мый газовыми лазерами. Нельзя, однако, упускать из виду, что цуг волн или световой пучок, занимающий спектральную область $\Delta\omega$, должен обладать конечной длительностью, не меньшей $\tau \approx \approx 2\pi/\Delta\omega$. В частности, не имеет смысла говорить о мгновенной объемной плотности энергии излучения в интервале $d\omega$, т. е. о величине $\sim |dE|^2 = |a(\omega)\,d\omega|^2$. Вместо мгновенной надо пользоваться средней плотностью энергии излучения за время порядка $\tau \approx 2\pi/d\omega$. Это значит, что интенсивность излучения в спектральном интервале $(\omega,\ \omega + d\omega)$ должна определяться величиной, пропорциональной $\tau\,|dE|^2$, т. е. $|a(\omega)|^2\,d\omega$. Величину $|a(\omega)|^2$ называют *спектральной плотностью излучения*. Именно такую величину имеют в виду, говоря о распределении интенсивности или энергии излучения в спектре. Вместо частоты можно, конечно, пользоваться длинами волн, представляя ту же величину в виде $|a_\lambda(\lambda)|^2\,d\lambda$. Очевидно, $a(\omega) = 2\pi c\, a_\lambda(\lambda)/\omega^2$.

ЗАДАЧА

Разложить в интеграл Фурье и найти спектральную плотность излучения для затухающего осциллятора, волновое поле которого определяется выражением

$$E(t) = e^{-t/\tau}\sin\omega_0 t \qquad (t \geqslant 0).$$

Ответ: $a(\omega) = \dfrac{1}{2\pi}\,\dfrac{1}{(\omega-\omega_0) - i/\tau}$,

$$|a(\omega)|^2 = \frac{1}{4\pi^2}\,\frac{1}{(\omega-\omega_0)^2 + (1/\tau)^2}. \qquad (29.10)$$

Если $\omega - \omega_0 = 1/\tau$, т. е. $\Delta\omega\cdot\tau = 1$, то спектральная плотность излучения уменьшается в два раза.

Этот пример снова подтверждает общее соотношение (29.8). В примере, рассмотренном в тексте (рис. 130, *б*), спектральная плотность излучения $|a(\omega)|^2$ на краях интервала $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ убывает в $(\pi/2)^2 \approx 2{,}5$ раза по сравнению с той же величиной при $\alpha = 0$.

§ 30. Влияние немонохроматичности света

1. Как и увеличение размеров источников, немонохроматичность света ведет сначала к *ухудшению контрастности* (видимости) интерференционных полос, а затем к полному исчезновению их. Чтобы не усложнять исследование учетом конечных размеров источника, будем предполагать, что источник света S точечный. Пусть S_1 и S_2 (рис. 113) — когерентные источники, являющиеся действительными или мнимыми изображениями источника S. Допустим сначала, что излучение источника S состоит из двух близких одинаково интенсивных спектральных линий с длинами волн λ и $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$. Точка или линия экрана, где оптическая разность

хода Δ интерферирующих лучей равна нулю, называется *центром интерференционной картины.*

Если начальные фазы источников S_1 и S_2 одинаковы, то в центр картины лучи с длинами волн λ и λ' придут в *одинаковых фазах.* Для обеих волн там получится светлая полоса. В другой точке экрана A, в которой $\Delta = N\lambda'$, где N — целое число (номер полосы или порядок интерференции), для длины волны λ' получится также светлая интерференционная полоса. Если $\Delta = (N + {}^1/_2)\,\lambda$, то в ту же точку A интерферирующие лучи с другой длиной волны λ придут уже *в противоположных фазах*, и для такой длины волны интерференционная полоса будет темной. При этом условии в окрестности точки A светлые полосы с длиной волны λ' наложатся на темные полосы с длиной волны λ. Интерференционные полосы в указанной окрестности исчезнут. Условие первого исчезновения полос, таким образом, есть $N\lambda' = (N + {}^1/_2)\,\lambda$, или

$$N = \frac{\lambda}{2\,(\lambda' - \lambda)} = \frac{\lambda}{2\,\delta\lambda}. \tag{30.1}$$

Все изложенное остается верным и в том случае, когда фазы лучей, приходящих в центр интерференционной картины, противоположны. Только в этом случае центральная полоса будет темной.

Когда номер полосы мал по сравнению с величиной N, определяемой выражением (30.1), интерференционные полосы будут почти столь же отчетливы, что и в случае света с одной длиной волны. Когда номер полосы для длины волны λ' достигнет значения $2N$, номер соответствующей полосы для длины волны λ сделается равным $(2N + 1)$. Тогда полосы интерференции сделаются столь же резкими, что и в центре интерференционной картины. При дальнейшем возрастании порядка интерференции будет наблюдаться периодическая смена резкости интерференционных полос от наибольшей отчетливости их до полного исчезновения.

Например, когда источником света является пламя натрия, то излучаются две узкие спектральные линии с длинами волн $\lambda = 589$ и $\lambda' = 589{,}6$ нм. При $N \approx \lambda/[2\,(\lambda' - \lambda)] = 490$ интерференционные полосы становятся очень неясными или совсем ненаблюдаемыми. При N, равном 980 или кратном этому числу, полосы опять становятся отчетливыми. При дальнейшем возрастании порядка интерференции полосы периодически меняют свой вид, становясь попеременно то отчетливыми, то размытыми. И так продолжается до тех пор, пока из-за конечной ширины обеих спектральных линий интерференционная картина не пропадет совсем.

2. Перейдем теперь к случаю, когда свет от источника S непрерывно и равномерно заполняет спектральный интервал $(\lambda, \lambda + \delta\lambda)$. В этом случае можно поступить так же, как мы поступали в § 28 (пункт 2) при рассмотрении интерференционных полос от протяженного источника света. Весь спектральный интервал $(\lambda, \lambda + \delta\lambda)$

разобьем на множество пар бесконечно узких спектральных линий, находящихся на расстоянии $\delta\lambda/2$ друг от друга (на шкале длин волн). К каждой такой паре применима формула (30.1), если в ней сделать замену $\delta\lambda \to \delta\lambda/2$. Поэтому первое исчезновение интерференционных полос произойдет для порядка интерференции

$$N = \lambda/\delta\lambda, \tag{30.2}$$

вдвое большего, чем в предыдущем случае. При дальнейшем возрастании порядка интерференции интерференционные полосы появятся вновь, но уже на светлом фоне, аналогично тому, как это было в случае протяженного монохроматического источника света (§ 28, пункт 2, а также задача 3). Их контрастность будет незначительна, а при дальнейшем возрастании порядка интерференции и совсем исчезнет. Практически наблюдение интерференционных полос ограничится порядками интерференции, не превосходящими (30.2).

Формула (30.2) как оценочная остается верной и в случае произвольного распределения интенсивности света по длинам волн в интервале $\delta\lambda$. Таким образом, эта формула дает оценку максимально возможного порядка интерференции при заданной степени монохроматичности $\lambda/\delta\lambda$ используемого света. Два квазимонохроматических пучка света, когерентные при низких порядках интерференции, перестают быть таковыми при высоких порядках, превышающих примерно величину (30.2).

3. Максимально возможный порядок интерференции можно также найти из следующих соображений. Пусть используемый свет состоит из одинаковых цугов волн, следующих друг за другом через беспорядочно меняющиеся промежутки времени. Один из возможных цугов изображен на рис. 130, *а* (здесь показано колебание волнового поля во времени в фиксированной точке пространства; совершенно аналогично выглядит цуг в пространстве в фиксированный момент времени). Интерференционный прибор разделяет пучок света на два пучка, идущие к месту схождения по разным путям, так что между пучками возникает разность хода. Для когерентности пучков необходимо, чтобы разность хода между ними не превосходила длину цуга $L = c\tau$. В противоположном случае будет происходить наложение независимых цугов волн, испущенных в разные моменты времени, и интерференция не возникнет. Максимальный порядок интерференции не может превышать величину

$$N_{\text{макс}} = \frac{L}{\lambda} = \frac{\tau}{T}. \tag{30.3}$$

Разумеется, это условие должно согласовываться с условием (30.2), а потому должно быть

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{\tau}{T} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}.$$

Если учесть, что $\lambda = 2\pi/k$ и $T = 2\pi/\omega$, то отсюда получится

$$\tau \cdot \delta\omega = 2\pi \quad \text{и} \quad L \cdot \delta k = 2\pi.$$

К таким соотношениям мы уже пришли в предыдущем параграфе из других соображений.

С изложенной точки зрения нарушения когерентности связаны с *запаздыванием* одного цуга волн по сравнению с другим. Поэтому здесь, в отличие от пространственной, говорят о *временной когерентности*, а длительность цуга τ называют *временем когерентности*. Временная когерентность — это то же самое, что и когерентность, связанная с *узостью спектрального интервала* $\Delta\omega$, занимаемого светом. В силу (29.8) время когерентности $\tau_{\text{ког}}$ связано с шириной спектрального интервала $\Delta\omega$ соотношением

$$\tau_{\text{ког}} \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega} \approx \frac{1}{\Delta\nu}. \tag{30.4}$$

Чем меньше $\Delta\nu$, тем больше время когерентности и тем выше порядок интерференции, который может наблюдаться при заданном ν. Максимальная разность хода, при которой еще возможна интерференция, определяется соотношением

$$L \approx c\tau_{\text{ког}} = \lambda \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}.$$

Она называется *длиной когерентности*. Ей соответствует максимальный порядок интерференции

$$N_{\text{макс}} = \frac{\nu}{\delta\nu} = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

Значения параметров $\delta\nu$, τ и L очень резко различаются для света тепловых источников и света, генерируемого газовыми лазерами. Ширина спектральной линии $\delta\nu$ лучших «монохроматических» тепловых источников, которые могут быть созданы в лаборатории, порядка 10^8 Гц, тогда как в случае лазеров можно получить $\delta\nu \sim \sim 10^2$ Гц или даже еще меньше. Соответствующие времена когерентности будут 10^{-8} и 10^{-2} с, а длины когерентности 1 и 10^6 м. Лазерные источники света позволяют наблюдать интерференцию при разности хода в несколько километров. Здесь максимальный порядок интерференции, который можно наблюдать, ограничивается не степенью монохроматичности лазерного излучения, а неоднородностью земной атмосферы и трудностями создания стабильной интерференционной схемы столь больших размеров.

4. Для белого света $\delta\lambda \sim \lambda$, т. е. $N \sim 1$. Казалось бы, что в белом свете интерференционные полосы наблюдаться не должны. Это действительно так, если пользоваться такими приемниками света, как фотоэлемент, болометр или термостолбик, которые обладают примерно одинаковой чувствительностью в различных участках спектра. Но глаз — *селективный приемник*, т. е. его чувствительность к различным длинам волн разная (см. кривую видности человеческого глаза на рис. 82). Именно поэтому в белом свете глаз видит около десятка интерференционных полос. Полосы цветные, так как из-за различия в длинах волн полосы разного цвета имеют разную ширину и сдвинуты относительно друг друга. Только в центре картины, куда волны от обоих источников приходят в одинаковых фазах, соблюдается условие максимума для всех длин волн. Там получается *ахроматическая*, т. е. неокрашенная, светлая интерференционная полоса. В опыте с зеркалом Ллойда ахроматическая полоса темная. Это доказывает, что отражение света от зеркала сопровождается изменением фазы волны на π (см. §§ 33, 65). Конечно, при обычной постановке опыта (рис. 119) ахроматическую полосу увидеть нельзя, так как луч, отражающийся от зеркала, проходит больший путь, чем прямой луч. Чтобы получить эту полосу, надо на пути прямого луча поставить плоскопараллельную пластинку, смещающую вверх всю интерференционную картину.

§ 31. Корреляция и когерентность света

1. При точном количественном определении понятия когерентности надо учесть, что реальные световые колебания *не синусоидальны*. Напряженность поля в каждой точке пространства может быть представлена интегралом Фурье (29.4), т. е. в виде суперпозиции синусоидальных колебаний различных частот. Если область $\Delta\omega$, заполняемая этими частотами, мала по сравнению с самими частотами ω, входящими в суперпозицию, то результирующее колебание и представляемый им свет называются *квазимонохроматическими*. Выбрав внутри интервала $\Delta\omega$ произвольную частоту ω_0, запишем квазимонохроматическое колебание в виде

$$E(t)=a(t)\,e^{i\omega_0 t}, \tag{1.1}$$

где $a(t)$ — комплексная амплитуда, медленно меняющаяся по сравнению с быстро осциллирующей функцией $e^{i\omega_0 t}$. Она, конечно, определена не совсем однозначно, поскольку ее значение зависит от выбора частоты ω_0. Про колебание, представленное формулой (31.1), говорят, что оно *модулировано*.

При модуляции может медленно меняться (вещественная) амплитуда колебания или его (начальная) фаза. В первом случае говорят об *амплитудной*, во втором — о *фазовой модуляции*. Могут также одновременно меняться и амплитуда, и фаза. В случае квазимонохроматического света, излучаемого реальными источниками, такие изменения происходят хаотически — амплитуда и фаза являются *случайными функциями* времени. Поэтому при изучении реального света, в том числе и квазимонохроматического, нельзя обойтись без использования *статистических методов*. Для простоты мы отвлечемся от векторного характера колебаний, считая их скалярными.

Важно отметить, что из-за очень высоких оптических частот все существующие приемники света не позволяют регистрировать быстрые изменения напряженности световых полей за времена порядка периода световых колебаний. Обычно они не позволяют следить и за быстрыми изменениями световых потоков, обусловленных случайными изменениями амплитуд и фаз колебаний. Удается измерять только *квадраты напряженностей* световых полей, усредненные по промежуткам времени, весьма большим не только по сравнению с периодами световых колебаний, но и по сравнению с временами, в течение которых происходят слу-