

В точках Q_1 и Q_2 соответственно

$$I_1 \equiv I(Q_1) = \int_{\sigma} \frac{I(S) dS}{r_1^2}, \quad I_2 \equiv I(Q_2) = \int_{\sigma} \frac{I(S) dS}{r_2^2}.$$

Введя еще нормирующий множитель $1/\sqrt{I_1 I_2}$, получим окончательно

$$\gamma_{12}(0) = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \int \frac{I(S)}{r_1 r_2} e^{ik(r_2 - r_1)} dS. \quad (32.1)$$

Для наглядной интерпретации полученного результата воспользуемся следующей аналогией. Пусть точка Q_2 неподвижна, а точка Q_1 может занимать различные положения на экране \mathcal{E} . Заменяем площадку σ отверстием σ' той же формы в непрозрачном экране. Допустим, что на него падает сферическая волна, сходящаяся в центре Q_2 , волновое поле которой в точках отверстия представляется выражением

$$\psi = \frac{I(S)}{\sqrt{I_1 I_2}} e^{i(\omega_0 t + kr_2)} \equiv \psi_0(r_2) e^{i\omega_0 t}.$$

Пусть каждый элемент dS площади отверстия излучает по принципу Гюйгенса вторичную сферическую волну, поле которой в точке P_1 определяется выражением $\frac{1}{r_1} \psi_0 e^{i(\omega_0 t - kr_1)}$. Тогда в результате суперпозиции таких вторичных волн получится волна, комплексная амплитуда которой определяется формулой (32.1). Но именно так по принципу Гюйгенса решается задача о дифракции сферической волны на отверстии σ' (см. § 39). Следовательно, комплексная степень взаимной когерентности в точках Q_1 и Q_2 равна комплексной амплитуде в точке Q_1 соответствующей дифрагированной волны.

В этом состоит теорема Ван-Циттера — Цернике. Она сводит вычисление степени взаимной когерентности γ_{12} к соответствующей задаче дифракции.

§ 33. Интерференция в пленках и пластинках

1. При освещении тонкой пленки происходит наложение волн от одного и того же источника, отразившихся от передней и задней поверхностей пленки. При этом может возникнуть интерференция. Если свет белый, то интерференционные полосы окрашены. Поэтому явление получило название *цветов тонких пленок*. Оно легко наблюдается на стенках мыльных пузырей, на тонких пленках масла или нефти, плавающих на поверхности воды, на пленках, возникающих на поверхности металлов при закалке (цвета побежалости), и т. д.

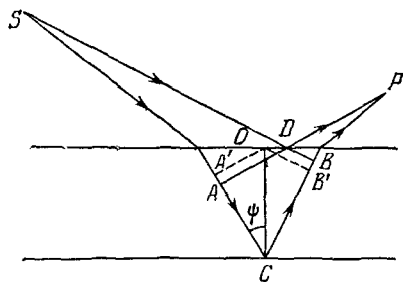


Рис. 133а.

2. Рассмотрим сначала плоскопараллельную пластинку толщины d с показателем преломления n , освещаемую точечным источником света S (рис. 133а). При отражении от поверхностей пластинки возникает оптическая разность хода между соответствующими

отраженными волнами. Вычислим ее в какой-либо произвольно выбранной точке P .

Пусть $SACBP$ и SDP — отраженные лучи, пересекающиеся в этой точке. Через точку D проведем плоскости DA и DB , перпендикулярные к соответствующим преломленным лучам в пластинке. Если пластинка тонкая, то для вычисляемой оптической разности хода можно написать: $\Delta = (SACBP) - (SDP)$. Через точку O , симметрично расположенную на верхней поверхности пластинки между точками A и B , проведем плоскости OA' и OB' (начерченные пунктиром), параллельные плоскостям DA и DB . Тогда $\Delta = \Delta = (A'CB') = 2(A'C) = 2nd \cos \psi$, где ψ — угол преломления.

Сюда необходимо, однако, ввести поправку. В пределе, когда толщина пластинки стремится к нулю, наша формула дает $\Delta = 0$. Поэтому в точке P должно было бы в этом случае происходить усиление колебаний. Но это невозможно, так как бесконечно тонкая пластинка вообще не может оказывать влияния на распространение света, так что никакого отражения возникнуть не может. Для этого волны, отраженные от передней и задней поверхностей пластинки, должны при интерференции гасить друг друга. Их фазы должны быть противоположны, т. е. оптическая разность хода Δ при $d \rightarrow 0$ должна стремиться к $\lambda/2$. Поэтому к прежнему выражению для Δ надо прибавить или отнять $\lambda/2$ (что совершенно безразлично). После этого получим ¹⁾

$$\Delta = 2dn \cos \psi + \frac{\lambda}{2}. \quad (33.1)$$

Введение такой поправки, как будет показано в § 65, обусловлено изменением фазы на π , которое претерпевает волна при отражении на одной из поверхностей пластинки. Экспериментально это явление подтверждается наблюдением интерференции белого света в установке Ллойда (см. конец § 30).

Все рассуждения и результаты остаются в силе и для случая, когда точка P лежит по другую сторону пластинки (рис. 133б). В этом случае отраженные лучи расходящиеся, в точке P пересекаются не сами лучи, а их продолжения за пластинку. Для наблюдения интерференции в точке P надо отраженные лучи сделать сходящимися с помощью собирающей линзы или вогнутого зеркала. Тогда интерференцию следует наблюдать в точке P' , оптически сопряженной с точкой P .

- Формула (33.1) справедлива и для тонких пластинок переменной толщины. Только в этом случае под d надо понимать толщину пластинки в том ее месте, где происходит отражение лучей, пересекающихся в точке P . Но в точку P от точечного источника света

¹⁾ Неудовлетворительность приведенной аргументации была отмечена при выводе формулы (2,2).

могут попадать, вообще говоря, только два луча. Отсюда следует, что в случае точечного монохроматического источника света каждая точка пространства характеризуется вполне определенной разностью хода приходящих в нее отраженных лучей. Поэтому устойчивая интерференция должна наблюдаться *в каждой точке пространства*. Про соответствующие полосы интерференции говорят, что они *не локализованы* (или локализованы всюду).

3. Положение существенно изменится, если источник света протяженный. Тогда в точку P будут попадать, вообще говоря, два отраженных луча от каждой точки источника. Место отражения на пластинке, углы падения и отражения, а следовательно,

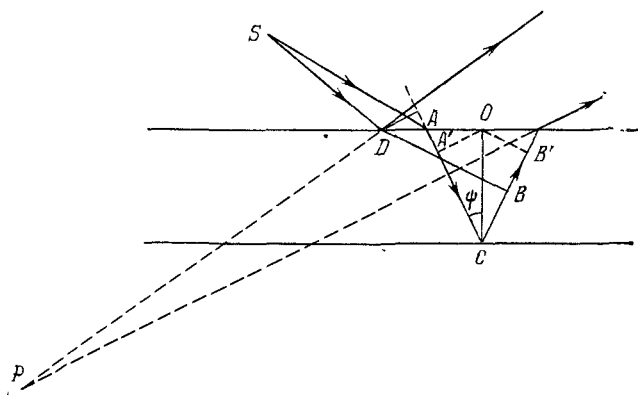


Рис. 1336.

и разность хода для каждой пары лучей будут разными. Поэтому никакой устойчивой интерференции в точке P наблюдаться не будет.

Допустим, однако, что точка P находится близко от пластинки, например совпадает с точкой B . Тогда при малой толщине пластинки отражение будет происходить практически в одном и том же месте, т. е. при одной и той же толщине d , независимо от того, из какой точки источника исходят лучи. Если при этом лучи падают на пластинку почти нормально (так что $\cos \psi$ изменяется мало), то оптическая разность хода Δ будет зависеть только от толщины пластинки d в точке падения лучей. Линии на поверхности пластинки, где толщина d постоянна, будут также линиями постоянной разности фаз. На поверхности пластинки, если только степень монохроматичности света достаточна, появятся интерференционные полосы, каждая из которых характеризуется условием $d = \text{const}$. Они называются *полосами* или *линиями равной толщины*. Такие полосы как бы нарисованы на самой пластинке. Про них говорят, что они *локализованы на пластинке*. Конечно, интерференционные полосы должны наблюдаться не только на пластинке, но и с обеих сторон

вблизи от нее. Однако максимальной видностью обладают интерференционные полосы на самой пластинке.

Для наблюдения таких полос удобно воспользоваться собирающей линзой, с помощью которой можно получить изображение пластинки на экране. Так как линза не вносит дополнительной разности хода, то при этом на экране получается изображение и интерференционных полос. Линза как бы переносит место локализации интерференционной картины с поверхности пластинки на экран. При визуальном наблюдении полос равной толщины глаз надо аккомодировать на пластинку. Роль линзы выполняет хрусталик, а экрана — сетчатая оболочка глаза. Оптический прибор или глаз выполняет также и другую полезную функцию. Диафрагма прибора или зрачок глаза вырезают из отраженных лучей узкие пучки, в пределах которых угол ψ меняется незначительно. Тем самым создаются условия, благоприятные для получения полос равной толщины.

При наблюдении в белом свете полосы интерференции окрашены, так как разность фаз $\frac{4\pi dn \cos \psi}{\lambda} + \pi$ зависит от λ . В белом свете возможна интерференция только *низкого порядка*. Поэтому пленка должна быть тонкой — ее толщина не должна превышать примерно одной-двух длин волн. Когда толщина пленки составляет доли длины волны, то разность фаз приближается к π , и пленка становится темной.

Если обе поверхности пленки плоские, то интерференционные полосы прямолинейны и параллельны линии пересечения соответствующих плоскостей. Такие полосы наблюдаются, например, в клине, т. е. тонкой воздушной прослойке между плоскопараллельными стеклянными пластинками, когда с одного края между ними проложен, например, тонкий лист бумаги. Но если поверхности сложенных стеклянных пластинок неровные, то полосы равной толщины принимают неправильную, причудливую форму. На этом основан чувствительный интерференционный *метод контроля* поверхности на плоскопараллельность. В этом методе испытываемая поверхность прижимается к плоской и наблюдаются полосы интерференции в образовавшейся прослойке. Метод применяется и для контроля сферических или параболических поверхностей при шлифовке оптических зеркал и линз.

4. Интерференция в тонких пленках рассматривалась выше как *двухлучевая интерференция*. Мы ограничились интерференцией только двух волн, одна из которых получилась при однократном отражении от верхней, а другая — от нижней поверхностей пленки. Многократными отражениями мы пренебрегли. Это можно делать, когда коэффициент отражения невелик. Если же коэффициент отражения близок к единице, то так поступать нельзя. Допустим, например, что при каждом отражении отражается 5% падающего

света, а остальные 95% проходят. Примем интенсивность падающего света за единицу. Тогда, как нетрудно подсчитать, интенсивности отраженных и прошедших лучей (рис. 134) представляются следующей таблицей:

Лучи	1	2	3	4	1'	2'
Интенсивности	1	0,05	0,0451	0,00011	0,9025	0,00226

Из таблицы видно, что интенсивности отраженных лучей 2 и 3 почти одинаковы, а интенсивность луча 4 более чем в 100 раз меньше. Поэтому луч 4 и все отражения высших порядков можно не принимать во внимание. Из прошедших лучей интенсивность луча 2' примерно в 400 раз меньше интенсивности луча 1'. Поэтому интерференционные полосы в проходящем свете получаются на светлом фоне и по этой причине очень мало контрастны.

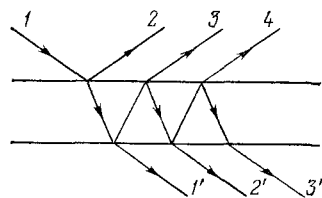


Рис. 134.

5. Допустим теперь, что пластинка толстая и строго плоскопараллельная. Пусть она освещается параллельным пучком света. Формально это соответствует случаю точечного бесконечно удаленного источника S (рис. 133а и 133б). Отраженные лучи будут также

параллельными, т. е. точка наблюдения P удалится в бесконечность. При постоянной толщине пластинки d оптическая разность хода между отраженными лучами $2dn \cos \psi + \lambda/2$ зависит только от угла наклона падающих лучей. Угол ψ может принимать всевозможные значения, если источник света протяженный и имеет конечные угловые размеры. Практически это можно осуществить, поместив протяженный источник света в фокальной плоскости линзы, которая как бы удаляет источник света в бесконечность. Интерференционную картину следует наблюдать на бесконечно (т. е. достаточно) удаленном экране или в фокальной плоскости линзы, поставленной на пути отраженных лучей. Каждая интерференционная полоса на бесконечно удаленном экране характеризуется постоянством косинуса угла ψ . Поэтому интерференционные полосы при описанном способе наблюдения называют *полосами или линиями равного наклона*¹⁾. Они локализованы в бесконечности.

¹⁾ Этот общепринятый термин не совсем точно передает существо дела. Лучам одинакового наклона соответствует не линия, а точка — фокус линзы, в котором они собираются,

Линза переносит область локализации из бесконечности в фокальную плоскость, оптически сопряженную с бесконечно удаленной плоскостью. Роль линзы может играть глаз, аккомодированный на бесконечность. В этом случае полосы равного наклона локализируются на *сетчатке глаза*. При наблюдении в зрительную трубу последняя также должна быть установлена на бесконечность.

Для толстых пластинок оптическая разность хода Δ велика, т. е. содержит тысячи и десятки тысяч длин волн. Интерференционные полосы будут высокого порядка. Для их получения требуется высокая степень монохроматичности $\lambda/\delta\lambda$ падающего света.

6. Ньютон наблюдал интерференционные полосы равной толщины в воздушной прослойке между плоской поверхностью стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзой, прижатой к пластинке выпуклой стороной. Интерференционные полосы имели форму концентрических колец. Они получили название *колец Ньютона*. При постановке опыта радиус кривизны выпуклой поверхности

линзы надо брать не менее приблизительно одного метра. Кольца удобно наблюдать в длиннофокусный микроскоп, сфокусирован-

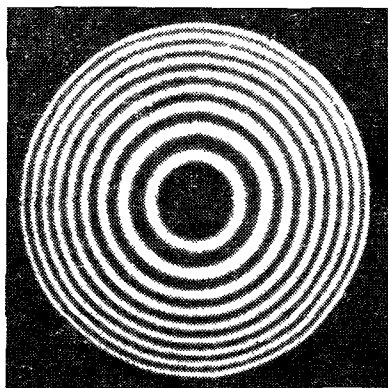


Рис. 135.

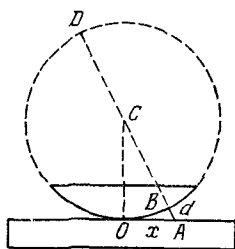


Рис. 136.

ный на воздушную прослойку. Более контрастные кольца наблюдаются, конечно, в отраженном, а не в проходящем свете. Чтобы наблюдалось много колец, надо пользоваться светом сравнительно высокой монохроматичности. Подходящим может быть желтый свет натровой горелки или свет ртутной лампы. Вид колец показан на рис. 135.

Для вычисления радиусов колец дополним выпуклую поверхность линзы до полной сферы (рис. 136). Если BD — диаметр, то по известной геометрической теореме $AB \cdot AD = AO^2 = x^2$. Ввиду малости кривизны сферы и угла OCA , отрезок AB можно принять за толщину d воздушной прослойки в точке A . Пренебрегая еще

различием между AD и диаметром сферы $2R$, получим

$$d = \frac{x^2}{2R}, \quad \Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = \frac{x^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Светлые кольца получаются при $\Delta = m\lambda$, где m — целое число. Из этого условия находим радиус x_m m -го светлого кольца:

$$x_m = \sqrt{(m - 1/2) \lambda R} = \sqrt{\lambda R/2} \sqrt{2m - 1}. \quad (33.2)$$

Аналогично для радиуса m -го темного кольца

$$x_m = \sqrt{m\lambda R} = \sqrt{\lambda R/2} \sqrt{2m}. \quad (33.3)$$

Таким образом, радиусы последовательных светлых колец пропорциональны квадратным корням из нечетных чисел 1, 3, 5, ..., а радиусы темных колец — квадратным корням из последовательных четных чисел 0, 2, 4, ... Эти закономерности экспериментально были установлены Ньютоном. Как указывалось в § 3 (пункт 6), в интерференции Ньютон видел проявление *периодичности* световых процессов. Из наблюдения интерференционных колец Ньютон даже довольно точно вычислил величину, являющуюся количественной мерой указанной периодичности. В переводе на язык волновой теории вычисленная Ньютоном величина есть половина длины световой волны.

Центр колец в отраженном свете темный, а в проходящем светлый. Это доказывает, что при отражении на одной из границ воздушной прослойки фаза отраженной волны меняется на π . Как будет показано в § 65, электрический вектор меняет фазу на π при отражении от среды с большим показателем преломления. В противоположном случае изменения фазы не наблюдается. Это подтверждается следующим опытом Юнга. Он взял пластинку из флинта ($n = 1,7$), прижал к ней линзу из крона ($n = 1,5$), а прослойку между ними заполнил сассафрасовым маслом, показатель преломления которого имел промежуточное значение. Тогда фаза волны менялась на π при отражении как от верхней, так и от нижней поверхностей масляной прослойки. Благодаря этому центр ньютоновых колец получался светлым в отраженном и темным в проходящем свете.

7. Если в установке Ньютона линзу перемещать вверх параллельно самой себе, то из-за увеличения толщины воздушной прослойки каждая окружность постоянной (фиксированной) разности хода будет стягиваться к центру картины. Интерференционные кольца также станут стягиваться к центру, так как вдоль каждого кольца оптическая разность хода остается постоянной. Достигнув центра, каждое кольцо превратится в кружок, исчезающий при дальнейшем перемещении линзы. Таким образом, центр картины будет становиться попеременно то светлым, то темным. Одновременно на периферии поля зрения будут зарождаться и перемещаться

к центру новые интерференционные кольца, пока каждое из них не исчезнет в центре картины. Можно сказать, что при перемещении линзы непрерывно вверх пропадают кольца самых низких порядков интерференции и зарождаются кольца более высоких порядков. Таким путем удается наблюдать интерференцию все более и более высокого порядка. Понятно, что для этого требуется свет высокой степени монохроматичности.

Физо, впервые осуществивший подобный опыт, пользовался желтым светом натровой горелки (в опыте Физо интерференционные полосы получались между двумя плоскопараллельными пластинками). Физо заметил, что при увеличении числа полос N , прошедших в поле зрения, ухудшалась видимость полос. При $N = 490$ видимость достигала минимума, затем она опять улучшалась; при $N = 980$ полосы приобретали прежнюю отчетливость. Ближайший минимум наступал при $N = 1470$, следующий максимум при $N = 1960$ и т. д. Физо сумел заметить 52 таких максимума. На этом основании он пришел к заключению, что желтая линия натрия — двойная, т. е. состоит из двух близко расположенных спектральных линий с длинами волн λ и $\lambda' > \lambda$.

Легко найти расстояние между этими линиями $\lambda' - \lambda$. Как было показано в § 30, первое исчезновение видимости интерференционных полос происходит при условии $\lambda' - \lambda = \lambda/2N$. По наблюдениям Физо $N = 490$. Средняя длина волны желтой спектральной линии натрия $\approx 589,3$ нм. Поэтому $\lambda' - \lambda \approx 0,6$ нм.

Этот пример показывает, как интерференция высокого порядка может быть использована для разрешения сложных спектральных линий, состоящих из двух близко расположенных линий.

§ 34. Интерферометр Жамена

1. *Интерферометрами* называют оптические измерительные приборы, основанные на интерференции света. Они позволяют с высокой степенью точности измерять линейные и угловые расстояния, малые разности показателей преломления, исследовать структуру спектральных линий и т. п. Принцип действия интерферометров в основном один и тот же. Но в зависимости от предназначения им придают различные конструкции.

2. *Интерферометр Жамена* (1818—1886) состоит из двух толстых (толщина не менее 20 мм) плоскопараллельных пластин P_1 и P_2 , изготовленных из весьма однородного стекла и смонтированных на массивной плите (рис. 137). Для исследований в далекой ультрафиолетовой области спектра пластины изготавливаются из кварца или флюорита. Чтобы обе пластины имели строго одинаковую толщину, они вырезаются из одной и той же пластины. Пластины устанавливаются приблизительно под углом 45° к линии, соединяющей их центры. Угол между пластинами можно менять с помощью