т. е. $v_1' \neq v_1$, $v_2' \neq v_2$. Заметив это, перепишем уравнения (28.1) в виде

$$m_1(v_1' - v_1) = m_2(v_2 - v_2'), \qquad m_1(v_1'^2 - v_1^2) = m_2(v_2^2 - v_2'^2).$$

Так как $v_1' - v_1$ и $v_2' - v_2$ не равны нулю, то уравнения можно поделить почленно. Это дает

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'.$$

В результате задача свелась к решению системы двух линейных уравнений. Решая их, найдем единственное решение

$$v_1' = -v_1 + 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}, \qquad v_2' = -v_2 + 2\frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}, \tag{28.2}$$

удовлетворяющее условию задачи.

4. Полезно привести другой способ решения той же задачи. Он сокращает вычисления и лучше выявляет структуру окончательных формул. Рассмотрим процесс удара сначала в *системе центра масс*, т. е. в такой системе отсчета, в которой центр масс неподвижен. Относительно неподвижной системы отсчета (ее называют *лабораторной*) центр масс движется со скоростью

$$V = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}. \tag{28.3}$$

Скорости в системе центра масс будем обозначать прежними буквами, но с индексом O. Полный импульс в системе центра масс равен нулю, и законы сохранения импульса и энергии в такой системе запишутся в виде

$$m_1 v'_{10} + m_2 v'_{20} = m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = 0,$$
$$\frac{1}{2} m_1 v'^2_{10} + \frac{1}{2} m_2 v'^2_{20} = \frac{1}{2} m_1 v^2_{10} + \frac{1}{2} m_2 v^2_{20}. \quad (28.4)$$

Эта система уравнений имеет два решения, которые могут быть указаны без вычислений. Первое решение

$$v'_{10} = v_{10}, \qquad v'_{20} = v_{20}$$

не удовлетворяет условиям задачи. Годится только второе решение, а именно

$$v'_{10} = -v_{10}, \qquad v'_{20} = -v_{20}.$$

Мы видим, что в системе центра масс столкновение приводит просто к изменению знака каждой из скоростей.

Рис. 49.

Перейдем теперь к лабораторной системе отсчета. Очевидно $v_{01} = v_1 - V$, $v'_{01} = v'_1 - V$ и т. д. Поэтому

$$(v'_1 - V) = -(v_1 - V), \qquad (v'_2 - V) = -(v_2 - V),$$

откуда

$$v'_1 = -v_1 + 2V, \qquad v'_2 = -v_2 + 2V. \quad (28.5)$$

Подставив сюда значение для V из (28.3), придем к прежним формулам (28.2).

5. Допустим, что второй шар вначале был неподвижным ($v_2 = 0$). Тогда

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \qquad v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1.$$

Если $m_1 > m_2$, то первый шар будет двигаться в первоначальном направлении. При $m_1 < m_2$ он отскочит в противоположном направлении. При $m_1 = m_2$ первый шар остановится, а второй пойдет вперед со скоростью первого. Вообще, при $m_1 = m_2$ из формул (28.2) получаем

$$v'_1 = v_2, \qquad v'_2 = v_1,$$

т. е. *при столкновении двух одинаковых абсолютно упругих шаров они просто обмениваются скоростями.*

Рассмотрим ряд соприкасающихся одинаковых абсолютно упругих шаров, центры которых расположены вдоль одной и той же прямой линии (рис. 49). В соответствующем демонстрационном опыте шары подвешиваются на нитях, а не располагаются на поверхности стола, чтобы не возникало вращение их из-за трения между шарами и поверхностью стола. Отклоним в сторону шар *1*. Ударившись о шар *2* со скоростью v, он передаст ему эту скорость, а сам остановится. С шаром *2* произойдет то же самое — при ударе о шар *3* он остановится, а шар *3* придет в движение со скоростью v. Этот процесс будет повторяться с каждым впереди находящимся шаром. В конце концов последний шар отскочит со скоростью v, а все прочие шары останутся в состоянии покоя.

Отклоним теперь два шара. При возвращении в нижнее положение они приобретут одну и ту же скорость v и, двигаясь с такой

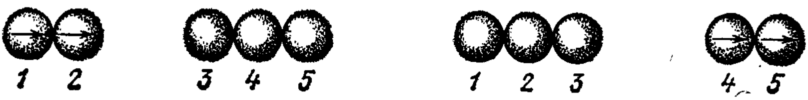

Рис. 50.

скоростью, ударят впереди находящийся шар (рис. 50). Оказывается, что в результате удара отскочат два последних шара со скоростью v, а все остальные шары останутся в покое. Явление можно объяснить следующим образом. Шар *2* ударяет в шар *3*. В результате этого шар *2* останавливается, а шар *3* приобретает скорость v. Однако шар *2* сразу же подвергается удару со стороны шара *1* и снова приобретает прежнюю скорость v. Таким образом, шар *1* придет в состояние покоя, а шары *2* и *3* будут двигаться вместе со скоростью v. Повторяя это рассуждение, найдем, что затем остановится шар *2*, а начнут двигаться шары *3* и *4* и т. д. В конце концов скорость v приобретут два последних шара, а все остальные шары придут в состояние покоя. Вместо двух можно отклонить три, четыре и т. д. шара, сообщив им одну и ту же скорость v. После удара отскочит такое же количество шаров, а остальные шары останутся неподвижными.

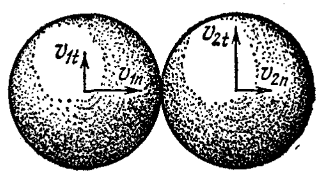

Рис. 51.

6. Рассмотрим теперь *нецентральный удар* твердых упругих шаров. Так называется столкновение, когда в момент удара начальные скорости шаров не совпадают по направлению с линией центров. Разложим в момент столкновения начальную скорость каждого шара на нормальную v_n и тангенциальную v_t составляющие, т. е. составляющие вдоль линии центров и перпендикулярно к ней (рис. 51). Так же поступим с конечными скоростями шаров в момент начала их разлета. Тогда законы сохранения импульса и энергии запишутся в виде

$$\begin{gathered} m_1 v'_{1n} + m_2 v'_{2n} = m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n}, \qquad m_1 v'_{1t} + m_2 v'_{2t} = m_1 v_{1t} + m_2 v_{2t}, \\ \frac{1}{2} m_1 \left(v'^2_{1n} + v'^2_{1t}\right) + \frac{1}{2} m_2 \left(v'^2_{2n} + v'^2_{2t}\right) = \frac{1}{2} m_1 \left(v^2_{1n} + v^2_{1t}\right) + \frac{1}{2} m_2 \left(v^2_{2n} + v^2_{2t}\right). \end{gathered} \tag{28.6}$$

Получилось всего три уравнения для определения четырех неизвестных v'_{1n}, v'_{1t}, v'_{2n}, v'_{2t}. Чтобы написать недостающее уравнение, введем предположение, что *при столкновении шаров не возникают тангенциальные силы*. В сущности, ввести такое предположение вынуждает нас закон сохранения энергии, уже использованный при написании наших уравнений. Действительно, если бы тангенциальные скорости сталкивающихся шаров были одинаковы ($v_{1t}=v_{2t}$), то рассматриваемый случай сводился бы к случаю центрального удара, уже разобранному выше. Для этого достаточно было бы перейти в систему отсчета, в которой $v_{1t}=v_{2t}$. Поэтому без ущерба для общности мы будем предполагать, что $v_{1t}\neq v_{2t}$. Но тогда, если бы при столкновении развивались тангенциальные силы трения скольжения, механическая энергия не могла бы сохраняться. Поэтому, предполагая удар идеально упругим, мы должны считать сами шары *идеально гладкими*. При их столкновении тангенциальные силы не возникают. Если так, то не происходит также изменения тангенциальных скоростей, и к уравнениям (28.6) следует присоединить уравнения $v'_{1t}=v_{1t}$, $v'_{2t}=v_{2t}$. Тогда останутся только уравнения для нормальных скоростей, отличающиеся от уравнений (28.1) лишь обозначениями. В результате мы приходим к следующему заключению.

При столкновении гладких идеально упругих шаров их тангенциальные скорости не изменяются. Нормальные же скорости изменяются так же, как и скорости при центральном ударе. В частности, при столкновениях не изменяются состояния вращения шаров. Это было бы возможно только при наличии тангенциальных сил. *Если шары одинаковы, то при столкновении они обмениваются нормальными скоростями, тангенциальные скорости их остаются неизменными.*

7. Отметим случай, когда масса одного из шаров бесконечно велика. В этом случае скорость большего шара при столкновении вообще не изменяется. Устремляя радиус этого шара к бесконечности, в пределе придем к задаче о столкновении гладкого упругого шара с *гладкой плоской стенкой*. Если связать систему отсчета с такой стенкой, то можно сказать, что при столкновении с ней тангенциальная скорость шара не меняется, а нормальная меняет знак. Это значит, что шар отражается от стенки «*зеркально*»: его скорость по величине не изменяется, а угол падения равен углу отражения.

ЗАДАЧИ

1. На гладком горизонтальном столе лежит шар массы m_1, соединенный с пружиной жесткости k. Второй конец пружины закреплен (рис. 52). Происходит лобовое упругое соударение этого шара с другим шаром, масса которого m_2 меньше

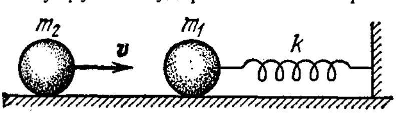

Рис. 52.

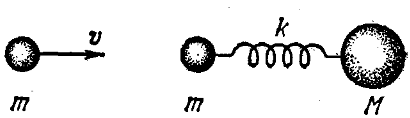

Рис. 53.

m_1, а скорость равна v. В какую сторону будет двигаться второй шар после удара? Определить амплитуду колебаний первого шара A после соударения.

Ответ. После соударения второй шар отскочит назад.

$$A=\frac{2m_2v}{m_1+m_2}\sqrt{\frac{m_1}{k}}.$$

2. Система состоит из двух шариков с массами m и M, соединенных между собой невесомой пружиной с коэффициентом упругости k (рис. 53). Третий шарик с массой m, движущийся вдоль оси пружины со скоростью v, претерпевает упругое столкновение с шариком m, как указано на рис. 53. Считая шарики абсолютно жесткими, найти после столкновения: 1) кинетическую энергию K движения системы как целого; 2) внутреннюю энергию системы $E_{\text{вн}}$; 3) амплитуду колебаний одного шарика относительно другого A. До удара система покоилась, а пружина не была деформирована. Какие шарики могут рассматриваться как абсолютно жесткие?

Ответ. 1) $K=\frac{(mv)^2}{2(M+m)}$; 2) $E_{\text{вн}}=\frac{Mmv^2}{2(M+m)}$; 3) $A=v\sqrt{\frac{Mm}{k(M+m)}}$.

3. Ядра дейтерия D и трития T могут вступать в реакцию

$$\mathrm{D}+\mathrm{T}\rightarrow \mathrm{He}^4+\mathrm{n}+17{,}6\ \text{МэВ},$$

в результате которой образуются нейтроны n и α-частицы, т. е. ядра гелия He^4. При каждой реакции выделяется энергия 17,6 МэВ. Определить, какую энергию уносит электрон и какую α-частица. Кинетические энергии, которыми обладали частицы до реакции, пренебрежимо малы.

Пояснение. Дейтерий — изотоп водорода с атомным весом 2, тритий — изотоп водорода с атомным весом 3, He^4 — обычный гелий с атомным весом 4.

Ответ. α-частица уносит 3,5 МэВ, нейтрон — 14,1 МэВ.

4. Ядра дейтерия D могут вступать друг с другом в реакцию, в результате которой образуется протон и ядро трития T. Каждый протон уносит кинетическую энергию 3 МэВ. Какую кинетическую энергию уносит ядро атома трития и каков общий энергетический выход реакции? Кинетические энергии, которыми обладали частицы до реакции, пренебрежимо малы.

Ответ. Ядро трития уносит энергию 1 МэВ; общий энергетический выход реакции 4 МэВ.

5. Ядра дейтерия могут вступать также в реакцию

$$\mathrm{D}+\mathrm{D}\rightarrow \mathrm{He}^3+\mathrm{n}+3{,}25\ \text{МэВ}.$$

Какую энергию уносит нейтрон и какую ядро гелия He^3 с атомным весом 3? Кинетические энергии, которыми обладали частицы до реакции, пренебрежимо малы.

Ответ. Нейтрон уносит энергию 2,44 МэВ, ядро He^3 — 0,81 МэВ.

6. В реакции

$$\mathrm{He}^3+\mathrm{D}\rightarrow \mathrm{He}^4+\mathrm{p}$$

получаются протоны с энергией 14,6 МэВ. Какую энергию уносит ядро гелия-4 (He^4) и какой общий энергетический выход реакции? Кинетические энергии, которыми обладали частицы до реакции, пренебрежимо малы.

Ответ. Ядро He^4 уносит энергию 3,7 МэВ, общий энергетический выход реакции 18,3 МэВ.

7. Движущаяся частица претерпевает упругое столкновение с покоящейся частицей такой же массы. Доказать, что после столкновения, если оно не было лобовым, частицы разлетятся под прямым углом друг к другу. Как будут двигаться частицы после лобового столкновения?

Решение. Пусть $\boldsymbol{v}$ — скорость первой частицы до столкновения, $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ — скорости частиц после столкновения. Законы сохранения импульса и энергии дают

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2, \qquad v^2=v_1^2+v_2^2.$$

Возводя первое соотношение в квадрат и вычитая из него второе, получим $(\boldsymbol{v}_1\boldsymbol{v}_2)=0$. Если оба вектора $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ не равны нулю, что будет при нелобовом ударе, то угол между ними будет равен 90°. При лобовом столкновении $v_1=0$, $v_2=v$, т. е. частицы просто обмениваются скоростями.

8. При бомбардировке гелия α-частицами с энергией 1 МэВ найдено, что налетающая частица отклонилась на 60° по отношению к первоначальному направлению полета. Считая удар упругим, определить ее энергию и энергию ядра отдачи.

Ответ. 1/4 МэВ и 3/4 МэВ.

9. Определить долю энергии, теряемую частицей массы m_1 при упругом столкновении ее с неподвижной частицей массы m_2, если после столкновения частица продолжает двигаться в прежнем (когда $m_1 > m_2$) или прямо противоположном (когда $m_1 < m_2$) направлениях. Показать, что доля теряемой энергии не зависит от того, какая частица движется, а какая покоится. При каком соотношении масс m_1/m_2 потеря энергии максимальна? Используя полученные результаты, объяснить, почему в ядерных реакторах для замедления нейтронов используется рассеяние их на ядрах легких (дейтерий, углерод), а не тяжелых атомов.

Ответ. $\frac{\Delta E}{E}=4\frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2}$. Потеря энергии максимальна при $m_1=m_2$.

10. Определить долю энергии α, теряемую протоном при упругом рассеянии под углом 180° на протоне, дейтроне, ядре гелия и ядре углерода.

Ответ. $\alpha=\frac{4A}{(1+A)^2}$, где A — атомный вес частицы, с которой сталкивается протон:

A	1	2	4	12
α	1	0,89	0,64	0,284

11. Каков максимальный угол ϑ рассеяния α-частицы и дейтрона при упругом рассеянии в водороде?

Решение. Пусть m_1 — масса рассеиваемой частицы (α-частицы или дейтрона), $\boldsymbol{v}$ — ее скорость до рассеяния; m_2 — масса рассеивающей частицы (атома водорода); $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ — скорости частиц после рассеяния (рис. 54). Законы сохранения импульса и энергии дают:

$$m_1 v = m_1 v_1 \cos\alpha + m_2 v_2 \cos\beta,$$
$$m_1 v_1 \sin\alpha = m_2 v_2 \sin\beta,$$
$$m_1 v^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2.$$

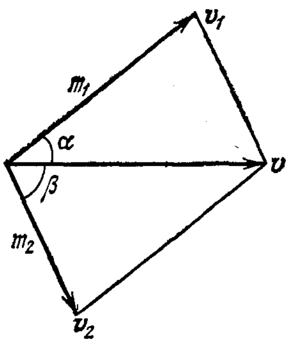

Рис. 54.

Исключив отсюда угол β и скорость v_2, получим для v_1 квадратное уравнение

$$(m_1+m_2)v_1^2 - 2m_1 v v_1 \cos\alpha + (m_1-m_2)v^2 = 0.$$

Условие вещественности корней его, как легко видеть, имеет вид $\sin\alpha \leqslant m_2/m_1$. Максимальный угол α, удовлетворяющий этому условию, и будет равен углу ϑ. Таким образом, $\sin\vartheta = m_2/m_1$. Отсюда находим для α-частицы $\vartheta = 14°30'$, для дейтрона $\vartheta = 30°$.

12. Альфа-частица, летящая со скоростью v_0, испытывает упругое столкновение с неподвижным ядром и летит под углом 90° к первоначальному направлению движения. При каком соотношении масс α-частицы m и ядра M это возможно? Определить скорость α-частицы v и ядра V после столкновения. Определить также угол ϑ между направлением скорости вылетающего ядра и первоначальным направлением движения α-частицы.

Ответ. Масса α-частицы должна быть меньше массы ядра: $m < M$;
$$v=v_0\sqrt{\frac{M-m}{M+m}};\quad V=\frac{mv_0}{M}\sqrt{\frac{2M}{M+m}};\quad \operatorname{tg}\vartheta=\sqrt{\frac{M-m}{M+m}}.$$

13. Частица массы m, летящая горизонтально со скоростью V, сталкивается с невозбужденным неподвижным атомом массы M, после чего она отскакивает и летит в прямо противоположном направлении с половинной скоростью $V/2$, а атом переходит в возбужденное состояние, т. е. состояние с более высокой внутренней энергией. Определить скорость атома v после столкновения и энергию E, которая пошла на возбуждение атома. Для каких невозбужденных атомов описанный процесс невозможен?

Ответ. $v=\frac{3}{2}\frac{mV}{M}$, $E=\frac{3mV^2}{8}\left(1-\frac{3m}{M}\right)$. Процесс невозможен, если $M<3m$.

14. Ядра дейтерия и трития летят навстречу друг другу таким образом, что центр масс этих частиц остается неподвижным. Суммарная кинетическая энергия обеих частиц равна $E = 15$ кэВ. До какой энергии $E_д$ надо ускорить ядро дейтерия, оставляя тритий неподвижным, чтобы получить тот же выход реакции? Какая энергия $E_т$ потребуется для той же цели, если ускорять тритий?

Рассматриваемая реакция, а также реакция, о которой говорится в следующей задаче, являются основными реакциями, с помощью которых предполагается осуществить управляемую термоядерную реакцию синтеза для использования в мирных целях.

Ответ.
$$E_д=\frac{m_д+m_т}{m_т}E=\frac{5}{3}E=25 \text{ кэВ},$$
$$E_т=\frac{m_д+m_т}{m_д}E=\frac{5}{2}E=37{,}5 \text{ кэВ}.$$

15. Ядро дейтерия сталкивается и вступает в реакцию с ядром трития. Предполагается осуществить этот процесс, ускорив перед столкновением лишь одну частицу до энергии $E = 20$ кэВ, оставляя вторую неподвижной. Что выгоднее для осуществления реакции: ускорить легкую или тяжелую частицу? Предполагается, что удар между частицами центральный.

Ответ. Если ускорять дейтерий, то энергия
$$E/(1+m_т/m_д)=8 \text{ кэВ},$$
связанная с движением центра масс, не может принимать участие в реакции. В случае ускорения трития эта энергия равна
$$E/(1+m_д/m_т)=12 \text{ кэВ}.$$
Выгоднее ускорять дейтерий. Выигрыш в энергии в этом случае будет
$$\frac{m_т-m_д}{m_т+m_д}E=\frac{1}{5}E=4 \text{ кэВ}.$$

16. Первая искусственная ядерная реакция
$$N^{14}+He^4=O^{17}+p$$
наблюдалась Резерфордом в 1919 г. Она идет с поглощением энергии $E = 1{,}13$ МэВ. Какую минимальную энергию E_0 надо сообщить в лабораторной системе α-частице (т. е. ядру атома гелия), чтобы при бомбардировке неподвижной мишени из N^{14} указанная реакция могла пойти?

Решение. Обозначим через p_0 импульс α-частицы до столкновения. В результате столкновения импульс не изменяется. С ним связана кинетическая энергия движения центра масс
$$K_{ц.м}=\frac{p_0^2}{2(m_{He}+m_N)}=\frac{m_{He}}{m_{He}+m_N}E_0,$$
которая также не изменяется, а потому никак не участвует в ядерных превращениях.

Следовательно, искомая энергия найдется из условия

$$E_0 = E + K_{\text{ц.м}} = E + \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{He}} + m_{\text{N}}} E_0,$$

откуда

$$E_0 = \frac{m_{\text{He}} + m_{\text{N}}}{m_{\text{N}}} E = 1{,}45 \text{ МэВ}.$$

17. *Пороговой энергией* $E_{\text{пор}}$ или *порогом* ядерной реакции называется такая энергия бомбардирующей частицы, что ядерная реакция при неподвижной мишени может идти только тогда, когда энергия E бомбардирующей частицы равна или превосходит $E_{\text{пор}}$, а при $E < E_{\text{пор}}$ реакция невозможна. Пороговая энергия ядерной реакции $\text{Li}^7 + \text{p} \rightarrow \text{Be}^7 + \text{n}$ (литий неподвижен) равна $E_{\text{пор}} = 1{,}88$ МэВ. При каких энергиях бомбардирующих протонов E_{p} нейтроны в такой реакции могут лететь назад от литиевой мишени?

Решение. Минимальное значение искомой энергии протона E_{p} соответствует лобовому столкновению, когда все частицы до и после столкновения движутся вдоль одной и той же прямой. Поэтому можно ограничиться только такими столкновениями.

Допустим сначала, что энергия бомбардирующего протона равна пороговой $E_{\text{пор}}$. Тогда получающиеся в результате реакции ядро Be и нейтрон в системе центра масс должны находиться в состоянии покоя, а потому в лабораторной системе двигаться вперед с одинаковыми скоростями. При таком движении они *уносят кинетическую энергию*

$$E_0 = P_{\text{пор}}^2 / 2\,(m_{\text{Be}} + m_{\text{n}}),$$

где $P_{\text{пор}}$ — импульс протона, соответствующий пороговой энергии

$$E_{\text{пор}} = P_{\text{пор}}^2 / (2m_{\text{p}}).$$

Разность этих двух энергий

$$E_{\text{пор}} - E_0 = \frac{m_{\text{Be}} + m_{\text{n}} - m_{\text{p}}}{m_{\text{Be}} + m_{\text{n}}} E_{\text{пор}} \tag{28.7}$$

затрачивается на ядерную реакцию.

Найдем теперь энергию бомбардирующего протона E_{p}, при которой получаются нейтроны в состоянии покоя, а ядра бериллия летят вперед. Если P_{p} — импульс протона до реакции, то

$$E_{\text{p}} = P_{\text{p}}^2 / (2m_{\text{p}}),$$

а кинетическая энергия образовавшегося ядра бериллия $E_{\text{Be}} = P_{\text{p}}^2/(2m_{\text{Be}})$. Разность этих энергий

$$E_{\text{p}} - E_{\text{Be}} = {}^1\!/_2 P_{\text{p}}^2 \left(\frac{1}{m_{\text{p}}} - \frac{1}{m_{\text{Be}}}\right) = \frac{m_{\text{Be}} - m_{\text{p}}}{m_{\text{Be}}} E_{\text{p}} \tag{28.8}$$

идет на ядерную реакцию, а потому равна величине (28.7). Приравнивая выражения (28.7) и (28.8), находим

$$E_{\text{p}} = \frac{m_{\text{Be}}\,(m_{\text{Be}} + m_{\text{n}} - m_{\text{p}})}{m_{\text{Be}}^2 - m_{\text{p}}^2} E_{\text{пор}},$$

или, пренебрегая различием масс протона и нейтрона,

$$E_{\text{p}} = \frac{m_{\text{Be}}^2}{m_{\text{Be}}^2 - m_{\text{p}}^2} E_{\text{пор}} = \frac{49}{48} E_{\text{пор}} = 1{,}92 \text{ МэВ}.$$

При больших энергиях появятся нейтроны, летящие назад.