ГЛАВА VI

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

* *

§ 39. Кинематика гармонического колебательного движения

Колебательные явления играют важную роль в самых разнообразных вопросах физики. Подробный разбор их дается в других разделах нашего курса. Здесь же мы ограничимся предварительным рассмотрением простейших *механических колебаний*. Начнем с *колебательного движения* материальной точки. В таком движении точка через равные промежутки времени проходит через одно и то же положение и притом в одном и том же направлении.

Важнейшим среди колебательных движений является так называемое *простое* или *гармоническое колебательное движение*. О нем мы уже говорили в § 11. Характер такого движения лучше всего раскрывается с помощью следующей кинематической модели. Допустим, что геометрическая точка M равномерно вращается по окружности радиуса A с постоянной угловой скоростью ω (рис. 83). Ее проекция N на диаметр, например на ось X, будет совершать колебательное движение от крайнего положения N_1 до другого крайнего положения N_2 и обратно. Такое колебание точки N и называют простым или гармоническим колебанием. Чтобы его описать, надо найти координату x точки N как функцию времени t. Допустим, что в начальный момент времени $t = 0$ радиус OM образовывал с осью X угол δ. Спустя время t этот угол получит приращение ωt и сделается равным $\omega t + \delta$. Из рис. 83 видно, что

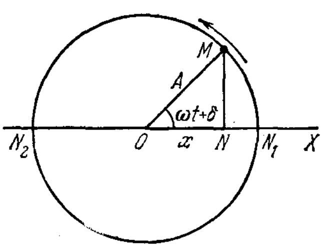

Рис. 83.

$$x = A\cos(\omega t + \delta). \qquad (39.1)$$

Эта формула и описывает аналитически гармоническое колебательное движение точки N вдоль диаметра N_1N_2.

Величина A дает максимальное отклонение колеблющейся точки от положения равновесия O. Она называется *амплитудой колебания*. Величина ω называется *циклической частотой*. Величину $\omega t + \delta$ называют *фазой колебания*, а ее значение при $t = 0$, т. е. величину δ, — *начальной фазой*. Если $\delta = 0$, то $x = A\cos\omega t$;

если $\delta = -\pi/2$, то $x = A \sin \omega t$ и т. д. Таким образом, при гармоническом колебании абсцисса x является синусоидальной или косинусоидальной функцией времени t. Для графического изображения гармонического колебательного движения можно откладывать по горизонтальной оси время t, а по вертикальной оси — смещение точки x (рис. 22). Тогда получится периодическая кривая — *синусоида*. Форма кривой полностью определяется амплитудой A и циклической частотой ω. Однако ее положение зависит также от начальной фазы δ. По истечении времени

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{39.2}$$

фаза получает приращение 2π, а колеблющаяся точка возвращается в свое исходное положение с сохранением начального направления движения. Время T называется *периодом колебания*.

Скорость колеблющейся точки найдется дифференцированием выражения (39.1) по времени. Это дает

$$v = \dot{x} = -\omega A \sin(\omega t + \delta). \tag{39.3}$$

Дифференцируя вторично, получаем ускорение

$$a = \dot{v} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \delta), \tag{39.4}$$

или, используя (39.1),

$$a = -\omega^2 x. \tag{39.5}$$

Сила, действующая на материальную точку при гармоническом колебании, равна

$$F = ma = -m\omega^2 x. \tag{39.6}$$

Она пропорциональна отклонению x и имеет противоположное направление. Она всегда направлена к положению равновесия. Такого рода силы часто возникают при малых смещениях материальной точки из положения равновесия.

§ 40. Гармонические колебания груза на пружине

1. Рассмотрим спиральную пружину, один конец которой закреплен, а к другому подвешено тело массы m (рис. 84). Пусть l_0 — длина недеформированной пружины. Если пружину растянуть или сжать до длины l, то возникнет сила F, стремящаяся вернуть тело в положение равновесия. При небольших растяжениях $x = l - l_0$ справедлив *закон Гука* (1635—1703) — сила пропорциональна растяжению пружины: $F = -kx$. В этих условиях уравнение движения тела имеет вид

$$m\ddot{x} = -kx. \tag{40.1}$$