

ДВИЖЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА

* * *

§ 63. Силы инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета

1. До сих пор мы относили движение к какой-либо одной из бесчисленного множества *инерциальных систем отсчета*. В такой системе отсчета основным уравнением движения материальной точки является уравнение, выражающее *второй закон Ньютона*. Запишем здесь это уравнение в виде

$$ma_{abc} = F, \quad (63.1)$$

снабдив ускорение a индексом «abc», смысл которого выяснится в дальнейшем. Поставим теперь задачу найти уравнения движения в *неинерциальных системах отсчета*, т. е. таких системах, которые движутся ускоренно относительно инерциальных систем. Задача сводится к установлению *законов преобразования сил и ускорений* при переходе от инерциальной системы к любой неинерциальной системе отсчета. Дорелятивистская физика считала этот вопрос чисто кинематическим и решала его на основе следующих двух допущений: 1) время абсолютно, т. е. промежутки времени между любыми двумя событиями одинаковы во всех системах отсчета; 2) пространство абсолютно, т. е. расстояния между любыми двумя точками (материальными телами) также одинаковы во всех системах отсчета. Таким образом, в дорелятивистской физике считалось, что *расстояния и промежутки времени инвариантны по отношению к переходу от одной системы отсчета к любой другой, произвольно движущейся системе отсчета*. Оба допущения казались настолько самоочевидными, что даже явно не формулировались. И только глубокий анализ проблемы пространства и времени в теории относительности выявил *постулативный характер* этих допущений. При этом оказалось, что *оба допущения приближенно верны лишь для медленных движений*. При быстрых движениях они становятся неверными. Ограничимся сейчас нерелятивистским рассмотрением, т. е. *будем предполагать, что все скорости, в том числе и относительные скорости самих систем отсчета, малы по сравнению со скоростью света в вакууме*.

2. Условимся называть *неподвижной* какую-либо произвольно выбранную инерциальную систему отсчета, а движение относи-

тельно нее — *абсолютным*. В формуле (63.1) речь идет об ускорении при абсолютном движении именно в таком смысле. Не следует вкладывать в понятия «неподвижная система отсчета» и «абсолютное движение» что-либо большее по сравнению с тем, что содержится в приведенном определении. Оба понятия чисто условны и не противоречат утверждению, что всякое движение *относительно*. Тело, покоящееся в движущейся системе отсчета, увлекается последней в ее движении относительно неподвижной системы отсчета. Такое движение тела называется *переносным*. Абсолютное движение тела складывается из его относительного и переносного движений.

Цель настоящей главы — изучить *относительное движение*. Для этого прежде всего следует установить уравнения относительного движения.

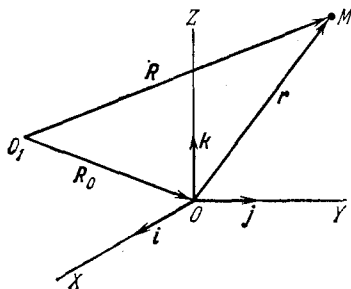


Рис. 182.

Под уравнениями движения мы понимаем соотношения, которыми определяются ускорения всех материальных точек механической системы в той системе отсчета, относительно которой рассматривается движение. Когда система отсчета движется относительно неподвижной системы отсчета прямолинейно и равномерно, она сама является инерциальной системой отсчета. В этом случае уравнения относительного движения совпадают с уравнениями абсолютного движения, т. е. даются законами Ньютона. Поэтому достаточно ограничиться рассмотрением только тех случаев, когда рассматриваемая система отсчета движется относительно неподвижной системы отсчета с ускорением.

3. Возьмем две системы отсчета: неподвижную систему S_1 с началом координат в точке O_1 и движущуюся систему S с началом координат в точке O (рис. 182). Обозначим \vec{R}_0 радиус-вектор $\vec{O_1O}$, проведенный из неподвижного начала O_1 к движущемуся началу O . Пусть M — какая-либо материальная точка. Ее положение в неподвижной системе отсчета определяется радиусом-вектором \vec{R} , а в движущейся — радиусом-вектором $\vec{r} = \vec{OM}$. Векторы \vec{R} , \vec{R}_0 , \vec{r} в каждый момент времени связаны соотношением

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}. \quad (63.2)$$

Дважды дифференцируя это соотношение по времени, получим

$$\dot{\vec{R}} = \dot{\vec{R}}_0 + \dot{\vec{r}}, \quad (63.3)$$

$$\ddot{\vec{R}} = \ddot{\vec{R}}_0 + \ddot{\vec{r}}. \quad (63.4)$$

Чтобы лучше выявить идейную сторону вопроса, рассмотрим сначала частный случай, когда система S движется относительно

неподвижной системы S_1 *поступательно*. Вектор \dot{R} , очевидно, всегда дает абсолютную скорость $v_{абс}$, а вектор \ddot{R} — абсолютное ускорение $a_{абс}$ движущейся точки M . Вектор $v_0 \equiv \dot{R}_0$ есть абсолютная скорость, а $a_0 \equiv \ddot{R}_0$ — абсолютное ускорение начала координат O системы S . При поступательном движении эти величины совпадают соответственно со скоростью и ускорением любой точки системы S . Таким образом, v_0 и a_0 должны быть интерпретированы как *переносные скорость и ускорение*. Точно так же при поступательном движении \dot{r} и \ddot{r} дают соответственно *относительную скорость и относительное ускорение*, т. е. значения этих величин в движущейся системе отсчета S . Итак, при поступательном движении

$$v_{абс} = v_{отн} + v_{пер}, \quad (63.5)$$

$$a_{абс} = a_{отн} + a_{пер}, \quad (63.6)$$

причем $a_{пер} = a_0$, $v_{пер} = v_0$.

4. Подставим теперь выражение (63.6) в уравнение (63.1) и перенесем член, содержащий $a_{пер}$, в правую часть. Получим

$$ma_{отн} = F - ma_0. \quad (63.7)$$

Это и есть уравнение относительного движения материальной точки. На правую часть этого уравнения формально можно смотреть как на некоторую «силу», действующую на материальную точку в движущейся системе отсчета. Таким образом, в каждой системе отсчета сила определяется как вектор, равный произведению массы материальной точки на ее ускорение в этой системе отсчета. Не обязательно, чтобы «сила» в таком смысле была результатом взаимодействия тел. Однако необходимо располагать каким-то независимым способом, позволяющим выразить «силу» через координаты и скорости движущейся точки. Только при этом условии мы в состоянии написать уравнение движения типа (63.7), а к этому в конце концов сводится реальное содержание законов механики.

«Сила» $F - ma_0$ складывается из двух существенно различных составляющих. Первая составляющая F есть «настоящая сила» в том смысле, что она является результатом взаимодействия тел. Она зависит только от разностей координат и разностей скоростей взаимодействующих материальных точек. В нерелятивистской кинематике все эти разности не меняются при переходе от одной системы отсчета к другой, произвольно движущейся системе. Поэтому не меняется и сила F . Она *инвариантна* относительно такого перехода.

Совсем иной характер имеет составляющая — ma_0 . Эта составляющая возникает не из-за взаимодействия тел, а из-за *ускоренного движения системы отсчета*. Она называется *силой инерции*,

точнее *поступательной силой инерции*, поскольку сейчас мы ограничиваемся лишь поступательными движениями систем отсчета. При переходе к другой ускоренной системе отсчета меняются и силы инерции. Они *не инвариантны* относительно такого перехода. Этим силы инерции отличаются от «настоящих сил», возникающих при взаимодействии тел. Второе отличие состоит в том, что *силы инерции не подчиняются закону равенства действия и противодействия*. Если на какое-либо тело действует сила инерции, то не существует противодействующей силы, приложенной к другому телу. Движение тел под действием сил инерции аналогично, таким образом, движению во внешних силовых полях. *Силы инерции всегда являются внешними по отношению к любой движущейся системе материальных тел.*

5. Реальны или фиктивны силы инерции? Ответ на этот вопрос зависит от смысла, который вкладывается в слова «реальный» и «фиктивный». Если придерживаться ньютоновской механики, согласно которой все силы должны быть результатом взаимодействия тел, то на силы инерции надо смотреть как на фиктивные силы, исчезающие в инерциальных системах отсчета. Однако такая точка зрения не обязательна. Все взаимодействия осуществляются посредством силовых полей и передаются с конечными скоростями. И на силы инерции можно смотреть как на действия, которым подвергаются тела со стороны каких-то реальных силовых полей. Правда, эти поля определенным образом преобразуются при переходе от рассматриваемой системы отсчета к другой системе, движущейся относительно нее ускоренно. Но это не является основанием считать эти силы фиктивными. Ведь электрические и магнитные силы также преобразуются при переходе к другой системе отсчета (даже от инерциальной к инерциальной). И тем не менее никто не сомневается в реальном существовании электромагнитных полей.

Независимо от того, какую из этих точек зрения мы примем, существует много явлений, которые могут быть интерпретированы как проявление сил инерции. Когда поезд набирает скорость, пассажир в вагоне испытывает действие силы, направленной против движения поезда. Если пассажир сидит по ходу поезда, то эта сила прижимает его к спинке сиденья. Это и есть сила инерции. При торможении поезда сила инерции меняет направление и стремится отделить тело пассажира от стенки сиденья. Если в ускоренно движущемся вагоне висит маятник, то сила инерции стремится отклонить его в сторону, противоположную ускорению. В состоянии равновесия сила инерции уравнивается силами тяжести и натяжением нити подвеса. Особо заметно проявляются силы инерции при внезапном быстром торможении поезда. Силы инерции вызывают перегрузки, действующие на летчика или космонавта при больших ускорениях самолета или при запуске и торможении космического корабля.

Конечно, все эти явления можно понять, не пользуясь представлением о силах инерции, а рассматривая движения относительно инерциальной системы отсчета. Так, в примере с маятником маятник движется ускоренно относительно инерциальной системы отсчета.

Маятник должен отклониться назад, чтобы возникла сила натяжения с горизонтальной составляющей, направленной вперед. Эта составляющая и сообщает маятнику ускорение. Однако во многих случаях бывает проще рассматривать явления непосредственно в движущейся системе отсчета, не переходя к инерциальной. Кроме того, иногда затруднительно разделить полную силу, действующую в неинерциальной системе отсчета, на «реальную» силу, возникающую из-за взаимодействия тел, и «фиктивную» силу инерции, связанную с ускоренным движением системы отсчета.

§ 64. Силы инерции при произвольном ускоренном движении системы отсчета

1. Допустим теперь, что система отсчета S (см. рис. 182) движется относительно неподвижной системы S_1 совершенно произвольно. Это движение можно разложить на два: *поступательное движение* со скоростью \mathbf{v}_0 , равной скорости движения начала координат O , и *вращательное движение* вокруг мгновенной оси, проходящей через это начало. Угловую скорость этого вращения обозначим $\boldsymbol{\omega}$. Она может меняться как по величине, так и по направлению. Пусть \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные векторы (орты) координатных осей системы координат S , которую мы будем предполагать прямоугольной. Длины этих векторов, поскольку они единичные, остаются неизменными. Но их направления с течением времени могут изменяться. Это — переменные векторы. Каждый из них вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$. Их производные по времени определяются формулами (46.11). Выпишем эти формулы еще раз:

$$\frac{d\mathbf{i}}{dt} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{i}], \quad \frac{d\mathbf{j}}{dt} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{j}], \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{k}]. \quad (64.1)$$

Ход рассуждений остается в точности таким же, как и в предыдущем параграфе. Усложняются только вычисления. Формулы (63.2), (63.3) и (63.4), разумеется, остаются без изменения. Остается неизменной и интерпретация слагаемых $\dot{\mathbf{R}}_0$ и $\ddot{\mathbf{R}}_0$. Первое есть абсолютная скорость \mathbf{v}_0 , а второе — абсолютное ускорение \mathbf{a}_0 начала координат O . Меняются только слагаемые $\dot{\mathbf{r}}$ и $\ddot{\mathbf{r}}$, которые мы и должны найти.

2. Пусть x , y , z — координаты движущейся точки M в движущейся системе S . Тогда

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}. \quad (64.2)$$