

2. Для определения фокусного расстояния собирающей линзы Бессель (1784—1846) предложил следующий метод.

С помощью линзы на экране получается действительное изображение предмета. Пусть A — расстояние от предмета до его изображения. Тогда $A = \xi' + e - \xi$. Исключая с помощью этого соотношения ξ' из (11.14), получим

$$\xi^2 + (A - e)\xi + (A - e)f = 0. \quad (12.24)$$

Если

$$A - e > 4f, \quad (12.25)$$

то уравнение (12.24) имеет два вещественных корня ξ_1 и ξ_2 . В этом случае существуют два положения линзы, при которых на экране получаются действительные изображения предмета (при неизменном расстоянии между предметом и экраном). Чтобы перейти от одного изображения к другому, надо сместить линзу на расстояние $a = \xi_1 - \xi_2 = \sqrt{(A - e)^2 - 4f(A - e)}$, откуда

$$f = -f' = \frac{(A - e)^2 - a^2}{4(A - e)}. \quad (12.26)$$

Величины A и a можно измерить. Величина же e — расстояние между главными плоскостями — неизвестна. Для ее определения можно взять другое расстояние A_1 между предметом и экраном и измерить соответствующее смещение линзы a_1 . Получится выражение вида (12.26), в котором A и a заменены на A_1 и a_1 . Сравнивая эти два выражения, можно вычислить e . Для упрощения расчета можно пренебречь e^2 по сравнению с A^2 . Это дает

$$f = -f' = \frac{A^2 - a^2}{4A} - \frac{A^2 + a^2}{4A^2} e. \quad (12.27)$$

§ 13. Ограничение лучей при помощи диафрагм

1. Четкие изображения, как правило, получаются только в *параксиальных лучах*. Непараксиальные лучи на практике устраняются *диафрагмами*. Роль диафрагм могут играть также оправы линз или зеркал.

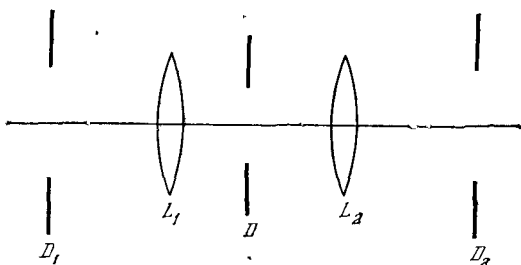


Рис. 50.

Пусть D (рис. 50) — какая-либо диафрагма, а D_1 — ее изображение в параксиальных лучах впереди стоящими линзами. Если диафрагму D заменить диафрагмой D_1 , то D_1 будет так же ограничивать параксиальные лучи, как и D . В самом деле, в приближении параксиальной оптики всякий луч, проходящий через край отвер-

стия диафрагмы D_1 , проходит и через край отверстия диафрагмы D . Следовательно, в этом приближении все реальные диафрагмы можно заменить их *изображениями*, получаемыми с помощью впереди стоящих линз. Тем самым все диафрагмы мысленно как бы переносятся в пространство предметов. Этим достигается то упрощение, что при исследовании действия диафрагм можно *отвлечься от преломления лучей*. Точно так же все реальные диафрагмы можно мысленно перенести в пространство изображений, заменив эти диафрагмы их изображениями, получаемыми с помощью позади стоящих линз.

2. Указанным способом мысленно перенесем все диафрагмы в пространство предметов (рис. 51). Воображаемая диафрагма DD' , которая видна под наименьшим углом из точки предмета P , лежащей на главной оптической оси системы, всего более ограничивает лучи, исходящие из P . Она называется *входным зрачком* или *входным отверстием* системы.

Реальная диафрагма, изображением которой является входной зрачок, носит название *апертурной* или *действующей диафрагмы*. Если апертурная диафрагма находится перед передней линзой, то она совпадает с входным зрачком. Таким образом, *апертурная диафрагма всего более диафрагмирует лучи, исходящие из точки предмета, лежащей на главной оптической оси системы*. Поэтому от размеров апертурной диафрагмы зависит *яркость изображения*. При изменении апертурной диафрагмы меняется *светосила прибора*. Угол $2u$, под которым виден входной зрачок из точки предмета P , называется *апертурным углом со стороны предмета*, или *углом раскрытия*. Его называют также *апертурой системы*.

Изображение апертурной диафрагмы в парааксиальных лучах, получаемое с помощью позади стоящих линз, называется *выходным зрачком* или *выходным отверстием* системы. Очевидно, выходной зрачок есть изображение входного зрачка в парааксиальных лучах, даваемое всей системой. Выходной зрачок всего более диафрагмирует лучи, проведенные из точки P' , являющейся изображением точки предмета P , которая лежит на главной оптической оси. Угол $2u'$, под которым выходной зрачок виден из P' , называется *апертурным углом со стороны изображения*, или *углом проекции системы* (см. рис. 52).

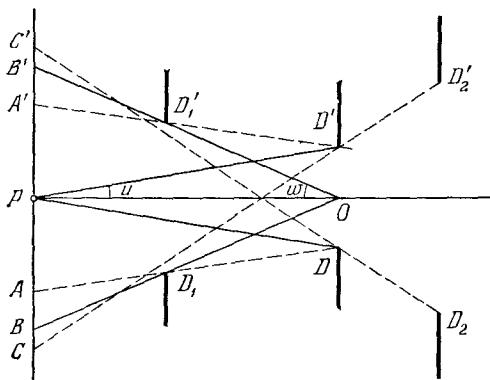


Рис. 51.

В зрительных трубах апертурной диафрагмой часто служит край объектива. В таком случае этот край играет роль и входного зрачка, а его параксиальное изображение, даваемое окуляром, будет выходным зрачком. Если держать трубу на некотором расстоянии от глаза против светлого фона, то выходной зрачок будет виден как действительное или мнимое изображение.

В некоторых случаях апертурной диафрагмой может служить *радужная оболочка глаза*. Ее параксиальное изображение, даваемое роговой оболочкой и водянистым телом глаза, называется *зрачком глаза*.

Лучи, проходящие через центр апертурной диафрагмы, называются *главными лучами*. В приближении параксиальной оптики главный луч проходит также через центры входного и выходного зрачков.

Если предмет находится на бесконечности, то входным зрачком служит изображение той диафрагмы в пространстве предметов, которое имеет наименьший диаметр. Аналогично, если изображение получается в бесконечности, то выходным зрачком служит изображение той диафрагмы в пространстве изображений, которое имеет наименьший диаметр.

3. Если точка предмета лежит на главной оптической оси системы, то всякий луч, проходящий через входной зрачок, пройдет и через оптическую систему. Но если луч исходит из точки предмета, не лежащей на главной оптической оси, то этот луч может и не пройти через оптическую систему даже в том случае, когда он прошел через входной зрачок. Он может быть задержан другими диафрагмами. Чтобы разобрать этот вопрос, рассмотрим сначала только главные лучи.

Та диафрагма, которая всего больше ограничивает главные лучи, называется *диафрагмой поля зрения*. Если бы входной зрачок был бесконечно малым, то все лучи, проходящие через систему, могли бы считаться главными. Поэтому при бесконечно малом входном зрачке поле зрения было бы резко ограничено и определялось размерами диафрагмы поля зрения. Изображение диафрагмы поля зрения, даваемое впереди стоящими линзами, называется *входным окном*, или *входным люком* системы. Изображение диафрагмы поля зрения, даваемое сзади стоящими линзами, называется *выходным окном*, или *выходным люком*. Очевидно, выходной люк есть изображение входного люка, даваемое всей системой. На рис. 51 входной люк изображен диафрагмой $D_1D'_1$. При бесконечно малом входном зрачке угол поля зрения со стороны предмета равен углу 2ω , под которым входной люк виден из центра входного зрачка. Аналогично определяется угол поля зрения $2\omega'$ со стороны изображения.

В действительности входной зрачок имеет *конечные размеры*. Это может повести к нарушению резкости границы поля зрения. В самом деле, из рис. 51 видно, что любой луч, исходящий из точек,

лежащих между A и A' , и прошедший через входной зрачок, пройдет и через оптическую систему. Лучи из точки B' пройдут через оптическую систему, если они направлены в нижнюю половину входного зрачка; лучи, направленные в верхнюю половину входного зрачка, задерживаются диафрагмой поля зрения и через оптическую систему не проходят. Для лучей, выходящих из B' , верхняя половина входного зрачка оказывается как бы закрытой диафрагмой поля зрения. Наконец, лучи, исходящие из точек, лежащих дальше S и S' , через оптическую систему вообще не пройдут. Таким образом, на краю поля зрения будет наблюдаться непрерывное ослабление освещенности. Оно называется *затенением* или *виньетированием*. При наличии виньетирования поле зрения ограничено не резко. *Чтобы виньетирования не было, необходимо, чтобы входной люк системы лежал в плоскости предмета. Поэтому почти во всех визуальных оптических системах для устранения виньетирования применяют диафрагмы поля зрения, помещаемые обычно в передней фокальной плоскости окуляра.*

4. В оптических инструментах изображение обычно воспринимается на какую-нибудь поверхность, например матовое стекло, фотографическую пластинку, сетчатку глаза и т. п. Эта поверхность перпендикулярна к главной оптической оси системы и в первом приближении может быть принята за плоскость (*плоскость изображения*). Между тем в большинстве случаев предмет, изображение которого надо получить, бывает *пространственным*, а не представляет собой плоскости или какой-либо простой поверхности. Чему же соответствует картина, получаемая в плоскости изображения оптической системы?

Для ответа на этот вопрос найдем в пространстве предмета плоскость, оптически сопряженную с плоскостью изображения. Она называется *плоскостью установки* или *плоскостью наводки*. Спроецируем предмет из центра входного зрачка на плоскость установки. Эта проекция и будет тем объектом, изображение которого более или менее резко передает оптическая система. Действительно, главный луч, исходящий из любой точки предмета, проходит также через ее проекцию на плоскость установки. Он является центром пучка лучей, исходящих из этой точки. Если точка предмета лежит в плоскости установки, т. е. совпадает со своей проекцией, то ее изображение получится резким. Если же она не лежит в плоскости установки, то ее изображение получится в виде *кружка рассеяния*, центр которого является изображением проекции этой точки на плоскость установки. Чем больше апертурная диафрагма, тем шире пучки, исходящие из точек предмета, а следовательно, тем больше размеры соответствующих кружков рассеяния. Если бы пучки совсем не были ограничены диафрагмами или краями линз, то кружки рассеяния занимали бы всю плоскость изображения и изображение не могло бы вообще быть получено. Отсюда ясно, насколько

важную роль играет диафрагмирование при получении изображений объемных предметов.

5. Для резкости изображения необходимо, чтобы диаметр кружка рассеяния d не превосходил известного предела (например, 0,1 мм). Этим определяется *глубина резко изображаемого пространства*. Найдем выражение для этой глубины в приближении параксиальной оптики. Пусть DD' (рис. 52) — входной, D_1D_1' — выходной зрачки, P — точка предмета на оптической оси, P' — ее изображение, EE' — плоскость изображения. Опишем из P' , как из

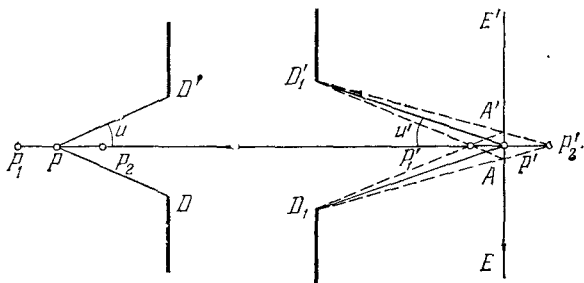


Рис. 52.

центра, кружок диаметра d . Соединим диаметрально противоположные крайние точки A и A' этого кружка с краями D_1 и D_1' выходного зрачка. В пересечении с оптической осью получатся точки P'_1 и P'_2 . Пусть P_1 и P_2 — сопряженные им точки в пространстве предметов. Расстояние $|\delta X| = P_1P_2$ и определит глубину резко изображаемого пространства. Пусть X и X' — координаты сопряженных точек P и P' относительно главных фокусов системы. Из уравнения (11.16) с точностью до членов второго порядка получаем $X' \delta X + X \delta X' = 0$. С той же точностью, как видно из рис. 52, $\delta X' = d / \operatorname{tg} u' \approx \approx d/u'$. Следовательно,

$$|\delta X| = \left| \frac{X}{X'} \right| \frac{d}{u'}$$

Комбинация этой формулы с формулами (11.12) и (11.17) приводит к результату

$$|\delta X| = \frac{|X| d}{f u} \quad (13.1)$$

Если p — расстояние от предмета до входного зрачка, а r — радиус последнего, то $u = r/p$. Для объектива фотоаппарата можно принять $|X| = p$. Тогда

$$|\delta X| = \frac{p^2}{f r} d \quad (13.2)$$

Каждому фотографу известно, что при недостатке глубины изображения надо либо уменьшить апертурную диафрагму, либо удалиться от фотографируемого объекта.

6. Положение входного зрачка по отношению к плоскости установки определяет *перспективу*, в которой виден предмет. Если входной зрачок расположен за предметом в направлении лучей, то при проецировании предмета из центра входного зрачка на плоскость установки ближние к оптической системе части предмета получают большее увеличение, чем дальние. При таком расположении близкие предметы на изображении будут получаться большими, чем равные им более далекие предметы (*нормальная* или *энтоцентрическая перспектива*). Напротив, если входной зрачок лежит перед предметом, то на изображении близкие предметы получатся меньшими, чем равные им более далекие предметы (*гиперцентрическая перспектива*). Наконец, в промежуточном случае, когда входной зрачок удален в бесконечность, величина изображения не зависит от расстояния предмета до оптической системы (*телецентрическая перспектива*). Изменение расстояния до предмета сказывается в этом случае *не на величине изображения, а на его резкости*. Поэтому такая перспектива применяется в измерительных микроскопах, так как результат измерения при этом не зависит от точной установки измеряемого предмета. Чтобы ее осуществить, достаточно поместить апертурную диафрагму в задний фокус линзы L_1 (рис. 50).

В зрительных трубах, когда предмет практически находится в бесконечности, необходимо, чтобы величина изображения, проецирующегося на шкалу с делениями, не зависела от точной установки шкалы. Этого можно достигнуть, поместив апертурную диафрагму в передний фокус линзы L_2 (рис. 50). Тогда выходной зрачок удалится в бесконечность, главный луч будет параллелен оптической оси и встретит плоскость шкалы на одном и том же удалении от оптической оси. Следовательно, величина изображения на шкале не будет зависеть от ее положения.

§ 14. Астигматические пучки лучей. Каустика

1. При наличии непараксиальных лучей, а также при отсутствии осевой симметрии оптической системы (примером может служить цилиндрическая линза) сферическая волна, исходящая из светящейся точки, после прохождения через оптическую систему перестает быть сферической. В результате светящаяся точка уже не будет изображаться оптической системой в виде точки. Связанные с этим искажения оптических изображений называются *геометрическими* или *лучевыми aberrациями оптических систем*. Помимо лучевых существуют еще *хроматическая aberrация*, т. е. появление окрашенных каемок в изображении, когда оно получается в белом свете, а также *волновые* или *дифракционные aberrации*.