Промежуточное изображение P_1 будем рассматривать как предмет при преломлении света на второй сферической поверхности линзы. Изображение точки P, возникающее при таком преломлении, и будет окончательным изображением P', которое дает линза. Абсцисса x' точки P' найдется из формулы (10.2), если в ней сделать замену $n' \to 1$, $x \to x_1$, $R \to R_2$. Таким путем находим

$$\frac{n}{x_1} - \frac{1}{x'} = \frac{n-1}{R_2}.$$

Складывая это равенство с предыдущим, получим

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \tag{10.7}$$

Это хорошо известная формула тонкой линзы

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = -\frac{1}{f}. \tag{10.8}$$

Фокусное расстояние f определяется формулой

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \tag{10.9}$$

Эта формула справедлива для всяких тонких линз: двояковыпуклых, двояковогнутых, плоско-выпуклых и т. д. Надо только придерживаться правила знаков, сформулированного в пункте 2 настоящего параграфа. Так, для двояковыпуклой линзы $R_1 > 0$, $R_2 < 0$, а потому фокусное расстояние f положительно. Для двояковогнутой линзы $R_1 < 0$, $R_2 > 0$, и фокусное расстояние f отрицательно. (В обоих случаях предполагается, что $n > 1$.)

§ 11. Общие свойства центрированных оптических систем

1. Свойства центрированных оптических систем в параксиальных лучах были систематически исследованы Гауссом (1777—1855) в 1841 г. Поэтому оптику параксиальных лучей часто называют *гауссовой оптикой*. При изложении относящихся сюда вопросов мы применим *аналитический метод*. Он менее нагляден, чем геометрический метод. Зато аналитический метод отличается большей простотой и систематичностью.

В случае одной преломляющей поверхности координаты x, y точки-предмета связаны с координатами x', y' точки-изображения формулами (10.4). В этих формулах используется одна и та же координатная система в пространствах предметов и изображений. Выберем теперь в этих пространствах *разные системы координат*, получающиеся из исходной системы параллельным переносом вдоль главной оптической оси. Начала координат этих систем лежат на главной оптической оси, но могут и не совпадать друг с другом.

При новом выборе координатных систем формулы (10.4) преобразуются в

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d}, \quad y' = \frac{e}{cx+d}\, y,$$

где a, b, c, d, e — постоянные. Их легко вычислить, если известны положения начал координат и параметры преломляющей сферической поверхности. Этими формулами устанавливается соответствие между точками пространства предметов и пространства изображений. Оно называется *коллинеарным соответствием* (точнее — *коллинеарным соответствием с осевой симметрией*).

Допустим теперь, что после прохождения через первую преломляющую поверхность лучи испытывают преломление на второй сферической поверхности. Тогда получится второе изображение — точка P'' с координатами x'', y''. Они связаны с x', y' формулами такого же вида, т. е.

$$x'' = \frac{a'x'+b'}{c'x'+d'}, \quad y'' = \frac{e'}{c'x'+d'}\, y'$$

с новыми коэффициентами a', b', c', d', e'. Исключим из этих и предыдущих соотношений координаты x', y' промежуточного изображения P'. Нетрудно убедиться, что таким путем снова получатся формулы коллинеарного соответствия:

$$x'' = \frac{a''x+b''}{c''x+d''}, \quad y'' = \frac{e''}{c''x+d''}\, y,$$

причем коэффициенты a'', b'', c'', d'', e'' могут быть выражены через десять коэффициентов a, b, ..., d', e'. Таким образом, *два или несколько последовательно выполненных коллинеарных соответствий эквивалентны одному коллинеарному соответствию*. Следовательно, *любая центрированная система в параксиальных лучах устанавливает коллинеарное соответствие между точками пространства предметов и пространства изображений*. Его можно выразить формулами

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d}, \quad y' = \frac{e}{cx+d}\, y, \quad z' = \frac{e}{cx+d}\, z. \tag{11.1}$$

Здесь добавлена формула для координат z и z'. Ввиду осевой симметрии, она совпадает с соответствующей формулой для y и y'.

Коллинеарное соответствие определяется *четырьмя параметрами*, за которые можно принять отношения четырех из коэффициентов a, b, c, d, e к пятому. Поэтому и произвольная центрированная система характеризуется также *четырьмя параметрами*.

Разрешая уравнения (11.1) относительно x, y, z, получим

$$x = \frac{a'x'+b'}{c'x'+d'}, \quad y = \frac{e'}{c'x'+d'}\, y', \quad z = \frac{e'}{c'x'+d'}\, z', \tag{11.2}$$

причем

$$b'=b, \quad c'=c, \quad a'=-d, \quad d'=-a, \quad e'=\frac{bc-ad}{e}. \tag{11.3}$$

Обратное преобразование, таким образом, выражается также формулами коллинеарного соответствия, что, очевидно, является следствием обратимости светового пути (см. § 10, пункт 1).

2. Из формул коллинеарного соответствия вытекают следующие свойства оптических изображений в центрированных системах.

1) *Каждая плоскость пространства предметов изображается в виде плоскости.* Действительно, уравнение плоскости в пространстве предметов

$$Ax+By+Cz+D=0$$

после замены координат x, y, z их выражениями через x', y', z' по формулам (11.2) переходит в уравнение вида

$$A'x'+B'y'+C'z'+D'=0,$$

которое представляет плоскость в пространстве изображений.

2) *Каждая прямая пространства предметов изображается в виде прямой*, так как прямую можно рассматривать как линию пересечения двух плоскостей.

3) *Каждая точка пространства предметов изображается в виде точки*, так как всякую точку можно рассматривать как точку пересечения трех плоскостей.

3. Из формул (11.1) следует, что конечным значениям x, y, z соответствуют, вообще говоря, конечные значения x', y', z'. Исключение составляют точки плоскости

$$cx+d=0. \tag{11.4}$$

Каждая точка такой плоскости изображается бесконечно удаленной точкой. Это означает, что все лучи, вышедшие из одной и той же точки плоскости (11.4), после прохождения через оптическую систему становятся параллельными. Плоскость (11.4) называется *фокальной плоскостью пространства предметов, или передней фокальной плоскостью оптической системы.* Аналогично, плоскость

$$c'x'+d'=0 \tag{11.5}$$

называется *фокальной плоскостью пространства изображений*, или *задней фокальной плоскостью оптической системы.* Параллельные лучи после прохождения через оптическую систему пересекаются в одной из точек этой плоскости.

Точки пересечения фокальных плоскостей с главной оптической осью называются *фокальными точками*, или *главными фокусами оптической системы.* Главный фокус пространства предметов (*передний главный фокус*) будем обозначать через F, а главный фокус пространства изображений (*задний главный фокус*) — через F'.

Согласно формулам (11.4), (11.5) и (11.3), абсциссы главных фокусов системы определяются выражениями:

$$x_F = -\frac{d}{c}, \quad x'_{F'} = -\frac{d'}{c'} = \frac{a}{a}. \tag{11.6}$$

Система может и не иметь фокальных плоскостей. Это будет, когда $c = 0$, и следовательно, $c' = 0$. Такие системы называются *афокальными*, или *телескопическими*. Они являются предельными случаями обычных систем, когда обе фокальные плоскости сдвинуты в бесконечность. После прохождения через афокальную систему всякий параллельный пучок лучей остается параллельным, могут изменяться лишь ширина и направление пучка. Примером афокальной системы может служить зрительная труба (телескоп), установленная на бесконечность. В этом случае задняя фокальная плоскость объектива совмещается с передней фокальной плоскостью окуляра.

Рассмотрим сначала системы с конечными фокусными расстояниями.

4. Отношение y'/y называется *поперечным увеличением*, или просто *увеличением системы*. Согласно формулам (11.1) или (11.2), оно не зависит от y и z. Отсюда следует, что *изображение плоского предмета, перпендикулярного к главной оптической оси, подобно самому предмету*. Если увеличение положительное, то изображение *прямое*. В противоположном случае изображение *обратное*.

Две сопряженные плоскости, отображающиеся друг в друга с поперечным увеличением $y'/y = +1$, называются *главными плоскостями оптической системы*. Уравнения таких плоскостей можно получить, полагая в формулах (11.1) и (11.2) $y' = y$. Это дает

$$cx + d - e = 0, \quad c'x' + d' - e' = 0. \tag{11.7}$$

Первая плоскость называется *главной плоскостью пространства предметов* (*передней главной плоскостью*), вторая — *главной плоскостью пространства изображений* (*задней главной плоскостью*). Точки пересечения главных плоскостей с главной оптической осью называются *главными точками центрированной системы*. Главную точку в пространстве предметов будем обозначать через H, а в пространстве изображений — через H'. Полагая в формулах (11.1) и (11.2) $y = y'$, находим абсциссы главных точек:

$$x_H = \frac{e-d}{c}, \quad x'_{H'} = \frac{e'-d'}{c'} = \frac{bc + a(e-d)}{ec}. \tag{11.8}$$

5. Главные и фокальные точки центрированной системы называются ее *кардинальными точками*. Так как коллинеарное соответствие определяется четырьмя параметрами, то положение четырех кардинальных точек полностью определяет коллинеарное соответствие. Фокальные и главные точки полностью характеризуют оптическую систему в том смысле, что, зная положение этих точек, можно найти изображение любого предмета, даваемое оптической системой.

Допустим сначала, что предмет P точечный и не лежит на главной оптической оси системы (рис. 42). Опустим из точки P перпендикуляр PQ на эту ось. Луч PA, параллельный главной оптической оси, или его продолжение в сторону пространства изображений встретит главные плоскости в сопряженных точках A и A'. Поэтому после прохождения через оптическую систему этот луч или его продолжение пройдет через точку A'. Кроме того, он должен пройти через задний фокус F'. Двумя точками A' и F' положение луча в пространстве изображений определяется полностью. Проведем теперь второй луч PF, проходящий через передний фокус F. Он

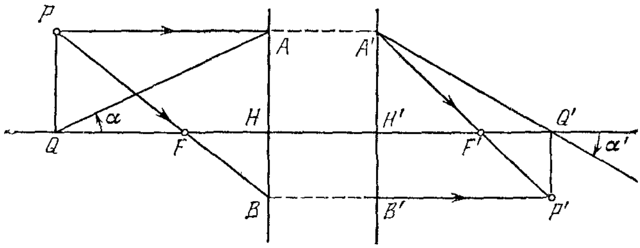

Рис. 42.

или его продолжение встретит переднюю главную плоскость в точке B. Проведя через B прямую $BB'P'$, параллельную главной оптической оси, найдем положение луча $B'P'$ в пространстве изображений. Точка P', в которой пересекаются лучи $A'P'$ и $B'P'$, и будет изображением точки P. При этом проекция Q точки P на главную оптическую ось изобразится проекцией точки P' на ту же ось. Это дает правило построения изображения точки и в том случае, когда она лежит на главной оптической оси. Отрезок QP изображается отрезком $Q'P'$.

Расстояния главных точек от соответствующих фокальных точек называются *главными фокусными расстояниями* системы. Фокусное расстояние в пространстве предметов будем обозначать через f, в пространстве изображений — через f'. В соответствии с принятым нами правилом знаков фокусное расстояние считается положительным, если падающий свет идет в направлении от главного фокуса к соответствующей главной плоскости. Фокусные расстояния определяются формулами

$$f = x_H - x_F = \frac{e}{c}, \quad f' = x'_{H'} - x'_{F'} = \frac{e'}{c'} = \frac{bc - ad}{ce}. \tag{11.9}$$

Надлежащим выбором начал координат можно упростить формулы (11.1) и (11.2). Рассмотрим два важнейших случая.

6. Случай 1. Начала координат помещены в главные точки H и H'. Абсциссы в этих координатных системах будем обозначать через ξ и ξ', а ординаты — через η и η'. Очевидно, $\eta = y$, $\eta' = y'$, а по самому выбору начал координат $\xi_H = \xi'_{H'} = 0$. Поэтому из (11.8) следует: $e = d$, $b = 0$. Формулы (11.1) преобразуются в

$$\xi' = \frac{a\xi}{c\xi + d}, \quad \eta' = \frac{d}{c\xi + d}\eta.$$

Абсциссы фокальных точек, ввиду соотношений (11.6), будут $\xi_F = -d/c$, $\xi'_{F'} = a/c$, а фокусные расстояния $f = d/c$, $f' = -a/c$. Исключая с помощью этих соотношений коэффициенты a, c, d, получим

$$\xi' = \frac{f'\xi}{f - \xi}, \quad \eta' = \frac{f\eta}{f - \xi}. \tag{11.10}$$

Первую из этих формул можно записать также в виде

$$\frac{f}{\xi} + \frac{f'}{\xi'} = -1. \tag{11.11}$$

Как видно из рис. 42, $HA = -\xi\alpha$, $H'A' = -\xi'\alpha'$. Так как $HA = H'A'$, то $\xi\alpha = \xi'\alpha'$. Далее, из уравнений (11.10) находим: $f\eta\xi' = -f'\eta'\xi$, так что

$$f\eta\alpha = -f'\eta'\alpha'. \tag{11.12}$$

Но по теореме Лагранжа — Гельмгольца $n\eta\alpha = n'\eta'\alpha'$, а потому

$$\frac{f}{n} = -\frac{f'}{n'}. \tag{11.13}$$

Такова связь между фокусными расстояниями f и f'.

Допустим, как это обычно бывает, что среда по обе стороны оптической системы одна и та же. Если система содержит четное число отражений (такая система называется *диоптрической*), то $n = n'$, и следовательно, $f = -f'$. В этом случае формула (11.11) переходит в *формулу линзы*:

$$\frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi'} = -\frac{1}{f}. \tag{11.14}$$

Если же система содержит нечетное число отражающих поверхностей (такая система называется *катоптрической*), то $n = -n'$, и следовательно, $f = f'$. Тогда формула (11.11) переходит в *формулу зеркала*:

$$\frac{1}{\xi} + \frac{1}{\xi'} = -\frac{1}{f}. \tag{11.15}$$

В диоптрических системах направления распространения падающего и прошедшего света одинаковы, а в катоптрических противоположны.

7. Случай 2. Начала координатных систем помещены в главные фокусы F и F'. Абсциссы в этих системах будем обозначать через X и X', а ординаты через Y и Y'. Очевидно, $Y = y = \eta$, $Y' = y' = \eta'$. Кроме того, по самому выбору начал координат $X_F = X'_{F'} = 0$. Следовательно, должно быть $a = d = 0$, $b/c = ff'$, $e/c = f$, как в этом нетрудно убедиться с помощью формул (11.6) и (11.9). В результате формулы (11.1) переходят в

$$XX' = ff', \tag{11.16}$$

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{f}{X} = \frac{X'}{f'}. \tag{11.17}$$

Эти простые формулы были известны еще Ньютону, — правда, для частных случаев.

8. К кардинальным точкам, наряду с главными и фокальными, относят еще *узловые точки*. Они естественно появляются при рассмотрении *углового увеличения* системы. Угловое увеличение есть отношение α'/α углов α' и α, образуемых с главной оптической осью проходящим и падающим лучами. *Узловыми точками называются две сопряженные точки K и K', лежащие на главной оптической оси*, которые отображаются друг в друга с угловым увеличением $+1$. Это значит, что всякий луч, проходящий через узловую точку K, после прохождения через оптическую систему остается параллельным своему исходному направлению и проходит через вторую узловую точку системы K'. Для доказательства существования и определения положения узловых точек положим в формуле (10.6) $\alpha = \alpha'$. Это дает $ny = n'y'$, или на основании формулы (11.13) $y'/y = -f/f'$. Сравнивая этот результат с формулами (11.17), находим абсциссы узловых точек относительно фокальных точек:

$$X_K = -f', \quad X'_{K'} = -f, \tag{11.18}$$

или на основании определения фокусных расстояний

$$FK = H'F', \quad F'K' = HF. \tag{11.19}$$

Это приводит к следующему правилу для нахождения узловых точек. Отрезки HF и $H'F'$ надо перенести параллельно самим себе, чтобы их начальные точки H и H' совпали с фокусами F' и F соответственно. Тогда другие концы этих отрезков F и F' укажут положение узловых точек K' и K (рис. 43). Если $n' = n$, то $f' = -f$. В этом случае узловые точки совпадают с главными. Узловые точки также могут быть использованы для построения оптических изображений в центрированных системах.

Иногда к числу кардинальных точек относят *обратные главные* и *обратные узловые точки*. Первые характеризуются линейным увеличением, равным минус единице; вторые — угловым увеличением, равным также минус единице. Доказательство существования и определение положения таких пар точек не представляют затруднений.

9. Отношение длины $\delta X'$ изображения бесконечно малого отрезка, параллельного главной оптической оси, к длине δX самого отрезка называется *осевым* или *продольным увеличением*. Для этого увеличения из формулы (11.16) находим

$$\frac{\delta X'}{\delta X} = -\frac{X'}{X} = -\frac{ff'}{X^2} = -\frac{X'^2}{ff'}. \tag{11.20}$$

Сравнение этих формул с формулами (11.17) показывает, что *осевое увеличение в общем случае не равно поперечному увеличению.* Отсюда следует, что *изображение бесконечно малого объемного предмета в центрированной оптической системе, вообще говоря, не подобно самому предмету. Исключение составляет случай, когда предмет помещен в одной из узловых или в одной из обратных узловых точек системы.* В самом деле, для изображения бесконечно малого объемного предмета с сохранением подобия необходимо и достаточно, чтобы осевое увеличение по абсолютной величине было равно поперечному увеличению, т. е.

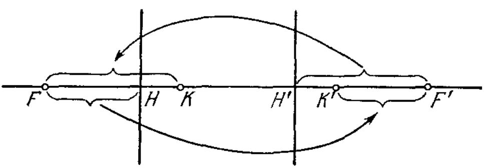

Рис. 43.

$$\frac{ff'}{X^2} = \pm\frac{f}{X}.$$

Отсюда $X = \pm f'$. Формулы (11.17) и (11.13) дают

$$\frac{Y'}{Y} = \pm\frac{f}{f'} = \mp\frac{n}{n'}.$$

После этого из теоремы Лагранжа — Гельмгольца (10.6) получаем $\alpha = \pm\alpha'$, что и требовалось доказать.

Если система диоптрическая (см. пункт 6), то знаки f и f' противоположны. В этом случае, как видно из (11.17), δX и $\delta X'$ имеют одинаковые знаки. Отсюда следует, что при перемещении предмета вдоль оптической оси его изображение перемещается *в том же направлении*. Напротив, если система катоптрическая, то при перемещении предмета вдоль оптической оси его изображение перемещается *в противоположном направлении*. А так как в диоптрических системах направления распространения света в пространствах предметов и изображений одинаковы, а в катоптрических противоположны, то для всех систем справедливо такое правило:

Если предмет перемещается вдоль оптической оси в направлении распространения падающего света, то его изображение перемещается в направлении распространения прошедшего света, и наоборот.

10. В случае телескопической системы $c = 0$. Но коэффициент d в нуль обращаться не должен, иначе формулы (11.1) потеряли бы смысл. Не должны обращаться в нуль также коэффициенты a и e, так как в противном случае из формул (11.1) мы получили бы $x' = \mathrm{const}$, $y' = 0$, $z' = 0$, т. е. любая точка изображалась бы всегда одной и той же точкой. Такой случай в оптических системах не встречается, он имеет только формально-математический характер. Итак, для телескопической системы $c = 0$, $d \neq 0$, $a \neq 0$, $e \neq 0$. Следовательно, должно быть также $c' = 0$, $d' \neq 0$, $a' \neq 0$, $e' \neq 0$, как это видно из формул (11.3). Телескопическую систему можно рассматривать как предельный случай фокальной системы, обе фокальные точки которой удалены в бесконечность ($x_F = \pm\infty$, $x'_{F'} = \pm\infty$). Оба фокусных расстояния f и f' телескопической системы бесконечно велики, хотя их отношение $f/f' = -n/n'$ и остается конечным.

Формулы (11.1) для телескопической системы принимают вид

$$x' = Ax + C, \quad y' = By, \tag{11.21}$$

где $A = a/d$, $B = e/d$, $C = b/d$ — постоянные. Отсюда видно, что *всякий параллельный пучок света после прохождения через телескопическую систему остается параллельным.* Постоянные A и B не независимы. Действительно, формулы (11.9) для телескопических систем дают

$$\frac{f}{f'} = -\frac{e^2}{ad} = -\frac{B^2}{A},$$

или на основании (11.13)

$$\frac{B^2}{A} = \frac{n}{n'}. \tag{11.22}$$

Если за начала координатных систем принять любую пару сопряженных точек оптической оси, то формулы (11.21) упростятся и перейдут в

$$x' = Ax, \quad y' = By. \tag{11.23}$$

Таким образом, *поперечное и осевое увеличения телескопической системы постоянны, т. е. не зависят от положения предмета.* Постоянно также и угловое увеличение, так как по формуле (10.6)

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{ny}{n'y'} = \frac{n}{Bn'} = \frac{B}{A}. \tag{11.24}$$

Для зрительных труб и любых систем, у которых $n = n'$,

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y}{y'}. \tag{11.25}$$

В этом случае угловое увеличение называют просто *увеличением* трубы, опуская прилагательное «угловое». Эта величина показывает, во сколько раз угол, под которым виден бесконечно удаленный малый предмет в трубу, больше угла, под которым он был бы виден невооруженным глазом. Согласно (11.25), угловое увеличение зрительной трубы равно обратному значению ее поперечного увеличения. Отсюда следует, что *увеличение зрительной трубы численно равно отношению ширины падающего пучка лучей к ширине соответствующего выходящего пучка.*

Поясним последнее утверждение на примере *кеплеровой трубы*, состоящей из двух тонких собирающих линз — объектива O и окуляра O' (рис. 44). Задняя фокальная плоскость объектива совпадает с передней фокальной плоскостью окуляра. Пусть в трубу рассматривается бесконечно удаленный предмет. Объектив дает

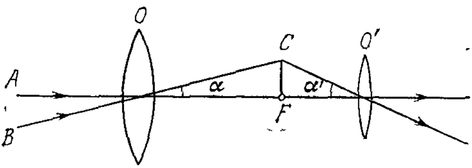

Рис. 44.

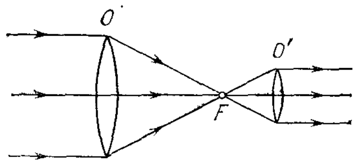

Рис. 45.

изображение FC этого предмета в общей фокальной плоскости объектива и окуляра. Допустим для простоты, что один из крайних лучей (луч AF) идет вдоль оптической оси трубы, а другой (луч BC) — под углом α к ней. Проходя через оптический центр объектива, луч BC не испытывает преломления. Угол α есть угол, под которым бесконечно удаленный предмет виден невооруженным глазом; угол α' — угол, под которым тот же предмет виден в зрительную трубу. *Угловое увеличение* α'/α, согласно рис. 44, *численно равно отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра.* Но это отношение в свою очередь равно отношению ширины падающего параллельного пучка лучей к ширине соответствующего выходящего пучка (см. рис. 45).

11. Более общий подход к вопросу об угловом увеличении телескопической системы дает *принцип Ферма*. Этот подход применим и к телескопическим системам, не обладающим осевой симметрией. *Телескопической системой в общем случае называют любую оптическую систему, при прохождении через которую каждый параллельный пучок света остается параллельным.* Пусть AB (рис. 46) — плоский участок волнового фронта перед телескопической системой. После прохождения через эту систему (не изображенную на рисунке) он переходит в плоский участок $A'B'$. Продолжением луча AC является луч $C'A'$, а луча BD — луч $D'B'$. Таким образом, $(ACC'A') = (BDD'B')$. Возьмем другой плоский участок волнового фронта AE, наклоненный к AB под бесконечно малым углом α. За оптической системой волновой фронт AE перейдет в волновой фронт $A''E'$, образующий с прежним волновым фронтом $A'B'$ угол α'. Угловое увеличение системы будет $N = \alpha'/\alpha$. Возьмем тот волновой фронт $A''E'$, который проходит через точку A'. На основании следствия принципа Ферма, доказанного в пункте 4 § 7, оптические длины лучей AA'' и EE' при смещении вдоль волнового фронта $A''E'$ будут меняться во втором или высшем порядке малости. В этом порядке указанные оптические длины останутся неизменными, если заменить их оптическими длинами $(ACC'A')$ и $(EDD'B'K)$.

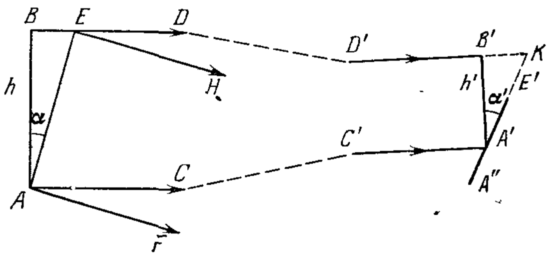

Рис. 46.

Таким образом, $(ACC'A') = (EDD'B'K)$. Сравнивая это соотношение с предыдущим, получим $(BEDD'B') = (EDD'B'K)$, откуда $(BE) = (B'K)$, или

$$nh\alpha = n'h'\alpha', \tag{11.26}$$

где n — показатель преломления среды перед телескопической системой, n' — за этой системой, h — поперечное сечение падающего пучка лучей, а h' — выходящего. Если, как обычно бывает, $n' = n$, то

$$N = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{h}{h'}, \tag{11.27}$$

т. е. *увеличение телескопической системы равно отношению ширин пучков света до и после прохождения через эту систему*. Полученные результаты имеют общий характер и не зависят от конкретного устройства телескопической системы.

Увеличение может и не быть одинаковым по всем направлениям. Рассмотрим, например, призму, преломляющее ребро которой вертикально. Вертикальные размеры параллельного светового пучка после прохождения через призму не изменяются, тогда как горизонтальные размеры, вообще говоря, меняются. Призма будет давать увеличение в горизонтальном направлении, но не будет увеличивать в вертикальном направлении. Изображение, даваемое призмой, получится вытянутым или сплюснутым в горизонтальном направлении, в зависимости от того, уменьшаются или увеличиваются поперечные размеры светового пучка в этом направлении. Искажения не получится, если держать призму под углом наименьшего отклонения, но в этом случае не будет и увеличения. Комбинацией двух призм, преломляющие ребра которых взаимно перпендикулярны, можно произвольно увеличивать или уменьшать поперечное сечение светового пучка и притом одинаково по всем направлениям. Такая комбинация действует как обыкновенная зрительная труба. Вращая каждую из призм вокруг своего преломляющего ребра, можно получить произвольное увеличение. Недостатками такого оптического прибора являются большие геометрические и хроматические аберрации, вносимые им. Практического значения он не имеет.

§ 12. Сложение центрированных систем. Толстые линзы

1. Пусть две центрированные системы соединены вместе таким образом, что их оптические оси совпадают. Если известны параметры каждой системы, а также их взаимное расположение, то геометрическим построением или аналитическим расчетом можно определить положение всех кардинальных точек сложной оптической системы, состоящей из этих двух систем.

Обозначим фокусные расстояния первой системы через f_1 и f_1', а второй системы — через f_2 и f_2'. Пусть Δ означает расстояние передней фокальной точки F_2 второй системы от задней фокальной точки F_1' первой системы (рис. 47). Это расстояние называется

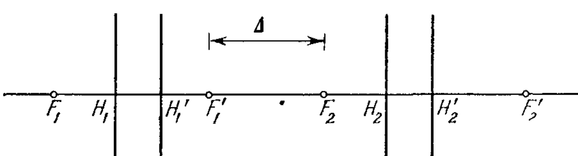

Рис. 47.

оптическим интервалом двух систем и в соответствии с принятым правилом знаков считается положительным, если падающий свет идет в направлении от фокуса F_1' к фокусу F_2, в противоположном случае оптический интервал считается отрицательным. Заданием оптического интервала полностью определяется взаимное расположение складываемых систем. С целью упрощения вычислений начала координат для каждой из складываемых систем поместим в ее фокальные точки. Фокус F_1 примем за начало координат в пространстве предметов всей сложной системы, а фокус F_2' — за начало координат в пространстве изображений той же системы. Пусть x, y — координаты предмета, а x_1, y_1 — его изображения,