§ 100. Парадокс Даламбера. Разрывные течения

1. Оставшиеся параграфы этой главы будут посвящены силовым действиям потока жидкости на находящиеся в ней тела. Ввиду относительности движения эта проблема эквивалентна проблеме нахождения сил, действующих на тела, движущиеся в неподвижной жидкости. Проблема эта очень обширна и сложна. Во всем объеме она разбирается в специальных курсах гидродинамики и аэродинамики. В общем курсе физики на ней можно остановиться очень кратко, ограничиваясь в основном качественным рассмотрением.

Силу, действующую на тело со стороны потока жидкости, можно разложить на две составляющие: в направлении потока $\boldsymbol{F}_x$ и перпендикулярную к потоку $\boldsymbol{F}_y$. Сила $\boldsymbol{F}_x$ называется *лобовым сопротивлением*, сила $\boldsymbol{F}_y$ — *подъемной силой*. Подъемная сила действует на крылья летящего самолета. С ней связано представление о силе, направленной вверх. Но подъемная сила может быть направлена и вниз в зависимости от ориентации самолета относительно направления полета. Лобовое сопротивление $\boldsymbol{F}_x$ слагается из двух различных сил: силы разности давлений на переднюю и заднюю поверхности тела и из вязких сил трения. При больших скоростях (точнее, при больших числах Рейнольдса) преобладающую роль играют разности давлений, при малых — силы вязкости.

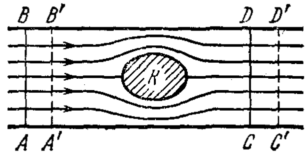

Рис. 264.

2. Рассмотрим прежде всего стационарное течение идеальной несжимаемой жидкости. Допустим, что в отсутствие внешних тел жидкость течет параллельным потоком. Поместим в него какое-либо тело K (рис. 264). Оно исказит поток. Но на достаточно больших расстояниях от тела K (в «бесконечности») поток останется параллельным. По истечении некоторого времени движение жидкости установится. К этому установившемуся течению и относятся последующие рассуждения. Для конкретности будем считать, что жидкость течет в прямолинейной трубе. Вдали от тела K линии тока параллельны стенкам трубы и вследствие несжимаемости жидкости скорость ее в этих участках трубы одна и та же. А в силу уравнения Бернулли будет одинаково и давление P. Рассмотрим часть жидкости $ABDC$, внутри которой находится тело K. Предполагается, что сечения AB и CD находятся далеко от тела K, так что через них жидкость течет параллельным потоком. Спустя короткое время выделенная часть жидкости перейдет в положение $A'B'D'C'$. При этом ее импульс останется без изменения. Действительно, в начальном положении импульс жидкости представляется суммой

$$I_1 = \text{импульс жидкости в объеме } A'B'DC + \\ + \text{импульс жидкости в объеме } ABB'A',$$

а в конечном положении:

$$I_2 = \text{импульс жидкости в объеме } A'B'DC + \\ + \text{импульс жидкости в объеме } CDD'C'.$$

Но в силу стационарности течения импульс жидкости в объеме $A'B'DC$ один и тот же в обоих случаях. А вследствие одинаковости скорости течения на «бесконечности» импульсы жидкости в объемах $ABB'A'$ и $CDD'C'$ также одинаковы. Итак, при обтекании тела K импульс жидкости не изменяется. Следовательно, полная сила, действующая на рассматриваемый объем жидкости в направлении потока, равна нулю. Но эта сила слагается из сил давления на основаниях AB и CD и из силы $\boldsymbol{F}'_x$, с которой действует на жидкость тело K. (Давление стенок можно не принимать во внимание, так как оно не дает слагающей в направлении потока.) Силы давления на основаниях AB и CD уравновешивают друг друга, а потому $F'_x = 0$. Следовательно, обращается в нуль и лобовое сопротивление F_x.

Допустим теперь, что труба берется все шире и шире. Наш вывод остается справедливым для сколь угодно широкой трубы. Он останется верным и в пределе, когда трубы совсем нет, а поток во всех поперечных направлениях простирается до бесконечности. Итак, при стационарном течении идеальной несжимаемой жидкости или при равномерном движении тела в ней лобовое сопротивление равно нулю. Этот вывод в свое время казался неожиданным. Он получил название *парадокса Даламбера* (1717—1783). Наличие этого парадокса указывает на то, что при определении лобового сопротивления, испытываемого телом при равномерном движении в жидкости, последнюю нельзя рассматривать как идеальную.

3. Наш вывод относится только к лобовому сопротивлению $\boldsymbol{F}_x$, но не к подъемной силе $\boldsymbol{F}_y$, и моменту сил $\boldsymbol{M}$, с которым поток жидкости действует на тело. Момент $\boldsymbol{M}$ относительно центра масс равен нулю в тех случаях, когда тело симметрично и симметрично расположено относительно потока. Если такое условие не выполнено, то это, вообще говоря, не так. При обтекании тела происходит смещение всего потока жидкости вбок, т. е. в направлении, перпендикулярном к направлению невозмущенного потока. Это вызывает изменение момента количества движения жидкости и ведет к появлению момента сил $\boldsymbol{M}$, действующего на тело. В результате момент $\boldsymbol{M}$ поворачивает тело, пока он не обратится в нуль и течение жидкости в окрестности тела K вновь станет стационарным. Что касается подъемной силы $\boldsymbol{F}_y$, то к этому вопросу мы вернемся в § 103.

4. Если тело движется неравномерно, то парадокс Даламбера не возникает. Дело в том, что с движущимся телом всегда связана какая-то масса жидкости, увлекаемая им. Она называется *присоединенной массой*. При ускорении тела ускоряется и присоединенная масса жидкости. Поэтому для сообщения ускорения телу в жидкости требуется бо́льшая сила, чем для сообщения такого же ускорения при отсутствии жидкости. Это и значит, что жидкость оказывает сопротивление телу, движущемуся в ней ускоренно.

5. Парадокс Даламбера легко уяснить, если рассмотреть картину линий тока. На схематическом рис. 265 изображены линии тока при стационарном обтекании цилиндра или шара идеальной жидкостью. Линии тока *совершенно симметричны* по отношению к направлению вперед и назад (*зеркальная симметрия*). А скорости частиц жидкости в соответствующих точках перед и за телом равны по величине и отличаются только направлением. Но в уравнение Бернулли (94.4) скорость v входит в квадрате. Поэтому распределения давления в потоке перед и за телом *совершенно одинаковы*. Давление на переднюю поверхность тела уравновешивается давлением на заднюю поверхность, а следовательно, лобовое сопротивление равно нулю.

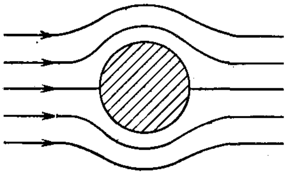

Рис. 265.

Если тело, а следовательно, и поток жидкости не обладают симметрией, то рассуждение осложняется. Однако и в этом случае ввиду отсутствия потерь энергии стационарное течение идеальной жидкости обладает следующим свойством. Если в некоторый момент времени изменить на противоположные направления движения всех частиц жидкости, то они будут двигаться по тем же линиям тока с теми же по величине, но противоположными по направлению скоростями. Так как в уравнение Бернулли скорость течения входит в квадрате, то при таком обращении направления течения распределение давления в жидкости не изменится. Не изменится также величина и направление силы $\boldsymbol{F}$, с которой жидкость действует на обтекаемое тело. В частности, не меняется лобовое сопротивление $\boldsymbol{F}_x$. С другой стороны, опыт показывает, что сила $\boldsymbol{F}_x$ всегда направлена по течению *), а потому при обращении течения сила $\boldsymbol{F}_x$ должна изменить знак. Отсюда непосредственно следует, что $\boldsymbol{F}_x = 0$. К подъемной силе эти соображения неприменимы, так как нет оснований утверждать, что при обращении направления потока должна менять направление и подъемная сила.

6. Во всем изложенном предполагалось, что поток жидкости является *непрерывным*. Однако уравнения гидродинамики допускают и такие стационарные течения, в которых скорость жидкости претерпевает разрыв непрерывности. На эту возможность обратил внимание Кирхгоф (1824—1887). Представим себе, что к телу K прикреплена

*) Теоретически это не обязательно (см. подстрочное примечание к стр. 494). Сила $\boldsymbol{F}_x$ могла бы быть направлена и против течения. Однако эта возможность представляет чисто умозрительный интерес.

бесконечно тонкая эластичная перегородка $MCDN$ (рис. 266). Пусть пространство $MCDN$, ограниченное этой перегородкой, заполнено неподвижной жидкостью, находящейся под постоянным давлением P_0. Пусть эту систему тел обтекает идеальная несжимаемая жидкость. Тогда при стационарном течении граница $MCDN$ будет вести себя как поверхность твердого тела, и часть линий тока расположится вдоль этой поверхности. Ширина бесконечно тонких трубок тока в окрестности поверхности $MCDN$ будет изменяться по такому закону, чтобы обеспечить постоянство скорости жидкости вдоль всей поверхности $MCDN$. Тогда, согласно уравнению Бернулли, будет постоянно и давление жидкости на этой поверхности. Если убрать эластичную перегородку, то характер течения жидкости не изменится. Действительно, поверхность $MCDN$ останется поверхностью постоянного нормального давления, а тангенциальные силы появиться не могут из-за идеальности жидкости. Получилось стационарное течение жидкости с тангенциальным разрывом на поверхности $MCDN$ (см. задачу к § 98). Оно характеризуется тем, что на некоторой линии обтекаемого тела происходит *отрыв течения от тела*. Таких течений, очевидно, можно представить бесконечное множество. Они отличаются друг от друга положением *линии отрыва* CD и формой поверхности тангенциального разрыва $MCDN$. Давление в *области застоя* (т. е. области, где жидкость покоится) P_0, очевидно, равно давлению на линии отрыва CD. Последнее же меньше давления в критической точке B. Это приводит к тому, что равнодействующая сил давления, действующих на переднюю поверхность тела, превышает соответствующую силу, действующую на заднюю сторону его. В результате появляется лобовое сопротивление F_x *).

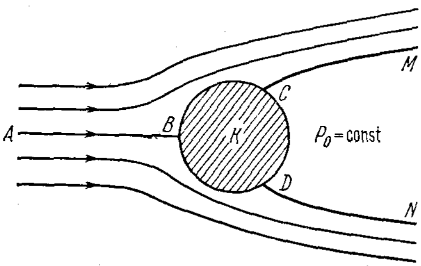

Рис. 266.

7. Тангенциальные разрывы гидродинамически неустойчивы (см. задачу к § 98). Поверхности разрыва распадаются в *вихри*. Тем не менее идеальные разрывные течения с отрывом от обтекаемого тела, рассмотренные выше, не совсем лишены интереса. Они в известном смысле могут рассматриваться как предельные случаи реальных течений вязкой жидкости. Силы вязкости мало существенны вдали от обтекаемого тела, где они малы. Их влияние про-

*) Если обратить направление течения, то величина и направление силы F_x не изменятся. В обращенном течении сила F_x направлена против течения, т. е. «лобовое сопротивление» отрицательно. Это — случай, который имелся в виду в подстрочном примечании к стр. 493 как теоретически возможный.

является главным образом в тонком *пограничном слое* вблизи поверхности тела, где они велики. Они приводят к отрыву течения от тела. При этом вместо области застоя за телом возникает область интенсивного турбулентного движения. Наличие такой области и ведет к возникновению лобового сопротивления. При этом силы вязкости автоматически устраняют неоднозначность в положении линии отрыва, характерную для разрывных течений идеальных жидкостей. Чем у́же область отрыва, тем меньше лобовое сопротивление. С целью уменьшения лобового сопротивления самолетам, судам, автомобилям и прочим быстроходным самодвижущимся аппаратам придают «обтекаемую форму».

§ 101. Применение теории размерности

1. Отвлечемся на время от механизма возникновения силы $\boldsymbol{F}$, с которой стационарный поток несжимаемой жидкости действует на неподвижное тело, и применим к этой проблеме методы теории размерности. Сила $\boldsymbol{F}$ зависит от формы и размеров тела, от ориентации его по отношению к потоку, от скорости потока $\boldsymbol{v}$ (на «бесконечности»), а также от свойств жидкости. Ориентацию крыла самолета принято характеризовать *углом атаки,* т. е. углом между плоскостью крыла и направлением полета. Не будем вводить явно такие параметры, предполагая, что мы имеем дело с телами не только геометрически подобными, но и подобно расположенными. Свойства жидкости характеризуются ее плотностью ρ и коэффициентом вязкости η. Таким образом, должна существовать функциональная связь между величинами $\boldsymbol{F}$, v, ρ, η, S, где S — характерная площадь поперечного сечения тела. Квадратный корень из нее $l=\sqrt{S}$ может служить характерным линейным размером тела. Из этих пяти величин можно составить две независимые безразмерные комбинации. За таковые можно принять $\frac{\boldsymbol{F}}{\rho v^2 S}$ и число Рейнольдса $\mathrm{Re}=\frac{\rho l v}{\eta}$. Согласно правилу размерности одна из этих комбинаций является функцией другой. В результате получим

$$\boldsymbol{F}=\frac{\rho v^2}{2} S\boldsymbol{C}(\mathrm{Re}), \tag{101.1}$$

или

$$F_x=\frac{\rho v^2}{2} SC_x(\mathrm{Re}), \tag{101.2}$$

$$F_y=\frac{\rho v^2}{2} SC_y(\mathrm{Re}). \tag{101.3}$$

Безразмерные коэффициенты $C_x(\mathrm{Re})$ и $C_y(\mathrm{Re})$ называются соответственно коэффициентами *лобового сопротивления* и *подъемной силы.* Оба они являются функциями числа Рейнольдса и зависят