

Приравнивая эту силу массе элемента  $AB$ , умноженной на его ускорение, получим

$$T \frac{s}{R} = s\delta \frac{c^2}{R},$$

откуда снова получается формула (84.1).

### § 85. Скорость распространения звука в жидкостях и газах

1. Жидкости и газы обладают только *объемной упругостью*, но не упругостью формы. Поэтому в них могут распространяться только продольные возмущения, но не могут распространяться возмущения поперечные. Скорость распространения продольных возмущений в жидкой или газообразной среде можно вычислить по формуле (81.5). Но для этого надо решить, что в этом случае играет роль модуля Юнга  $E$ . Вообразим, что жидкая или газообразная среда заключена в гладкую прямолинейную трубу постоянного поперечного сечения. Трением между средой и стенками трубы пренебрежем. Стенки трубы будут препятствовать поперечному движению среды, нисколько не мешая продольному движению. Газ или жидкость в такой трубе можно рассматривать как стержень, вдоль которого распространяются продольные возмущения. Отличие от твердых тел состоит в том, что газы могут существовать *только под давлением*. При отсутствии такового всякий газ неограниченно расширился бы. Поэтому необходимо предполагать, что в невозмущенном состоянии давление внутри газа отлично от нуля. Обозначим его посредством  $P_0$ . Так же будем поступать в случае жидкости. Если давление внутри газа получит приращение и сделается равным  $P = P_0 + \Delta P$ , то изменится и объем рассматриваемой массы газа.

Определим, как изменение объема газа  $\Delta V$  связано с приращением его давления  $\Delta P$ . При этом мы будем предполагать, что  $\Delta P$  мало по сравнению с  $P_0$ :  $\Delta P \ll P_0$ . Если газ заключен в трубе, один из концов которой закрыт подвижным поршнем, то при изменении давления на поршень на величину  $\Delta P$  длина газового столба изменится на  $\Delta l$ . Величина  $-(\Delta l/l)$  есть относительное сжатие столба газа. При малых сжатиях

$$\Delta P = -A \frac{\Delta l}{l},$$

где  $A$  — постоянная. С другой стороны, формулу (75.7) для стержня можно переписать в виде  $\Delta P = -E \frac{\Delta(\Delta l)}{l}$ , где  $\Delta(\Delta l)$  — приращение длины стержня при изменении давления на  $\Delta P$ . По смыслу оно совпадает с тем, что в случае газового столба мы обозначили посредством  $\Delta l$ . Поэтому, меняя обозначение, модуль Юнга можно определить также с помощью формулы

$$\Delta P = -E \frac{\Delta l}{l}. \quad (85.1)$$

Из нее видно, что в случае газового столба  $A = E$ . Длина столба газа  $l$  пропорциональна его объему  $V$ , и предыдущую формулу можно записать в виде

$$\Delta P = -E \frac{\Delta V}{V}. \quad (85.2)$$

В этом виде формула сохраняет смысл для любой формы сосуда, в котором заключен газ, тогда как формула (85.1) относится только к газам в сосудах цилиндрической формы.

Будем считать, что давление газа зависит только от его объема  $V$ . Тогда для малых изменений объема

$$\Delta P = \frac{dP}{dV} \Delta V$$

или

$$\Delta P = \left( -V \frac{dP}{dV} \right) \cdot \left( -\frac{\Delta V}{V} \right).$$

Сравнивая эту формулу с предыдущей, видим, что в газах (и жидкостях) роль модуля Юнга играет величина

$$E = -V \frac{dP}{dV}. \quad (85.3)$$

Вместо объема тела  $V$  удобнее ввести плотность  $\rho$ . Величина  $V\rho$  есть масса тела, остающаяся постоянной при всех изменениях. Из соотношения  $V\rho = \text{const}$  путем дифференцирования находим

$$\frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho},$$

а потому

$$E = \rho \frac{dP}{d\rho}. \quad (85.4)$$

Подставляя это выражение в формулу (81.5), получаем для скорости звука в газах и жидкостях

$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}. \quad (85.5)$$

2. Применим формулу (85.5) к вычислению скорости звука в газах. Впервые это было сделано Ньютоном. Он принял, что изменения давления и плотности газа в звуковой волне подчиняются закону Бойля — Мариотта:  $P = A\rho$ , где  $A = \text{const}$ . Отсюда  $\frac{dP}{d\rho} = A = \frac{P}{\rho}$ . В результате получается формула Ньютона

$$c_{\text{Н}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}}. \quad (85.6)$$

Здесь скорость звука обозначена  $c_{\text{Н}}$ , чтобы подчеркнуть, что речь идет о скорости звука, вычисляемой по формуле Ньютона.

Преобразуем формулу (85.6) к другому виду, более удобному в численных расчетах. Как известно, объем, давление и абсолютная температура  $T$  идеальных газов связаны соотношением

$$PV = RT, \quad (85.7)$$

где  $R$  — постоянная. Если газ взят в количестве одного моля, то постоянная  $R$  будет иметь одно и то же численное значение для всех газов. Она называется *универсальной газовой постоянной* и равна  $R = 8,31 \cdot 10^7$  эрг  $\cdot$  К $^{-1}$   $\cdot$  моль $^{-1}$ . Напомним, что *молем* называется количество вещества, масса которого в граммах численно равна молекулярному весу этого вещества  $\mu$ . Отсюда следует, что плотность  $\rho$  связана с объемом  $V$  моля идеального газа соотношением  $\mu = \rho V$ . В результате получаем

$$P = \frac{RT}{\mu} \rho, \quad (85.8)$$

$$c_H = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \quad (85.9)$$

Вычислим по этой формуле скорость звука в воздухе при  $0^\circ\text{C}$  ( $T = 273$  К). Воздух есть смесь различных газов, основными частями которой являются азот ( $\mu = 28$ ) и кислород ( $\mu = 32$ ). Средний молекулярный вес такой смеси примем равным  $\mu = 28,8$ . Подставляя в формулу (85.9) численные значения, получим  $c_H = 280$  м/с. Опыт дает  $c = 330$  м/с. Налицо значительное расхождение между теорией и опытом. Причина этого расхождения долгое время оставалась непонятной. Она была установлена Лапласом (1749—1827) лишь в начале XIX века. Закон Бойля — Мариотта относится к таким изменениям давления и объема газа, при которых его *температура остается постоянной*. Между тем звуковая волна состоит из следующих друг за другом *сжатий* и *разрежений* газа. Над сжатыми областями производится внешняя работа, которая идет на *повышение их температуры*. Разреженные области сами совершают внешнюю работу и благодаря этому охлаждаются. Так как сжатия и разрежения совершаются очень быстро, то температуры между ними не успевают выравняться: сжатые области всегда теплее разреженных. Наличие этой разности температур повышает перепад давления между сжатиями и разрежениями и ведет к увеличению скорости звука в газах. Это обстоятельство и не было учтено формулой Ньютона. Ньютон при вычислении скорости звука подставил в формулу (81.5) *изотермический модуль упругости*  $E$ , а надо было пользоваться *адиабатическим модулем* (см. § 79). Количественное исследование вопроса будет дано в томе II нашего курса.