

предмета с помощью трех лазеров, излучения которых имеют различные длины волн. Последние подбираются так, чтобы при смешении они наиболее совершенно воспроизводили цвет предмета. Такая голограмма действует как три голограммы, дающие при освещении белым светом совмещенные изображения предмета в трех цветах. При этом цвет изображения кажется глазу таким же, как и цвет самого предмета.

Голография в настоящее время представляет самостоятельный, быстро развивающийся раздел науки, техники и искусства, возможно с большим будущим. Ей посвящены специальные руководства, к которым и следует обратиться всем, кто пожелает глубже и детальнее изучить голографию.

§ 55. Световое поле вблизи фокуса

1. Согласно геометрической оптике, волновое поле в центре сферической сходящейся волны (фокусе) обращается в бесконечность. Это указывает на неприменимость геометрической оптики в фокусе и его ближайшей окрестности.

Рассмотрим задачу о волновом поле в окрестности фокуса с точки зрения волновой оптики. Пусть на пути сходящейся сферической волны поставлена диафрагма с отверстием AB (рис. 210). Неприкрытую часть волнового фронта F примем за вспомогательную поверхность, из которой исходят вторичные волны Гюйенса. Следуя приближенному методу Френеля (§ 41), поле на поверхности F запишем в виде

$$E_F = \frac{1}{r_0} e^{i(\omega t + kr_0)}.$$

Если пренебречь зависимостью амплитуд вторичных волн от (малого) угла γ , то поле в точке наблюдения P представится интегралом

$$E_P \sim e^{i\omega t} \int \frac{e^{ik(r_0 - r)}}{r_0 r} dF,$$

распространенным по всей неприкрытой поверхности волнового фронта. Если точка P лежит в малой окрестности фокуса O , то расстояния r_0 и r в знаменателе подынтегрального выражения могут считаться постоянными. Различие между ними надо учесть только в фазовом множителе $e^{ik(r_0 - r)}$. Как видно из рис. 210, $r = r_0 + R$. Возведем это равенство в квадрат, учтем, что $R \ll r_0$, а затем приближенно извлечем квадратный корень с точностью до квадратичных членов по R включительно. Получим

$$r - r_0 = \frac{(r_0 R)}{r_0} + \frac{R^2}{2r_0} - \frac{(r_0 R)^2}{r_0^3} = (nR) + \frac{R^2}{2r_0} \sin^2(R, n),$$

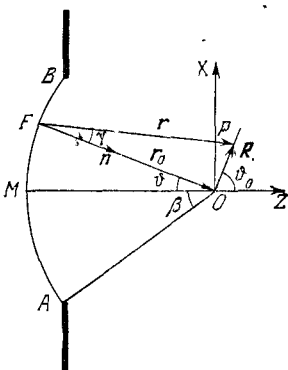


Рис. 210.

где $\mathbf{n} = \mathbf{r}_0/r_0$ — единичный вектор нормали к поверхности F , направленный к фокусу O . В дальнейшем в этом выражении сохраним только линейный член. Это можно делать, если поправка в фазе, вносимая квадратичным членом, много меньше λ , т. е. когда

$$R^2/f_0 \ll \lambda. \quad (55.1)$$

С учетом всего изложенного для волнового поля (в условных единицах) в точке P получим

$$E_P = \int e^{i(\omega t - k n R)} d\Omega, \quad (55.2)$$

где $d\Omega = dF/r_0^2$ — телесный угол, под которым из точки O видна площадка dF .

Когда диафрагма удалена в бесконечность, а расстояние R остается конечным, то $R^2/r_0 = 0$. Тем самым ограничение (55.1) снимается, а (55.2) переходит в точное решение задачи. Это видно и из самой структуры выражения (55.2). Действительно, $d\Omega e^{i(\omega t - k n R)}$ есть плоская волна, распространяющаяся в направлении волнового вектора $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, а потому она удовлетворяет волновому уравнению (43.1). Интеграл (55.2) есть суперпозиция таких плоских волн различных направлений, а следовательно, является точным решением того же уравнения. Такое решение позволяет точно исследовать все явления, связанные с прохождением сферической волны через фокус.

2. Если точка P находится в фокусе O , т. е. $R = 0$, то все вторичные волны приходят в O в одинаковых фазах, а потому интенсивность света в этой точке максимальна. Формула (55.2) в этом случае дает $E_O = \Omega e^{i\omega t}$. Наибольший интерес представляет распределение интенсивности света в фокальной плоскости, т. е. в плоскости, проходящей через фокус O перпендикулярно к оси пучка MO . Чтобы интегрирование в (55.2) выполнялось элементарно, будем предполагать телесный угол Ω небольшим, так что при вычислении интеграла неприкрытую часть сферического волнового фронта можно заменить плоской. Саму диафрагму возьмем прямоугольной формы со сторонами $2a$ и $2b$. Угловые размеры этих сторон при наблюдении из точки O будут $2\alpha = 2a/r_0$ и $2\beta = 2b/r_0$ соответственно. Начало координат поместим в точке O , направив оси X и Y параллельно сторонам прямоугольной диафрагмы. Координаты точки наблюдения P обозначим через X и Y , текущие координаты в плоскости диафрагмы — через x и y . Тогда $dF = dx dy = r_0^2 d\varphi d\psi$, $d\Omega = d\varphi d\psi$, где φ и ψ — углы, под которыми из точки O видны отрезки x и y . Далее, $(\mathbf{n}\mathbf{R}) = n_x X + n_y Y = -(x/r_0) X - (y/r_0) Y = -(\varphi X + \psi Y)$. В результате интеграл (55.2) перейдет в

$$E_P = e^{i\omega t} \int_{-\alpha}^{+\alpha} \int_{-\beta}^{+\beta} e^{ik(X\varphi + Y\psi)} d\varphi d\psi.$$

Это в точности такой же интеграл, какой встречался в § 45 при рассмотрении фраунгоферовой дифракции на прямоугольном отверстии. Поэтому распределение интенсивности света в фокальной плоскости в окрестности фокуса можно представить формулой

$$I = I_0 \left(\frac{\sin kx\alpha}{kx\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin ky\beta}{ky\beta} \right)^2. \quad (55.3)$$

В фокальной плоскости получается система светлых пятен прямоугольной формы со светлым центром (см. рис. 179). Расстояния между двумя соседними минимумами, а также от центра центрального максимума до первого минимума равны

$$\Delta x = \frac{\pi}{k\beta} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\beta}. \quad (55.4)$$

Остается проверить, выполняется ли условие (55.1). Так как заметная интенсивность по формуле (55.3) получается при R порядка Δx , то формула (55.1) переходит в

$$\beta \gg \sqrt{\lambda/r_0}. \quad (55.5)$$

В оптических приборах под r_0 следует понимать расстояние от линзы (или сферического зеркала) до точки геометрического схождения лучей. Например, если лучи сходятся в главном фокусе, то r_0 равно фокусному расстоянию f линзы или зеркала. Ввиду малости длины волны, условие (55.5) очень хорошо выполняется во всех оптических приборах. Так, при $f = 10$ см, $\lambda = 500$ нм из (55.5) получаем $\beta > > 4 \cdot 10^{-3}$ рад $\approx 15'$. Поэтому применимость выведенных здесь формул к оптическим приборам с линзами и зеркалами не вызывает сомнений.

Для теории оптических приборов наибольшее значение имеет случай круглой диафрагмы. Исследование этого случая, конечно, не встречает каких-либо затруднений. Качественно ясно, что дифракционная картина в фокальной плоскости должна иметь вид светлых и темных концентрических кругов со светлым центром (см. рис. 180). Для определения размеров дифракционных кругов надо вычислить интеграл (55.2). В случае круглой диафрагмы результат вычисления выражается через бесселеву функцию первого порядка. Радиусы темных колец имеют следующие значения:

$$R = 0,61\lambda/\beta; \quad 1,12\lambda/\beta; \quad 1,62\lambda/\beta; \quad \dots, \quad (55.6)$$

где β — угловой размер радиуса диафрагмы, если его рассматривать из точки O .

3. Найдем теперь распределение интенсивности света на оси MO , предполагая, что пучок лучей ограничен круглой диафрагмой. В этом случае в (55.2) можно взять $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$ (рис. 210). Если точка P лежит перед фокусом, то $nR = -R \cos \vartheta$. Если же

она лежит за фокусом, то $nR = R \cos \vartheta$. По формуле (55.2)

$$E_p = 2\pi e^{i\omega t} \int_0^\beta e^{\pm ikR \cos \vartheta} \sin \vartheta d\vartheta = \frac{2\pi e^{i(\omega t \pm kR)}}{\pm ikR} [1 - e^{\pm ikR (\cos \beta - 1)}],$$

где верхний знак относится к случаю, когда точка наблюдения расположена левее, а нижний — правее фокуса. Вычислив модуль этого выражения, находим амплитуду колебаний поля на оси пучка:

$$a \sim \frac{1}{R} \sin \frac{kR(1 - \cos \beta)}{2}. \quad (55.7)$$

Во всякой плоскости, перпендикулярной к оси пучка, дифракционная картина имеет вид концентрических колец. Однако, в зависимости от положения этой плоскости, центр пучка может быть и светлым, и темным. Амплитуда на оси обращается в нуль, когда $kR(1 - \cos \beta) = m\pi$, т. е.

$$R = \frac{m\lambda}{1 - \cos \beta} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (55.8)$$

В этом случае, как легко убедиться, в неприкрытой части сферического волнового фронта содержится четное число зон Френеля, а потому центр колец и получается темным. Расстояние между ближайшими минимумами интенсивности, расположенными по разные стороны от фокуса, равно

$$\delta = \frac{2\lambda}{1 - \cos \beta} \approx \frac{4\lambda}{\beta^2}. \quad (55.9)$$

Эта величина может служить мерой продольных размеров области, в которой концентрируется свет вблизи фокуса. Объем этой области порядка $\frac{4\lambda}{\beta^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{\beta}\right)^2 = \frac{4\lambda^3}{\beta^4}$.

§ 56. Разрешающая способность телескопа и микроскопа

1. Будем предполагать, что оптические системы идеальны в смысле геометрической оптики, т. е. дают строго точечные изображения каждой точки объекта. По волновой оптике это не так. Как показано в предыдущем параграфе, изображением светящейся точки в сопряженной плоскости является дифракционная картина, состоящая из концентрических колец, окружающих центральный светлый дифракционный кружок. Распределение интенсивности в такой картине представлено сплошной кривой на рис. 181. Основная доля энергии света (около 84%) приходится на центральный дифракционный кружок. Этот кружок и будет изображением светящейся точки, если пренебречь энергией, приходящейся на окружающие его дифракционные кольца. Он называется *кружком Эйри* по имени