ГЛАВА VIII

ТЯГОТЕНИЕ

* *

§ 55. Законы Кеплера и закон всемирного тяготения

1. В результате длительной обработки многолетних наблюдений датского астронома Тихо Браге (1546—1601) Кеплер (1571—1630) эмпирически установил три закона планетных движений. Эти законы формулируются следующим образом:

1) *каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце;*

2) *радиус-вектор планеты в равные времена описывает равные площади;*

3) *квадраты времен обращений планет относятся как кубы больших осей эллиптических орбит, по которым они движутся вокруг Солнца.*

Первые два закона были опубликованы Кеплером в 1609 г., последний — в 1619 г. *Законы Кеплера* естественным путем привели Ньютона к открытию *закона всемирного тяготения*. Рассмотрим этот вопрос.

Из первого закона Кеплера следует, что траектория планеты — плоская кривая. С учетом этого обстоятельства, как было показано в § 31, из второго закона Кеплера следует, что сила, заставляющая планету двигаться по замкнутым орбитам, направлена к Солнцу. Определим теперь, как эта сила изменяется с изменением расстояния от Солнца и как она зависит от массы планеты. Для упрощения расчетов допустим сначала, что планета движется не по эллипсу, а по кругу, в центре которого находится Солнце. Для планет Солнечной системы такое допущение не является особенно грубым. Эллипсы, по которым на самом деле движутся планеты, весьма мало отличаются от кругов. Ускорение планеты при равномерном движении по круговой орбите радиуса r выражается формулой

$$\mathbf{a}_r = -\omega^2 \mathbf{r} = -\frac{4\pi^2}{T^2}\mathbf{r}.$$

Для планет, движущихся по круговым траекториям, третий закон Кеплера записывается в виде

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 : \ldots = r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 : \ldots,$$

или

$$\frac{r^3}{T^2} = \mathcal{K},$$

где $\mathscr{K}$ — постоянная для всех планет Солнечной системы. Она называется *постоянной Кеплера*. Через параметры эллиптической орбиты постоянная Кеплера выражается формулой

$$\mathscr{K} = \frac{a^3}{T^2}, \tag{55.1}$$

где a — длина большой полуоси орбиты.

Выразив T через $\mathscr{K}$ и r, для ускорения планеты при движении по круговой орбите получим

$$a_r = -\frac{4\pi^2\mathscr{K}}{r^2}. \tag{55.2}$$

Сила, действующая на планету, равна

$$F = -\frac{4\pi^2\mathscr{K}m}{r^2}, \tag{55.3}$$

где m — масса планеты.

Мы доказали, что ускорения двух разных планет, обращающихся вокруг Солнца по круговым орбитам, обратно пропорциональны квадратам расстояний их от Солнца. Но мы еще не доказали, что такая закономерность справедлива и для одной и той же планеты, обращающейся вокруг Солнца по эллиптической орбите. Чтобы доказать это, надо от рассмотрения круговых движений перейти к исследованию движений по эллипсу. Это будет сделано в следующем параграфе. Но можно обойтись и круговыми движениями, если использовать добавочное предположение, что сила взаимодействия между Солнцем и планетой зависит только от мгновенного расстояния между ними, но не зависит от формы траектории, по которой движется планета. Тогда формулы (55.2) и (55.3) можно применять не только к разным планетам, обращающимся по круговым орбитам на разных расстояниях от Солнца, но и к различным положениям одной и той же планеты, движущейся по эллиптической траектории.

2. Коэффициент пропорциональности $4\pi^2\mathscr{K}$, входящий в формулы (55.2) и (55.3), — один и тот же для всех планет, а потому он не может зависеть от массы планеты. Он может, однако, зависеть от параметров, характеризующих Солнце, поскольку последнее является источником сил, заставляющих планеты двигаться по замкнутым орбитам. Но Солнце и планета в их взаимодействии выступают как *равноправные тела*. Различие между ними только *количественное*. Они отличаются друг от друга массами. И если сила взаимодействия F пропорциональна массе планеты m, то она должна быть пропорциональна также и массе Солнца M. Для этой силы можно поэтому написать

$$F = G\frac{Mm}{r^2}, \tag{55.4}$$

где G — новая постоянная, уже не зависящая ни от массы Солнца, ни от массы планеты. Сравнивая эту формулу с (55.3), получаем следующее выражение для постоянной Кеплера:

$$\mathcal{K} \equiv \frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}. \tag{55.5}$$

3. Далее, Солнце и планеты отличаются друг от друга и от других тел также только *количественно* — величинами масс. Поэтому естественно предположить, что притяжение существует не только между Солнцем и планетой, но и между планетами, а также между любыми другими телами, и что сила притяжения определяется формулой (55.4), в которой под M и m следует понимать массы взаимодействующих тел. Это предположение было введено Ньютоном и подтвердилось на опыте. Он сформулировал закон всемирного тяготения, согласно которому *любые два тела (материальные точки) притягиваются друг к другу с силами, пропорциональными произведению их масс и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними.* Такие силы называются *гравитационными* или *силами всемирного тяготения.* Коэффициент пропорциональности G, входящий в формулу (55.4), — один и тот же для всех тел. В этом смысле он является универсальной постоянной. Это — одна из важнейших мировых постоянных, называемая *гравитационной постоянной.*

В приведенной формулировке закона всемирного тяготения предполагается, что взаимодействующие тела являются *точечными.* Физически это означает, что размеры тел очень малы по сравнению с расстоянием между ними. Здесь, как и всегда в физике, слова «велик» и «мал» употребляются в относительном смысле — велик или мал *по сравнению с чем-то.* Указанное условие хорошо выполняется для взаимодействий Солнца с планетами, планет между собой и со спутниками. Но если речь идет о гравитационном притяжении двух тел с размерами 10 см, когда расстояние между их центрами масс составляет, например, 20 см, то такие тела не могут рассматриваться как точечные. Чтобы рассчитать их гравитационное взаимодействие, надо мысленно разбить каждое тело на очень малые части, подсчитать по формуле (55.4) силы притяжения между такими частями, а затем эти силы геометрически сложить (проинтегрировать). В основе этого вычисления лежит *принцип суперпозиции гравитационных полей.* Согласно этому принципу *гравитационное поле, возбуждаемое какой-либо массой, совершенно не зависит от наличия других масс.* Кроме того, *гравитационное поле, создаваемое несколькими телами, равно геометрической сумме гравитационных полей, возбуждаемых этими телами в отдельности.* Принцип этот является обобщением опыта.

Пользуясь принципом суперпозиции, легко доказать, что *два однородных шара притягиваются между собой так, как если бы* *их массы были сконцентрированы в их центрах* (см. задачи 2, 3, 4 к этому параграфу).

Заметим еще, что каждая планета подвергается гравитационному притяжению не только Солнца, но и других тел Солнечной системы. Однако масса Солнца является преобладающей. Она более чем в 700 раз превосходит общую массу планет и всех остальных тел Солнечной системы. Благодаря этому Солнце является основным телом, управляющим движением планет. Законы Кеплера можно вывести из закона всемирного тяготения Ньютона (см. § 62). При таком выводе предполагается, что единственной силой, действующей на планету, является гравитационное притяжение Солнца. Поэтому *законы Кеплера являются приближенными законами,* не учитывающими гравитационное действие остальных тел Солнечной системы.

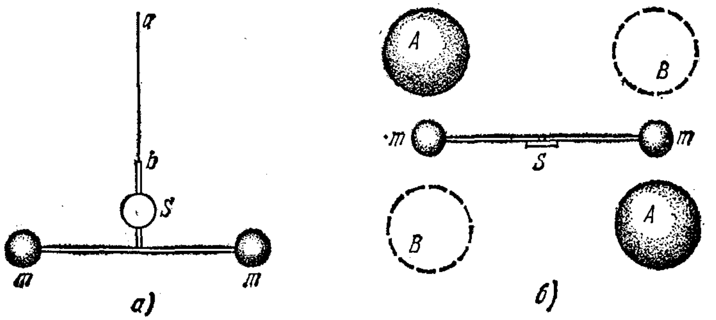


Рис. 171.

4. Во времена Ньютона закон всемирного тяготения был подтвержден только астрономическими наблюдениями над движениями планет и их спутников. Впервые непосредственное экспериментальное доказательство этого закона для земных тел, а также численное определение гравитационной постоянной G были даны английским физиком Г. Кавендишем (1731—1810) в 1798 году. Прибор Кавендиша состоял из легкого горизонтального коромысла (рис. 171, *а*), на концах которого укреплялись два одинаковых свинцовых шарика массы m. Коромысло подвешивалось на тонкой вертикальной нити ab. Вблизи свинцовых шариков m и m помещались два других больших свинцовых шара массы M каждый, причем $M \gg m$. Шары помещались сначала в положении AA, затем переводились в положение BB (рис. 171, *б*). Благодаря гравитационному взаимодействию шариков m с шарами M коромысло поворачивалось из положения равновесия. Угол кручения α измерялся наблюдением луча света, отражавшегося от зеркальца S. Если r — расстояние между центрами малого и большого шаров, а l — длина коромысла, то момент пары гравитационных сил, поворачивающий коромысло, будет $G\frac{Mm}{r^2}l$. В положении равновесия этот вращающий момент должен быть уравновешен упругим моментом закрученной нити $f\alpha$. Написав условие равновесия для положения свинцовых шаров сначала в AA ($\alpha=\alpha_1$), а затем в BB ($\alpha=\alpha_2$), получим два уравнения

$$f\alpha_1=G\frac{Mm}{r^2}l, \quad f\alpha_2=-G\frac{Mm}{r^2}l.$$

Из них находим

$$f(\alpha_1-\alpha_2)=2G\frac{Mm}{r^2}l.$$

Модуль кручения f легко найти, наблюдая период свободных колебаний коромысла

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{f}}=2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{2f}}.$$

В результате получаем

$$G=\frac{lr^2}{M}\left(\frac{\pi}{T}\right)^2(\alpha_1-\alpha_2).$$

5. Другой метод определения гравитационной постоянной был предложен Жолли (1809—1880) в 1878 году. На одном из плеч рычажных весов одна под другой подвешены две чашки (рис. 172), между которыми установлено неподвижно тяжелое свинцовое тело массы M правильной геометрической формы. В этом теле просверлен вертикальный канал, сквозь который свободно проходит проволока, соединяющая обе чашки. Если на верхнюю чашку положить тело массы m, то на него будет действовать вниз сила $Q_1=mg+F$, где F — сила гравитационного притяжения между массами M и m. Она равна $F=kG\frac{Mm}{r^2}$, где r — расстояние между центрами рассматриваемых масс, а k — численный коэффициент, зависящий от формы тела M. Для тел правильной геометрической формы его можно вычислить теоретически. Для шара $k=1$. Если массу m перенести в нижнее положение, то сила F изменит направление. Сила, действующая вниз, станет $Q_2=mg-F$. Значения Q_1 и Q_2 определяются по весу гирь, которые надо положить на чашку весов, подвешенную к другому плечу коромысла, чтобы весы находились в равновесии. Таким образом,

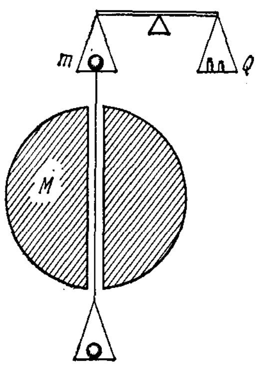


Рис. 172.

$$Q_1-Q_2=2F=2kG\frac{Mm}{r^2}.$$

Из этого соотношения и можно вычислить G.

6. Измерения G современными методами привели к результату

$$G = (6{,}6732 \pm 0{,}0031) \cdot 10^{-8}\ \text{дин} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{г}^{-2} = (6{,}6732 \pm 0{,}0031) \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}.$$

Гравитационная постоянная, как мы видим, весьма мала. Поэтому и гравитационные взаимодействия между обычными телами, даже считающимися большими с общежитейской точки зрения, ничтожно малы. Нетрудно подсчитать, что два точечных тела с массами по одному килограмму, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга, притягиваются с силой $F = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $= 6{,}67 \cdot 10^{-6}$ дин. Гравитационные силы ничтожны, когда речь идет о взаимодействии *элементарных частиц*. Здесь эти силы, возможно, не играют роли, так как они пренебрежимо малы по сравнению со всеми остальными *фундаментальными силами* (см. задачу 1 к этому параграфу). Но они являются *основными силами*, управляющими движением небесных тел, массы которых очень велики. В этих случаях наиболее интенсивные — *ядерные* — силы совсем не проявляются, поскольку их радиус действия всего порядка 10^{-13} см. *Электрические силы*, как и силы всемирного тяготения, являются силами *дальнодействующими*. Они убывают также обратно пропорционально квадрату расстояния. Однако на движение астрономических тел электрические силы не оказывают влияния, так как они могут быть и силами притяжения, и силами отталкивания. Все тела в высокой степени *электрически нейтральны*, действие положительных зарядов тела компенсируется равным и противоположно направленным действием отрицательных зарядов. Иное дело — гравитационные силы. Они всегда являются *силами притяжения*. Гравитационные поля тел складываются, а не вычитаются. Это обстоятельство и является причиной того, почему из всех фундаментальных сил гравитационные силы остаются *единственными силами*, управляющими движением астрономических тел.

7. Ньютон ограничился констатацией наличия гравитационных сил и их количественным описанием. Но он воздержался от каких бы то ни было высказываний относительно их физической природы, справедливо считая, что по этому вопросу в его время кроме фантастических измышлений ничего сказать было нельзя. После Ньютона было немало попыток дать наглядное физическое объяснение гравитационного притяжения. Никакого научного и даже исторического интереса эти попытки в настоящее время не имеют. Теория тяготения получила дальнейшее развитие в *общей теории относительности* Эйнштейна. Но в ней речь идет не о наглядном физическом объяснении тяготения, а о *новом способе описания его и об обобщении ньютоновского закона тяготения*.

Отказ Ньютона от объяснения тяготения, от сведения его к другим физическим явлениям был воспринят его приверженцами как общефизическая концепция *непосредственного действия на расстоянии*. Эта концепция не только считает тяготение неотъемлемым свойством материи, но идет значительно дальше. Она считает, что каждому телу присуща способность непосредственно воздействовать на другие тела, находящиеся в других местах пространства, причем это воздействие осуществляется без какого бы то ни было участия промежуточной среды или других физических агентов.

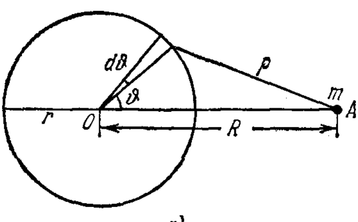
Непосредственное действие на расстоянии отвергается современной наукой. Современная физика считает, что *все взаимодействия осуществляются полями*. Однако она не пытается представить механизм действия поля как-то наглядно. Она наделяет поле лишь способностью к объективному существованию и к передаче взаимодействий. Тело A не непосредственно действует на тело B. Оно создает вокруг себя гравитационное поле. Это поле и воздействует на другое тело B и проявляется в виде силы, действующей на него.

ЗАДАЧИ

1. Найти отношение силы гравитационного притяжения между двумя электронами (и двумя протонами) к силе их электростатического отталкивания.

Ответ. $\dfrac{F_{\text{гр}}}{F_{\text{эл}}} = \dfrac{Gm^2}{e^2}$, где $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ — элементарный заряд. Подставляя в формулу массу электрона $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-28}$ г и массу протона $m_p = 1{,}67\cdot 10^{-24}$ г, получим для электрона $F_{\text{гр}}/F_{\text{эл}} = 2{,}4\cdot 10^{-43}$, для протона $F_{\text{гр}}/F_{\text{эл}} = 8\cdot 10^{-37}$.

2. Найти потенциальную энергию и силу гравитационного притяжения между однородной полой сферой массы M и материальной точкой массы m.



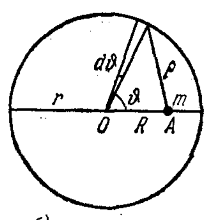


Рис. 173.

Решение. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух точечных масс определяется формулой (25.6). Соединим центр сферы O с точкой A, в которой помещена точечная масса m (рис. 173, *а* и *б*). Из точки O, как из вершины, опишем два круговых конуса с общей осью OA, образующие которых наклонены к этой оси под углами ϑ и $\vartheta + d\vartheta$. Они вырежут на поверхности сферы элементарный поясок с площадью $dS = 2\pi r^2 \sin\vartheta d\vartheta$, где r — радиус сферы. Масса этого пояска $dM = M\dfrac{dS}{4\pi r^2} = \dfrac{M}{2}\sin\vartheta\, d\vartheta$. Так как точки пояска равноудалены от точки A, то потенциальная энергия гравитационного взаимодействия пояска и точечной массы m равна

$$dU = -G\frac{Mm}{2}\sin\vartheta\, d\vartheta.$$

Перейдем к новой переменной ρ — расстоянию между точечной массой m и какой-либо точкой пояска. Эта переменная связана с ϑ соотношением $\rho^2 = R^2 + r^2 - 2Rr\cos\vartheta$, где R — расстояние OA между центром сферы и точечной массой m. При перемещении вдоль поверхности сферы величины R и r остаются постоянными, поэтому

$$\rho\, d\rho = Rr \sin\vartheta\, d\vartheta,$$

а следовательно,

$$dU = -G\frac{Mm}{2Rr}\,d\rho, \qquad U = -G\frac{Mm}{2Rr}\int\limits_{\rho_{\text{мин}}}^{\rho_{\text{макс}}} d\rho.$$

Если точка A лежит вне сферы, то максимальное и минимальное значения ρ равны соответственно $\rho_{\text{макс}} = R + r$ и $\rho_{\text{мин}} = R - r$. В этом случае интегрирование дает

$$U = -G\frac{Mm}{R}. \tag{55.6}$$

Потенциальная энергия такая же, как если бы вся масса сферы была сосредоточена в одной точке, а именно в центре сферы. То же справедливо и для силы взаимодействия F. Действительно, согласно (29.3) сила F определяется формулой

$$F = -\frac{dU}{dR} = -G\frac{Mm}{R^2}.$$

Можно сказать, что *сфера притягивает материальную точку так, как если бы вся ее масса была сосредоточена в ее центре*. Можно сказать и иначе: *точечная масса притягивает сферу так, как если бы вся масса последней была сосредоточена в ее центре.*

Если же точка A лежит внутри сферической полости (рис. 173, *б*), то $\rho_{\text{макс}} = r + R$, $\rho_{\text{мин}} = r - R$, и интегрирование дает

$$U = -G\frac{Mm}{r}. \tag{55.7}$$

На границе полости выражения (55.6) и (55.7) совпадают. Согласно (55.7) *потенциальная энергия материальной точки внутри полости не зависит от R, она постоянна. Сила F, действующая на материальную точку в этом случае, равна нулю,* так как $U = \text{const}$, а потому $F = -\dfrac{dU}{dR} = 0$.

3. Доказать, что *две однородные полые сферы притягиваются друг к другу так, как если бы их массы были сосредоточены в их центрах.*

Доказательство. Как показано в предыдущей задаче, гравитационное поле первой сферы не изменится, если всю массу этой сферы сосредоточить в ее центре. Поэтому не изменится и сила, с которой это поле действует на вторую сферу. Задача свелась к нахождению силы, с которой точечная масса действует на сферу. Но в предыдущей задаче показано, что эта сила не изменится, если и массу второй сферы сконцентрировать в ее центре. Этим и завершается доказательство.

4. Доказать, что *два однородных шара притягиваются друг к другу так, как если бы масса каждого шара была сосредоточена в его центре.* Доказать также, что если внутри однородного шара имеется сферическая полость, центр которой совпадает с центром шара, то гравитационное поле внутри такой сферы равно нулю. Показать, что эти результаты справедливы и для шаров с концентрически слоистым распределением масс, т. е. таким, когда плотность вещества ρ в каждом шаре зависит только от расстояния до его центра.

5. Рассчитать напряженность гравитационного поля, т. е. силу, действующую на единицу массы, внутри и вне шара радиуса R, заполненного веществом с постоянной объемной плотностью ρ.

Решение. Поле вне шара равно $g = G\dfrac{M}{r^2}$, где M — масса шара. Для вычисления поля в точке A (рис. 174), лежащей внутри шара на расстоянии r от центра, проведем через эту точку вспомогательную сферу с центром в точке O. Вещество шара, расположенное вне вспомогательной сферы, не влияет на поле внутри нее. В частности, оно не влияет на поле в точке A. Гравитационное поле в точке A создается только веществом, сосредоточенным внутри вспомогательной сферы. Оно равно $G\dfrac{m}{r^2}$, где m — масса вещества, ограниченного вспомогательной сферой. Таким образом,

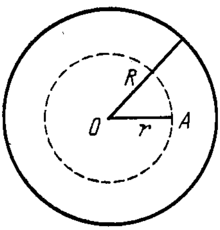


Рис. 174.

$$g = \begin{cases} G\dfrac{M}{r^2} = \dfrac{4\pi G}{3}\dfrac{R^3}{r^2}\rho, \text{ если } r \geqslant R, \\ G\dfrac{m}{r^2} = \dfrac{4\pi}{3} G\rho r, \text{ если } r \leqslant R. \end{cases} \tag{55.8}$$

При $r = R$ оба выражения совпадают.

6. Подсчитать гравитационную энергию U шара радиуса R, равномерно заполненного веществом с объемной плотностью ρ.

Решение. Гравитационная энергия шара есть потенциальная энергия, обусловленная силами тяготения, действующими между материальными точками, на которые можно мысленно разбить шар. Она равна взятой с противоположным знаком работе, которую должны затратить внешние силы, чтобы привести вещество шара в бесконечно разрозненное состояние, когда каждая частица вещества удалена в бесконечность. Эта работа не зависит от способа, каким шар переводится из начального состояния в конечное. Поэтому при вычислении можно поступить следующим образом. Разобьем мысленно весь шар на бесконечно тонкие концентрические слои и будем последовательно удалять в бесконечность каждый из таких слоев, начиная с самого крайнего. Напряженность поля тяготения в любой точке выделенного слоя, создаваемая веществом, внешним по отношению к этому слою, равна нулю. Поле создается только веществом, которое окружено рассматриваемым слоем. Если m — масса этого вещества, а dm — масса слоя, то работа, затрачиваемая на удаление слоя в бесконечность, равна $dA = G\dfrac{m\,dm}{r}$. Но для однородного шара $m = M\left(\dfrac{r}{R}\right)^3$, где M — масса всего шара. Поэтому $dA = 3G\dfrac{M^2}{R^6} r^4\,dr$. Учитывая, что $dA = -dU$ и интегрируя, получим

$$U = -3\frac{GM^2}{R^6}\int\limits_0^R r^4\,dr = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}. \tag{55.9}$$

За нуль потенциальной энергии мы приняли энергию шара в бесконечно разрозненном состоянии.

Интересны астрофизические применения формулы (55.9). Физиков давно интересовал вопрос об источниках энергии, излучаемой Солнцем и звездами. В прошлом веке Гельмгольц (1821—1894) и Вильям Томсон (1824—1907) выдвинули гипотезу, согласно которой Солнце непрерывно сжимается под действием гравитационных сил. Выделяющееся при этом тепло и идет на излучение Солнца. Максимальная энергия, которая может выделиться в процессе гравитационного сжатия Солнца, соответствует начальному состоянию, в котором вещество Солнца было равномерно распределено по всему бесконечному пространству. Будем считать, что в конечном состоянии плотность солнечного вещества одинакова по всему его объему. В действительности она, конечно, возрастает к центру Солнца. Однако для оценок наше предположение не является очень грубым. Приняв его, можно воспользоваться формулой (55.9). Масса Солнца $M = 2\cdot 10^{33}$ г, радиус $R = 7\cdot 10^{10}$ см. Используя эти данные, получаем для выделившейся энергии

$$E = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} = 2{,}28\cdot 10^{48} \text{ эрг.}$$

В настоящее время скорость излучения энергии Солнца составляет $3{,}86\cdot 10^{33}$ эрг/с. Если считать (при грубых оценках это допустимо), что эта скорость была постоянна во времени, то для возраста Солнца получится величина

$$t \approx \frac{2{,}28\cdot 10^{48}}{3{,}86\cdot 10^{33}} = 5{,}9\cdot 10^{14} \text{ с} \approx 1{,}9\cdot 10^{7} \text{ лет.}$$

Если воспользоваться распределением плотности вещества, соответствующим принятым в настоящее время моделям Солнца, то время t возрастет примерно до $6\cdot 10^7$ лет. Но и эта величина слишком мала. Возраст Земли по геологическим оценкам составляет около 4—$4{,}5\cdot 10^9$ лет. Возраст Солнца не меньше. Это показывает, что гравитационное сжатие является слишком слабым источником, чтобы покрыть потери энергии Солнца на излучение. В действительности источником солнечной энергии, равно как и энергии, излучаемой звездами, являются *ядерные реакции*, идущие в недрах Солнца и звезд. *Конечным итогом этих реакций является превращение водорода в гелий.* Следует, однако, заметить, что гравитационное сжатие становится основным источником энергии на более поздних стадиях эволюции звезд (белые карлики, нейтронные звезды, или пульсары, коллапсары, или «черные дыры»).

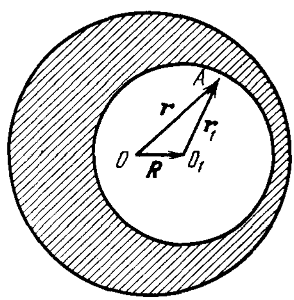


Рис. 175.

7. В сплошном однородном шаре с плотностью вещества ρ сделана сферическая полость, центр которой O_1 смещен относительно центра шара O (рис. 175). Найти гравитационное поле в такой полости.

Решение. Вообразим, что полость заполнена веществом, плотность которого равна плотности шара. Тогда искомое гравитационное поле $\boldsymbol{g}$ представится разностью гравитационных полей двух сплошных шаров с центрами в O и O_1 соответственно. Точка наблюдения A расположена внутри каждого из этих шаров. Поэтому можно воспользоваться формулой (55.8) и написать

$$\boldsymbol{g} = -\frac{4\pi}{3}G\rho\boldsymbol{r} - \left(-\frac{4\pi}{3}G\rho\boldsymbol{r}_1\right) = -\frac{4\pi}{3}G\rho\boldsymbol{R},$$

где $\boldsymbol{R}$ — радиус-вектор, проведенный из центра шара O к центру полости O_1. Поле однородно, т. е. во всех точках полости одинаково по величине и направлению.

§ 56. Ускорение планет и комет при движении по коническим сечениям

1. Замена эллиптических орбит круговыми была произведена в предыдущем параграфе исключительно в целях упрощения вычислений. Рассмотрим теперь задачу более строго, не прибегая к такому упрощению. Наши вычисления будут справедливы не только для *планет*, но и для *комет*. Последние, как показывают наблюдения, движутся по *гиперболам* и *параболам* с фокусом в точке