

преобразовала падающий на нее импульс в последовательность равноотстоящих импульсов, т. е. в периодическое возмущение, а это и требуется от спектрального аппарата. Время затягивания, очевидно, равно $\Theta = AA'/u - BCB'/c$. По определению волнового фронта $BCB'/c = AA'/v = a/v$. Здесь v означает фазовую, а u — групповую скорости света в веществе призмы. Таким образом,

$$\Theta = a \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{v} \right) = a \frac{v-u}{uv},$$

или на основании формулы (8.8)

$$\Theta = -a \frac{\frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}}{v \left(1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right)} = -\frac{a}{v} \frac{\lambda}{d} \frac{dn}{n\lambda}. \quad (50.8)$$

Поделив это выражение на T , найдем разрешающую способность призмы:

$$R = -a \frac{dn}{d(n\lambda)}. \quad (50.9)$$

Здесь λ означает длину волны в призме, тогда как в формуле (49.2) той же буквой обозначена длина волны в вакууме. Обозначив последнюю через λ_0 , получим

$$R = -a \frac{dn}{d\lambda_0}, \quad (50.10)$$

что по содержанию совпадает с формулой (49.2). С изложенной точки зрения особенно ясно действие системы призм, разрешающая способность которой выражается формулой (49.3).

§ 51. Вогнутая отражательная решетка

1. Свет, дифрагировавший на обычной плоской решетке с равноотстоящими штрихами, должен направляться на линзу или другое фокусирующее устройство, чтобы в фокальной плоскости получилась картина резких спектральных линий. Однако можно обойтись и без линзы, если штрихи на плоской поверхности нанести неравномерно, надлежащим образом монотонно уменьшая или увеличивая расстояние между ними. Можно также придать поверхности решетки вогнутую сферическую форму и нанести на нее равноотстоящие штрихи.

Фокусирующее действие многих решеток было замечено давно, но до работ Роулэнда оно рассматривалось как недостаток решетки. Роулэнд превратил его в достоинство решетки, построив *вогнутые отражательные решетки*. Наряду с интерферометром Фабри — Перо такие решетки до настоящего времени являются основными спектральными аппаратами, широко используемыми в точных спектроскопических исследованиях. Спектральные линии, получаемые с помощью вогнутых отражательных решеток, по своей резкости значительно превосходят те же линии в решетках, где фокусировка осуществляется с помощью линз.

2. Пусть G_0G (рис. 202) — отражающая сферическая поверхность радиуса ρ с центром в точке S , на которой нанесены штрихи равноотстоящими плоскостями,

перпендикулярными к плоскости рисунка и параллельными диаметру OC , а d — расстояние между этими плоскостями (период решетки). Поместив источник света в точке A_0 , выясним, при каких условиях спектр m -го порядка можно сфокусировать в заданной точке A , лежащей в плоскости A_0OC . При исследовании ограничимся рассмотрением лучей, лежащих в той же плоскости, приняв ее за координатную плоскость XY . Начало координат поместим в центре решетки O , ось X на правим вдоль диаметра OC , ось Y — по касательной к сфере, лежащей в рассматриваемой плоскости. Пусть $P(x, y)$ — точка на поверхности решетки, находящаяся у какого-либо штриха. Введем обозначения: $A_0O = r_0$, $AO = r$, $A_0P = u_0$, $AP = u$. Для фокусировки в точке A спектра m -го порядка необходимо и достаточно, чтобы разность хода между лучами, приходящими от соседних штрихов, составляла $m\lambda$. Предполагая (что не влияет на результат), что начало O находится также у штриха, запишем это условие в

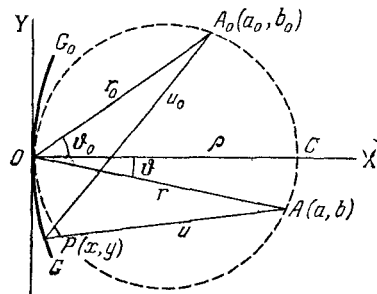


Рис. 202.

виде $u_0 + u = r_0 + r \pm n m \lambda$, где n — номер штриха P . При описанном выше способе нанесения штрихов $n = \pm y/d$, а потому при любом y должно быть

$$u_0 + u = r_0 + r \pm \frac{m\lambda}{d} y. \quad (51.1)$$

Обозначим через a_0, b_0 координаты точки A_0 ; a, b — координаты точки A . Тогда

$$u_0^2 = (y - b_0)^2 + (x - a_0)^2 = r_0^2 + x^2 + y^2 - 2b_0y - 2a_0x. \quad (51.2)$$

Уравнение окружности, по которой поверхность решетки пересекается с плоскостью рисунка, имеет вид

$$x^2 + y^2 = 2\rho x. \quad (51.3)$$

Подставив отсюда $2x$ в предыдущее уравнение и используя соотношение $r_0^2 - b_0^2 = a_0^2$, найдем

$$u_0^2 = \left(r_0 - \frac{b_0y}{r_0}\right)^2 + \left(\frac{a_0}{r_0^2} - \frac{1}{\rho}\right) a_0 y^2 + \left(1 - \frac{a_0}{\rho}\right) x^2. \quad (51.4)$$

Второй член — величина второго, а последний — четвертого порядка малости по y . Сохраняя только члены второго порядка, получим

$$u_0 = r_0 - \frac{b_0y}{r_0} + \frac{1}{2r_0} \left(\frac{a_0}{r_0^2} - \frac{1}{\rho}\right) a_0 y^2. \quad (51.5)$$

Аналогично,

$$u = r - \frac{by}{r} + \frac{1}{2r} \left(\frac{a}{r^2} - \frac{1}{\rho}\right) a y^2. \quad (51.6)$$

Подставим эти выражения в формулу (51.1) и приравняем нулю члены с первыми и вторыми степенями y . Тогда получим два условия:

$$\frac{b_0}{r_0} + \frac{b}{r} = \mp \frac{m\lambda}{d}, \quad (51.7)$$

$$\frac{a_0}{r_0} \left(\frac{a_0}{r_0^2} - \frac{1}{\rho}\right) + \frac{a}{r} \left(\frac{a}{r^2} - \frac{1}{\rho}\right) = 0, \quad (51.8)$$

при выполнении которых, по крайней мере с рассматриваемой степенью точности, решетка будет обладать требуемыми фокусирующими свойствами.

3. Условие (51.7) определяет направления на дифракционные максимумы m -го порядка. Действительно, если ϑ_0 — угол падения центрального луча на решетку, а ϑ — угол между соответствующим дифрагированным лучом и нормалью к ней (рис. 202), то $\sin \vartheta_0 = b_0/r_0$, $\sin \vartheta = b/r$, и уравнение (51.7) принимает вид

$$d (\sin \vartheta + \sin \vartheta_0) = \pm m\lambda, \quad (51.9)$$

такой же, что и при дифракции на плоской отражательной решетке.

Второе условие, (51.8), определяет расстояние r точки A от центра решетки O . Вместе с уравнением (51.9) оно, таким образом, однозначно определяет положение этой точки, если известно положение источника света A_0 . Используя соотношения $a_0 = r_0 \cos \vartheta_0$ и $a = r \cos \vartheta$, уравнение (51.8) можно представить в виде

$$\frac{\cos^2 \vartheta_0}{r_0} + \frac{\cos^2 \vartheta}{r} = \frac{\cos \vartheta_0 + \cos \vartheta}{\rho}. \quad (51.10)$$

При малых углах ϑ_0 и ϑ получается общеизвестное уравнение вогнутого зеркала радиуса ρ . Таким образом, каково бы ни было положение источника света A_0 , всегда существует такая точка A , в которой приблизительно собираются дифрагированные лучи. Однако можно достигнуть большей точности и простоты в установке решетки, а также лучшей резкости спектральных линий, если распорядиться выбором точки A_0 так, чтобы в выражении (51.4) исчезли члены второго порядка.

Для этого должно быть $\frac{a_0}{r_0^2} - \frac{1}{\rho} = 0$. Тогда, ввиду (51.8), будет $\frac{a}{r^2} - \frac{1}{\rho} = 0$.

Эти соотношения можно записать в виде

$$r_0^2 = a_0 \rho, \quad \text{или} \quad r_0 = \rho \cos \vartheta_0; \quad (51.11)$$

$$r^2 = a \rho, \quad \text{или} \quad r = \rho \cos \vartheta. \quad (51.12)$$

Соотношение (51.11) означает, что источник света должен лежать на окружности диаметра ρ , касающейся поверхности решетки в точке O . Из (51.12) тогда следует, что дифрагированные лучи соберутся в точке A , лежащей на той же окружности. Эта окружность называется *кругом Роуленда*. На рис. 202 она изображена пунктиром.

Угловая дисперсия решетки $d\vartheta/d\lambda = m/(d \cos \vartheta)$ не будет зависеть от угла ϑ , если спектры получаются при малых ϑ вблизи $\vartheta = 0$. Тогда $\cos \vartheta \approx 1$, угол ϑ будет линейной функцией длины волн, т. е. получится *нормальный спектр*. Поэтому в обычных условиях решетка устанавливается так, чтобы изучаемый спектр получался вблизи ее главной оптической оси.

Большие решетки в первом порядке имеют разрешающую способность около 200 000. Угловое расстояние между спектральными линиями, еще разрешаемыми решеткой, составляет $m\delta\lambda/(d \cos \vartheta) = m\lambda/(Rd \cos \vartheta)$, а линейное

$$\Delta x = \frac{m}{d \cos \vartheta} \frac{\rho \lambda}{R} \approx \frac{m}{d} \frac{\rho \lambda}{R}. \quad (51.13)$$

Для эффективного использования разрешающей способности решетки необходимо, чтобы величина Δx была не меньше определенного предела. Положим $\Delta x = 0,01$ мм, $m = 1$, $R = 200\,000$, $\lambda = 500$ нм, $d = 1/600$ мм. Тогда по предыдущей формуле найдем, что радиус кривизны решетки ρ должен быть не меньше ≈ 7 м, т. е. очень велик.

4. Вычисления, приведенные выше, применимы только к лучам, лежащим в плоскости рисунка. Более подробное исследование показывает, что лучи, выходящие из этой плоскости, дают *астигматические изображения*: точечный источник, помещенный в A_0 , изображается в виде отрезка, перпендикулярного к плоскости рисунка и проходящего через точку A . Астигматизм увеличивается по мере возрастания угла падения ϑ_0 , т. е. с увеличением порядка спектра. Когда источником света является щель, то наличие астигматизма ведет к уменьшению резкости изображения и понижению разрешающей способности, если щель установлена не совсем параллельно штрихам решетки. Поэтому необходимо добиваться тща-

тельной установки щели на параллельность штрихам решетки. По той же причине нельзя делать штрихи решетки очень длинными. Обычно наносят короткие штрихи вдоль широких участков, а не стремятся покрыть ими большую площадь, как в случае плоской решетки, не обладающей астигматизмом.

5. Роулэнду принадлежит и теоретически наиболее совершенный способ установки дифракционной решетки, показанный на схематическом рис. 203. Решетка G_0G и фотографическая камера устанавливаются на противоположных

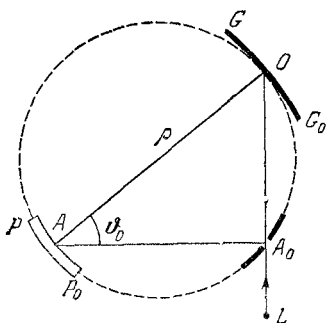


Рис. 203.

концах твердого стержня OA , длина которого равна радиусу кривизны решетки ρ . Они могут скользить вдоль взаимно перпендикулярных рельсов A_0O и A_0A на салазках, шарнирно соединенных со стержнем OA . Для достижения лучшей отчетливости изображения фотопластинку P_0P изгибают по окружности, совпадающей с кругом Роулэнда. Щель помещается в точке пересечения A_0 направляющих рельсов. При фотографировании спектров разных порядков, а также различных участков одного и того же спектра щель A_0 и источник света L остаются неподвижными. Так как точки O , A_0 , A лежат на круге Роулэнда, то при надлежащем положении стержня OA изображение щели A_0 получится в точке A . При перемещении концов стержня вдоль направляющих рельсов через точку A будут последовательно проходить фокусы различ-

ных длин волн в спектре рассматриваемого порядка. Так как в установке Роулэнда $\phi = 0$, то $d \sin \phi_0 = m\lambda$. С другой стороны, $OA_0 = \rho \sin \phi_0$. Комбинируя эти две формулы, находим

$$OA = \frac{\rho m}{d} \lambda. \quad (51.14)$$

На стержне, связанном с рельсом OA_0 , можно нанести равномерную шкалу длин волн. Тогда длина волны, попадающей в центр поля зрения A , может быть отсчитана непосредственно по этой шкале.

При установке решетки по способу Роулэнда объем, занимаемый приборами, настолько велик, что в нем трудно поддерживать постоянство температуры, необходимое при длительных экспозициях. Кроме того, установка Роулэнда довольно дорога. По этим и по ряду других причин она применяется редко. Пашеном, Иглом и др. были разработаны другие способы; с ними можно ознакомиться по специальным руководствам по технике спектроскопии.

§ 52. Дифракция на решетке как краевая задача

1. В предыдущих параграфах волновое поле за решеткой вычислялось путем суммирования волн, исходящих от штрихов решетки. Для некоторых целей более предпочтителен другой способ. Допустим сначала, что решетка бесконечна. Переднюю поверхность ее будем называть *входом*, заднюю — *выходом*. Эта терминология применима и для отражательной решетки. Для нее входом и выходом служит одна и та же (передняя) поверхность. Без потери общности можно рассуждать так, как если бы решетка была бесконечно тонкой. Примем плоскость решетки за координатную плоскость XU . Ось X направим перпендикулярно к штрихам, а ось Z — в сторону распространения дифрагированного света (рис. 204). Как и раньше,