

§ 28. Влияние размеров источника света. Пространственная когерентность

1. Увеличение размеров источника света приводит к ухудшению контрастности интерференционных полос и даже к их полному исчезновению. Допустим сначала, что источник состоит из двух одинаковых некогерентных светящихся точек A и B , находящихся на малом расстоянии l друг от друга (рис. 123). Как было выяснено в § 26 (пункт 10), для получения интерференции от одного источника A надо расщепить свет, исходящий от этого источника, на два пучка, попадающих на экран *различными путями*. То же самое надо сделать со светом от источника B . Конкретный способ расщепления пучка лучей на два в последующих рассуждениях не имеет никакого значения. На рис. 123 один пучок света попадает к месту интерференции P непосредственно от источников A и B , другой — после отражения от зеркала M_2N_2 . Последующие рассуждения применимы и к криволинейным лучам. Однако, во избежание ненужных усложнений в написании формул, показатели преломления сред в точках A и B , а также в месте нахождения экрана, на котором наблюдается интерференция, предполагаются равными единице.

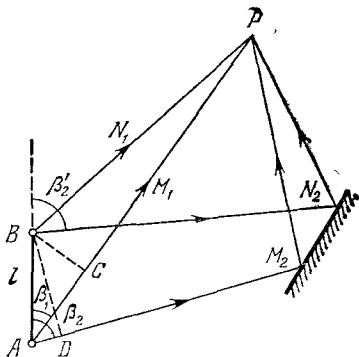


Рис. 123.

Пусть AM_1P и AM_2P — два луча, исходящие из точки A под углами β_1 и β_2 к линии AB и сходящиеся в точке P , где они и интерферируют. Аналогичные лучи, исходящие из точки B , пусть будут BN_1P и BN_2P . Если расстояние $l = AB$ достаточно мало, то для разности оптических длин лучей AM_1P и BN_1P можно написать: $(AM_1P) - (BN_1P) = (AC) = l \cos \beta_1$. Аналогично для AM_2P и BN_2P : $(AM_2P) - (BN_2P) = (AD) = l \cos \beta_2$. Следовательно,

$$[(AM_1P) - (AM_2P)] - [(BN_1P) - (BN_2P)] = l(\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

В первой квадратной скобке стоит оптическая разность хода лучей, исходящих из точки A . Она определяет характер интерференции этих лучей в точке P : максимум, минимум или какой-либо промежуточный случай. Аналогично, во второй квадратной скобке стоит оптическая разность хода лучей, исходящих из точки B , от которой зависит характер интерференции этих лучей. Разность этих величин

$$\Delta = l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2|$$

характеризует фазовый сдвиг интерференционной картины от точечного источника A относительно интерференционной картины от точечного источника B . Она определяет результат наложения одной из этих картин на другую. Если величина Δ равна нулю или мала по сравнению с длиной волны λ , то максимумы одной картины накладываются на максимумы другой, а минимумы — на минимумы. Тогда происходит усиление интерференционных картин, а полосы интерференции наиболее контрастны: наблюдается плавный переход от яркой освещенности в максимумах к полной темноте в минимумах. При возрастании Δ контрастность полос сначала ухудшается. Когда $\Delta = \lambda/2$, т. е.

$$l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \lambda/2, \quad (28.1)$$

максимумы одной картины накладываются на минимумы другой, и полосы интерференции исчезают. При дальнейшем возрастании Δ полосы интерференции появляются вновь, причем интерференционная картина периодически повторяется от наибольшей контрастности до их полного исчезновения. При

$$\Delta \equiv l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = m\lambda \quad (28.2)$$

(m — целое число) полосы столь же контрастны, что и при $\Delta = 0$. При

$$\Delta \equiv l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (28.3)$$

полосы пропадают, а экран освещается равномерно. Если Δ не превышает примерно $\lambda/4$, то контрастность полос лишь немного уступает контрастности при $\Delta = 0$. То же самое будет при $\Delta = (m + \alpha)\lambda$, где α — правильная дробь, не превышающая примерно $1/4$. Это несколько произвольное условие в дальнейшем мы будем рассматривать как *условие хорошей контрастности интерференционных полос*. Заметим еще, что в пределах принятой точности расчета угол β_2 можно отождествить с углом β'_2 , что и делается в дальнейшем без особых оговорок.

2. Допустим теперь, что источник света протяженный и имеет форму равномерно светящейся линии AB длины l , все точки которой излучают свет некогерентно (рис. 124). Разобьем ее мысленно на бесконечное множество пар некогерентных точечных источников (A, B'), (A'', B''), ..., находящихся на расстоянии $l/2$ друг от друга. Применим к таким парам точечных источников результаты, полученные выше. Для этого надо расстояние l заменить на $l/2$. Если $\frac{\Delta}{2} = \frac{l}{2} |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \frac{\lambda}{2}$, то интерференционных полос от каждой пары точечных источников не получится, они создадут

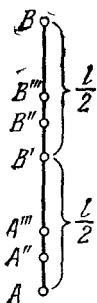


Рис. 124.

на экране только светлый фон. То же самое будет, если размеры источника $l = AB$ увеличить в 2, 3, ... раз. Итак, если выполнено условие

$$\Delta \equiv l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = m\lambda, \quad (28.4)$$

то протяженный источник создает на экране только освещенный фон без интерференционных полос (в противоположность тому, что было в случае пары точечных источников, когда при том же условии получалась наилучшая контрастность полос). Если $\Delta = (m + \alpha)\lambda$, где α — правильная дробь, то протяженный источник можно мысленно разбить на две части, длины которых относятся как $m : \alpha$. Меньшая часть источника даст интерференционные полосы на светлом фоне, создаваемом большей частью того же источника. От этого контрастность полос уменьшается. Чем больше m , тем хуже контрастность. При больших m интерференционные полосы практически наблюдаться не будут. Условие хорошей контрастности интерференционных полос в случае протяженного источника света можно ориентировочно представить в виде

$$l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| \leq \lambda/2. \quad (28.5)$$

Если крайние интерферирующие лучи выходят из какой-либо точки протяженного источника симметрично по отношению к перпендикуляру к линии AB , проведенному из этой точки, т. е. $\beta_2 = \pi - \beta_1$, то $\cos \beta_2 = -\cos \beta_1$, и предыдущее условие можно представить в виде

$$l \sin(\Omega/2) \leq \lambda/4, \quad (28.6)$$

где Ω — угол между этими крайними лучами. Его часто называют *углом интерференции*. Следует, однако, иметь в виду, что условие (28.6) можно применять только при наличии той *симметрии*, которая была использована при его выводе. Задания только одного угла интерференции (вопреки распространенному противоположному утверждению) совершенно недостаточно, чтобы в общем виде записать условие хорошей контрастности интерференционных полос. Для этого надо ввести два угла β_1 и β_2 , как это и было сделано выше.

Результаты, полученные выше для точечных источников, без всяких затруднений распространяются на источники света, имеющие форму коротких параллельных прямолинейных отрезков, смещенных один относительно другого в поперечном направлении на расстояние l и параллельных плоскости экрана, в средней части которого наблюдается интерференция. (Под средней частью здесь понимается малая окрестность экрана вблизи линии, вдоль которой экран пересекается с плоскостью, проведенной через середину источников перпендикулярно к их длине.) При том же расположении справедливы и результаты (28.4) и (28.5) для некогерентных протяженных источников, имеющих форму прямоугольных полосок,

если только под l понимать теперь их ширину. Такими источниками в оптике обычно служат прямоугольные щели, ярко освещаемые широкими пучками лучей. Если выполнено условие

$$l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| \ll \lambda,$$

то щель действует как бесконечно тонкий линейный источник света.

3. Таким образом, для получения интерференционных полос от двух источников света недостаточно, чтобы эти источники состояли из попарно когерентных точечных источников. (Примером могут служить источник и его оптическое изображение или два оптических изображения одного и того же источника.) Даже в случае строго монохроматического света необходимо еще, чтобы размеры источников не превосходили определенного предела, зависящего от взаимного расположения и расстояния между ними, а также от положения экрана, предназначенного для наблюдения интерференционных полос.

Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференционные полосы (при необходимой степени монохроматичности света), называются *пространственно когерентными*. Если же интерференционных полос (даже при идеальной монохроматичности света) получить нельзя, то источники называются *пространственно некогерентными* (см. далее пункт 8).

4. Посмотрим теперь, при каких условиях будет соблюдаться пространственная когерентность в классических интерференционных опытах, описанных в предыдущем параграфе. Во всех опытах источники света линейные (за исключением опыта Меслина, где они точечные, так что вопрос о пространственной когерентности здесь практически не возникает). При этом в опытах с зеркалами и бипризмой Френеля, а также в установках Бийе и Поля взаимное расположение когерентных источников AB и $A'B'$ «прямое», т. е. соответствует рис. 125, а в опыте с зеркалом Ллойда — «обратное», как представлено на рис. 126 (стр. 209). На этих рисунках соответствующие когерентные пары точечных источников обозначены через (A, A') , (B, B') и т. д. При этом в установках Френеля, Ллойда и Бийе, где источниками служат освещаемые щели, последние предполагаются перпендикулярными к плоскости рисунка, а $l = AB$ означает ширину щели. В установке Поля линейные источники AB и $A'B'$ (например, изображение ртутной лампы, имеющей форму небольшого цилиндра) ориентированы вертикально, так что здесь AB означает длину l источника света.

5. Начнем с прямого расположения (рис. 125). В этом случае $\beta_2 - \beta_1 = \alpha$. Ввиду малости угла α схождения интерферирующих лучей можем написать

$$\cos \beta_1 - \cos \beta_2 = \sin \beta \Delta \beta = \alpha \sin \beta,$$

где с принятой точностью расчета под β можно понимать любой из углов β_1 и β_2 или любое промежуточное значение между ними. Условие (28.5) хорошей контрастности интерференционных полос принимает вид

$$l \leq \lambda / (2\alpha \sin \beta), \quad (28.7)$$

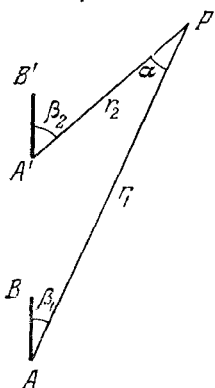


Рис. 125.

или, ввиду (26.13),

$$l \leq \Delta x / (2 \sin \beta). \quad (28.8)$$

В установках Френеля и Бийе углы β_1 и β_2 практически не отличаются от $\pi/2$, так что в этом случае $l \leq \Delta x/2$, т. е. ширина щели не должна превосходить примерно половину ширины интерференционной полосы (предполагается, что плоскость экрана перпендикулярна к оси установки CO , см. рис. 116).

В интерференционном опыте Поля (рис. 120), напротив, углы β составляют $20-50^\circ$, а интерференционные полосы, если они наблюдаются на потолке аудитории, имеют форму колец. Для упрощения вычислений заменим пластинку слюды двумя отражающими параллельными плоскостями, расстояние между которыми равно толщине h этой пластинки. Тогда расстояние между соответствующими точками источников (например, между A и A' или B и B') будет $2h$, так что $2h \sin \beta = r\alpha$, где r в нашем приближении равно r_1 или r_2 либо любой промежуточной величине между r_1 и r_2 . Подставляя отсюда значение α в (28.7), получаем условие пространственной когерентности:

$$l \leq r\lambda / (4h \sin^2 \beta). \quad (28.9)$$

В опыте Поля толщина пластинки слюды h должна быть очень мала, так что мнимые источники AB и $A'B'$ сдвинуты один относительно другого на ничтожную величину $2h$, во много раз меньшую длины l самого источника. Допустим, например, что $\lambda = 500$ нм $= 5 \cdot 10^{-5}$ см, $h = 0,05$ мм, $r = 8$ м, $\beta = 30^\circ$. Тогда, согласно формуле (28.9), должно быть $l \leq 8$ см. Таким образом, для получения хорошей контрастности полос источник света может иметь сравнительно большие размеры, а потому его можно взять светосильным. В этом основное преимущество установки Поля при демонстрации явлений интерференции. Другое преимущество — большие апертуры интерферирующих пучков, позволяющие получать полосы интерференции на большой площади.

6. Перейдем теперь к обратному расположению когерентных источников AB и $A'B'$ (рис. 126), реализуемому в опыте Ллойда. В этом случае в середине экрана O условие (28.5) выполняется при любой ширине щели l . При другом расположении точки наблюдения P

$$\cos \beta_1 = (AC + OP) / r_1, \quad \cos \beta_2 = -(OP - A'C) / r_2.$$

Так как $AC = A'C$, то, пренебрегая в знаменателях различием между r_1 и r_2 , отсюда получим: $\cos \beta_1 - \cos \beta_2 = 2x/r$, где $x = OP$ — координата точки P . Поскольку интерферирующие лучи почти перпендикулярны к плоскости экрана, условие хорошей контрастности интерференционных полос запишется в виде $2lx/r \leq \lambda/2$, т. е.

$$x \leq r\lambda / (4l). \quad (28.10)$$

На вдвое большем расстоянии интерференционные полосы пропадут. Полное число N полос, которые будут наблюдаться до такого расстояния, найдется делением $2x$ на ширину полосы $\Delta x = \lambda/\alpha$. Это дает

$$N = \frac{r\alpha}{2l} = \frac{d}{l}, \quad (28.11)$$

где $2d = r\alpha$ — расстояние между источниками света. Это выражение дает оценку наивысшего порядка интерференции в монохроматическом свете в установках типа опыта Ллойда.

7. Рассмотрим, наконец, интерференционный опыт Юнга (рис. 127). Источником света служит прямоугольная полоска ширины l (например, ярко освещенная щель). Из каждой точки этой полоски, например, точки A , лучи идут к щелям S_1 и S_2 экрана под углами β_1 и β_2 . Если опять пренебречь в знаменателях различием между r_1 и r_2 , то можно написать: $\cos \beta_1 - \cos \beta_2 = d/r$, где d — рас-

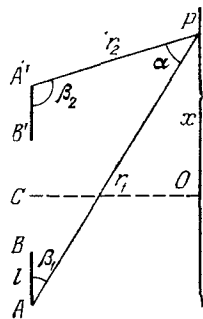


Рис. 126.

стояние между серединами щелей S_1 и S_2 . Тогда условие (28,5) переходит в $ld/r \leq \leq \lambda/2$, или

$$\varphi \leq \lambda/(2d), \quad (28.12)$$

где $\varphi = l/r$ — угловой размер источника AB , если его рассматривать с места расположения щелей S_1 и S_2 (так как в опыте Юнга углы β_1 и β_2 почти не отличались от $\pi/2$). Когда $\varphi = \lambda/d$, интерференционные полосы пропадают.

Допустим, что свет направляется к щелям S_1 и S_2 непосредственно от Солнца, как это было в опыте Гримальди (см. § 27, пункт 1; в опыте Гримальди источниками S_1 и S_2 служили два рядом расположенных небольших отверстия). Угловой размер Солнца $\varphi \approx 30' = = 0,0087$ рад, длину волны примем равной $\lambda = 550$ нм. Тогда для получения каких бы то ни было интерференционных полос необходимо выполнение условия $d < < \lambda/\varphi \approx 6 \cdot 10^4$ нм = 0,06 мм. Такое условие в опытах Гримальди, конечно, не могло соблюдаться, а потому не могла наблюдаться и интерференция света.

8. Более важным является следующее обобщение. Допустим, что свет, освещающий отверстия S_1 и S_2 , монохроматичен. Будет или не будет в этих условиях наблюдаться интерференция пучков света, прошедших через малые отверстия S_1 и S_2 , при заданном расстоянии d между ними, зависит от степени углового расхождения лучей, освещающих эти отверстия. Пусть, например, источник имеет форму диска, плоскость которого параллельна плоскости экрана, на котором

сделаны отверстия S_1 и S_2 . Если φ — угловой диаметр диска, то интерференция будет наблюдаться, когда отверстия S_1 и S_2 можно покрыть кругом с диаметром $d < \lambda/\varphi$. Если же этого сделать нельзя, то интерференции не будет. В первом случае говорят, что световые пучки, прошедшие через отверстия S_1 и S_2 , *пространственно когерентны*, а во втором — *пространственно некогерентны*. Минимальная площадь поперечного сечения пучка

$$\sigma = \pi \lambda^2 / (4\varphi^2), \quad (28.13)$$

обладающая этим свойством, называется *площадью пространственной когерентности* освещающего света. Когда свет строго монохроматичен, то все нарушения когерентности носят чисто пространственный характер, т. е. связаны с различием направлений световых лучей. Для строго плоских волн все направления лучей одинаковы ($\varphi = 0$), так что площадь когерентности σ становится бесконечной. По мере угления от источника угловое расхождение лучей, попадающих в прибор, уменьшается, а их пространственная когерентность повышается. Примером могут служить звезды. Несмотря на громадные линейные размеры звезд, свет от них доходит до нас с высокой степенью пространственной когерентности. Световые лучи от лазеров характеризуются высокой направленностью, недоступной никаким другим земным источникам света. Именно эту особенность лазерного излучения имеют в виду, когда говорят о его высокой пространственной когерентности.

ЗАДАЧИ

1. Для характеристики контрастности интерференционных полос Майкельсон ввел функцию

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (28.14)$$

называемую *видностью* (или *видимостью*) их. Определить видность V в случае интерференции двух одинаково интенсивных монохроматических пучков света, попадающих на экран по различным путям от точечного источника света,

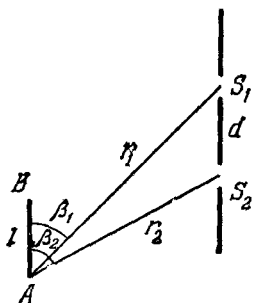


Рис. 127.

Решение. Согласно (26.7), интенсивность света на экране при освещении обоими источниками дается выражением $I = 2I_1(1 + \cos \delta)$, где I_1 — интенсивность, создаваемая одним из них. При смещении точки наблюдения по экрану из-за изменения разности фаз δ между интерферирующими пучками интенсивность I меняется от $I_{\max} = 4I_1$ до $I_{\min} = 0$, так что $V = 1$.

2. Решить ту же задачу для источника света, состоящего из двух одинаковых некогерентных светящихся точек A и B , расположенных на расстоянии l друг от друга (рис. 123). Интерференционные полосы наблюдаются на удаленном экране.

Решение. Интенсивности света в интерференционных картинах на экране, создаваемые в отдельности светящимися точками A и B , равны соответственно $I_A = I_1(1 + \cos \delta_1)$, $I_B = I_1(1 + \cos \delta_2)$, где δ_1 , δ_2 и l имеют такой же смысл, что и в предыдущей задаче. Результирующая интенсивность

$$I = I_A + I_B = 2I_1 \left(1 + \cos \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \cos \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right).$$

Величина $\delta_1 - \delta_2$ есть разность фаз между обоими интерференционными картинами. Согласно вычислениям, приведенным в пункте 1,

$$\delta \equiv |\delta_1 - \delta_2| = k\Delta = kl |\cos \beta_1 - \cos \beta_2|,$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. При перемещении по экрану точки наблюдения изменения фаз δ_1 и δ_2 происходят быстро и определяют ширину интерференционных полос. Напротив, разность фаз $\delta \equiv |\delta_1 - \delta_2|$ изменяется медленно, оставаясь практически постоянной на протяжении многих интерференционных полос. Она определяет видность, т. е. контрастность полос. Максимальные и минимальные интенсивности будут

$$I_{\max} = 2I_1(1 + |\cos \delta|), \quad I_{\min} = 2I_1(1 - |\cos \delta|),$$

а потому

$$V = |\cos k\Delta| = \left| \cos \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right|. \quad (28.15)$$

При изменении Δ , т. е. расстояния l между светящимися точками A и B , видность V периодически изменяется от 1 до 0 (рис. 128).

3. Найти видность интерференционных полос, когда источником света является прямолинейный отрезок длины l , все точки которого излучают некогерентно (рис. 124).

Решение. Направим ось Y вдоль излучающего отрезка, поместив начало координат O в его середине. Пусть φ — разность фаз между двумя лучами, исходящими из точки O и попадающими в точку наблюдения P по различным путям. Разность фаз между такими же лучами, исходящими из другой точки отрезка с координатой y и приходящими в ту же точку P , будет

$$\begin{aligned} \delta &= ky(\cos \beta_1 - \cos \beta_2) + \varphi = \\ &= (k\Delta/l)y + \varphi. \end{aligned}$$

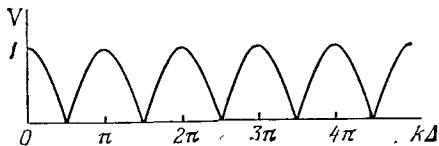


Рис. 128.

Лучи, исходящие по различным путям из отрезка dy , при интерференции на экране создают интенсивность

$$dI = (1 + \cos \delta) dy$$

(в условных единицах). Так как точки источника излучают некогерентно, то полная интенсивность будет

$$I = \int_{-l/2}^{+l/2} \left[1 + \cos \left(\frac{k\Delta}{l} y + \varphi \right) \right] dy = l + \frac{l}{k\Delta} \left[\sin \left(\frac{k\Delta}{2} + \varphi \right) + \sin \left(\frac{k\Delta}{2} - \varphi \right) \right].$$

При смещении вдоль экрана будет меняться фаза φ . Значения фазы φ , при которых интенсивность I экстремальна, найдутся из условия

$$\cos \left(\frac{k\Delta}{2} + \varphi \right) = \cos \left(\frac{k\Delta}{2} - \varphi \right),$$

откуда $\varphi = m\pi$, где m — целое число;

$$I = l + l \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \quad \text{при четном } m,$$

$$I = l - l \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \quad \text{при нечетном } m.$$

Следовательно,

$$I_{\max} = l + l \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2}, \quad I_{\min} = l - l \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2},$$

$$V = \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2}. \quad (28.16)$$

Кривая видности представлена на рис. 129. Из рисунка видно, как быстро с увеличением длины l источника уменьшаются максимумы на кривой видности. Той же кривой представляется видность интерференционных полос в опытах типа зеркал и бипризмы Френеля (если только точки щелевого источника света излучают некогерентно). В этом случае l означает ширину щели.

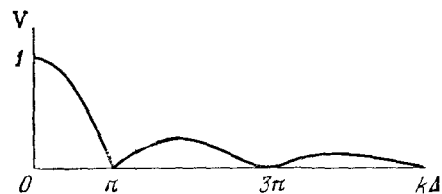


Рис. 129.

4. Решить предыдущую задачу в предположении, что все точки источника излучают когерентно и притом в одинаковых фазах.

Ответ,

$$V = \frac{2 \left| \frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \right|}{1 + \left(\frac{\sin(k\Delta/2)}{k\Delta/2} \right)^2}. \quad (28.17)$$

§ 29. Спектральное разложение

1. До сих пор интерференция исследовалась только в идеальном случае монохроматического света. Интерференцию в немонахроматическом свете можно исследовать, разлагая свет по теореме Фурье на монохроматические составляющие. Если волновое поле в точке наблюдения описывается периодической функцией $E = E(t)$ с основным периодом τ и основной частотой $\Omega = 2\pi/\tau$, то его можно