

микроскопах приходится пользоваться узкими параксиальными пучками с малыми апертурами. Но даже в таких пучках электронный микроскоп позволяет разрешать детали, превосходящие размеры атомов всего в несколько раз.

7. Рассмотрим в заключение вопрос о рациональном увеличении микроскопа. Напомним, что увеличением микроскопа (лупы) называется отношение угла, под которым виден объект в микроскоп, к тому углу, под которым он был бы виден невооруженным глазом, если бы был помещен на расстоянии ясного зрения. Пусть $l_{\text{мин}}$ — минимальное расстояние, разрешаемое микроскопом. Невооруженным глазом с расстояния ясного зрения оно видно под углом $\vartheta = l_{\text{мин}}/L$. В микроскоп то же расстояние видно под углом $\vartheta' = N\vartheta$. Для разрешения необходимо, чтобы угол ϑ' был не меньше минимального угла, разрешаемого глазом, т. е. $\vartheta' = N\vartheta \geq \vartheta_{г.т.}$. Отсюда, используя выражения (56.3) и (56.7), найдем

$$N \geq \frac{2Ln \sin \alpha}{d}. \quad (56.8)$$

Знаку равенства соответствует нормальное увеличение

$$N_{\text{норм}} = \frac{2Ln \sin \alpha}{d}. \quad (56.9)$$

Как и в случае телескопа, нормальное увеличение микроскопа есть наименьшее увеличение, при котором может быть использована вся разрешающая способность объектива. О целесообразности работать при увеличениях больше нормального для микроскопа можно повторить без всяких изменений все, что выше было сказано относительно телескопа.

Максимальная числовая апертура, как указывалось выше, для сухих систем имеет своим пределом единицу. Для иммерсионных систем этот предел равен примерно 1,5. Диаметр зрачка глаза d примем равным 2 мм. Тогда для нормального глаза ($L = 25$ см) получатся следующие предельные значения нормальных увеличений:

$$\begin{aligned} \text{для сухих систем } N_{\text{норм}} &= 250, \\ \text{для иммерсионных систем } N_{\text{норм}} &= 375. \end{aligned}$$

По физиологическим соображениям имеет смысл переходить к несколько большему увеличению. Однако бессмысленно строить микроскопы с увеличением больше, чем в 1000—1500 раз.

§ 57. Теория и демонстрационные опыты Аббе

1. Впервые предел разрешения объектива микроскопа был найден Гельмгольцем в 1874 г. Гельмгольц рассматривал *самосветящиеся объекты*. Примерно в то же время и независимо от Гельмгольца вопрос о разрешающей способности микроскопа был разобран

Аббе, но для случая *освещаемых объектов*. Именно этот случай встречается в практике микроскопии. От освещения очень сильно зависит качество изображения в микроскопе. Этот вопрос подвергся глубокому изучению Д. С. Рождественским (1876—1940) в последние годы его жизни. Ниже излагается метод Аббе с некоторыми изменениями и затрагиваются дополнительные вопросы, связанные с этим методом.

Допустим сначала, что объектом является достаточно большая (бесконечная) плоская дифракционная решетка, освещаемая параллельным пучком монохроматических лучей. Свет, прошедший через решетку, будет состоять из дискретного ряда плоских волн (дифракционных пучков или спектров различных порядков), распространяющихся от решетки в различных направлениях. Пучки низких порядков будут однородными волнами, а пучки, порядок которых превосходит определенное значение, — неоднородными (см. § 52). Неоднородные волны, затухая на расстояниях порядка длины волны, в объектив не попадают и потому не влияют на изображение, даваемое им.

2. Допустим, что перед объективом поставлена диафрагма, пропускающая спектры определенных порядков. Если диафрагма пропускает пучок одного лишь нулевого порядка, то прошедший свет будет состоять только из одной однородной плоской волны, как если бы на месте дифракционной решетки стояла прозрачная идеально плоскопараллельная пластинка. Никакой информации о структуре объекта такой свет не несет. В плоскости изображения, сопряженной с плоскостью решетки, получится равномерно освещенное поле.

Возьмем теперь такую диафрагму, чтобы она пропускала только два спектра соседних порядков, например m -го и $(m+1)$ -го (рис. 218). За решеткой эффективными останутся только две однородные волны, распространяющиеся в различных направлениях:

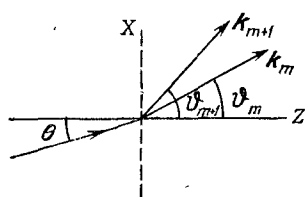


Рис. 218.

$$E_m = a_m \cos(\omega t - \mathbf{k}_m \mathbf{r}),$$

$$E_{m+1} = a_{m+1} \cos(\omega t - \mathbf{k}_{m+1} \mathbf{r}),$$

интерферирующие между собой. Плоскость решетки примем за координатную плоскость XY , направив ось X перпендикулярно к ее штрихам, а ось Z — в сторону распространения падающего света. Интерференционные полосы во всякой плоскости $z = \text{const}$, параллельной плоскости решетки, будут параллельны ее штрихам. Найдем расстояние Δx между ними. Разность фаз между рассматриваемыми волнами в указанной плоскости представляется выражением

$$\varphi = (\mathbf{k}_{m+1} - \mathbf{k}_m) \mathbf{r} = (k_{m+1, x} - k_{m, x}) x + (k_{m+1, z} - k_{m, z}) z.$$

При изменении x на Δx она изменится на $\Delta\varphi = (k_{m+1, x} - k_{m, x}) \Delta x$. Интенсивность света будет периодически повторяться, когда $\Delta\varphi = 2\pi, 4\pi, \dots$. Ширина интерференционной полосы Δx найдется, если положить $\Delta\varphi = 2\pi$. Направления на дифракционные максимумы рассматриваемых порядков определяются формулами

$$d(\sin \vartheta_m - \sin \theta) = m\lambda, \quad d(\sin \vartheta_{m+1} - \sin \theta) = (m+1)\lambda,$$

где θ — угол, под которым свет падает на решетку. Отсюда $d(\sin \vartheta_{m+1} - \sin \vartheta_m) = \lambda$. Но $k_{m, x} = (2\pi/\lambda) \sin \vartheta_m$, $k_{m+1, x} = (2\pi/\lambda) \sin \vartheta_{m+1}$, так что

$$k_{m+1, x} - k_{m, x} = (2\pi/\lambda) (\sin \vartheta_{m+1} - \sin \vartheta_m) = 2\pi/d.$$

Следовательно, ширина интерференционной полосы будет $\Delta x = 2\pi : (2\pi/d) = d$, независимо от направления освещающего пучка лучей. В частности, такая система интерференционных полос возникнет на выходе самой решетки, т. е. в плоскости $z = 0$. Объектив даст изображение этой системы полос в плоскости изображения, сопряженной с плоскостью решетки (см. § 27, пункт 6). Такое изображение передает основной характер структуры решетки — ее периодичность с основным периодом d . Распределение интенсивности в плоскости изображения будет синусоидальным, т. е. таким же, какое получилось бы от синусоидальной решетки Рэлея. Чтобы изображение передавало более мелкие детали структуры объекта, необходимо расширить диафрагму. Тогда за решеткой появятся плоские дифрагированные волны, порядки которых отличаются друг от друга не только на единицу, но также на 2, 3, ... Рассуждая как выше, нетрудно показать, что интерференция двух волн, порядки которых отличаются на Δm , даст интерференционные полосы с шириной $\Delta x = d/\Delta m$.

Структуру решетки можно характеризовать разложением ее пропускания в ряд Фурье. Полностью подобное изображение со всеми деталями получилось бы, если бы интенсивность света в плоскости изображения представлялась рядом Фурье с теми же коэффициентами. Однако этого никогда не бывает. Из ряда Фурье выпадают компоненты, соответствующие неоднородным волнам и тем однородным волнам, которые задерживаются диафрагмой. Чем больше дифрагированных волн различных порядков проходит через диафрагму, тем совершеннее получается изображение.

3. Если при определении разрешающей способности довольствоваться наименее совершенным изображением, которое правильно передавало бы только периодическую структуру решетки с периодом d , то разрешающую способность объектива микроскопа можно определить следующим образом. Пусть решетка освещается нормально падающими лучами света (рис. 219, а). Тогда для разрешения необходимо, чтобы наряду с прямо прошедшим пучком света в объектив попали также дифракционные пучки первого и минус пер-

вого порядков. Если объектив иммерсионный с показателем иммерсии n , то минимальный период решетки, при котором выполняется это условие, будет $d \sin \alpha = \lambda/n$, где λ — длина волны в вакууме. Отсюда и находится минимальное расстояние, разрешаемое объективом микроскопа:

$$l_{\text{мин}} = \frac{\lambda}{n \sin \alpha}. \quad (57.1)$$

Полученный результат отличается от (56.7) только несущественным численным коэффициентом. Различие в коэффициентах связано

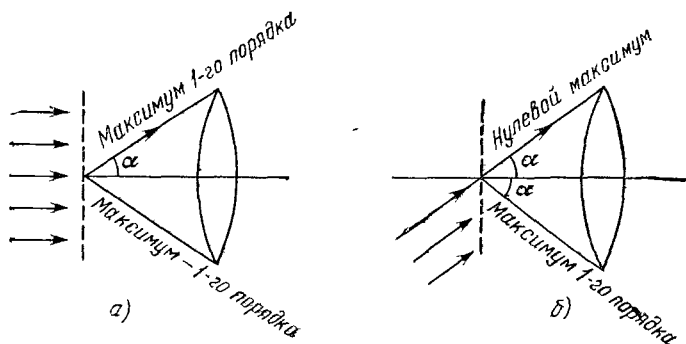


Рис. 219.

с некоторым различием критериев разрешения, которые использовались при выводе формул (56.7) и (57.1), а также с тем, что формула (56.7) относится к разрешению точечных, а (57.1) — линейных объектов.

Разрешаемый предел (57.1) можно понизить за счет применения наклонного освещения. При нормальном падении освещающего пучка за решеткой интерферируют три пучка. При интерференции пучков нулевого и одного из первых порядков в изображении выявляется структура с основным периодом d . Такая же картина интерференции получается при наложении нулевого пучка с другим пучком первого порядка. Второй пучок первого порядка просто усиливает действие другого пучка того же порядка. Кроме того, оба пучка первого порядка интерферируют между собой, в результате чего на интерференционную картину накладываются новые, более слабые, интерференционные полосы, расстояние между которыми вдвое меньше, т. е. равно $d/2$. В этом проявляется действие первых гармоник в разложении пропускаемости решетки в ряд Фурье. Не меняя основного периода в изображении решетки, они несколько усиливают его контраст. Но для выявления структуры с основным периодом d , как выяснено выше, достаточно *двух* соседних пучков, например, нулевого и одного из пучков первого порядка. Макси-

мально возможное разрешение получится, если освещающий пучок направить под углом α к решетке, как указано на рис. 219, б. Тогда будет $2d \sin \alpha = \lambda/n$ и, следовательно,

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{n \sin \alpha}, \quad (57.2)$$

что вдвое меньше величины (57.1).

4. Таким образом, разрешающую способность микроскопа можно повысить изменением направления освещающих лучей. Однако влияние способа освещения на изображение в микроскопе этим не ограничивается. Оно более существенно. Если бы освещение производилось пучком параллельных лучей, то, как было выяснено выше, интерференционная картина за решеткой в каждой параллельной ей плоскости Π имела бы вид параллельных полос с расстоянием между ними d . Такие полосы *не локализованы*. Изображение, видимое в микроскоп, имело бы один и тот же вид независимо от того, куда сфокусирован микроскоп: на плоскость решетки или на любую плоскость, ей параллельную. Для устранения этого вредного обстоятельства в микроскопе объекты освещаются пучками лучей различных направлений с широкими апертурами. Интерференционные полосы, даваемые параллельными пучками различных направлений, смещены относительно друг друга вдоль оси X . Поэтому во всех плоскостях Π происходит гашение интерференционных полос. Исключение составляет только случай, когда плоскость Π совпадает с плоскостью самой решетки. В этом случае все интерференционные полосы, создаваемые освещающими пучками различных направлений, пространственно совпадают между собой. Поэтому изображение объекта в микроскопе может возникнуть только тогда, когда он сфокусирован на плоскость самого объекта. В этом основная причина использования широких апертур при освещении объектов в микроскопе.

5. В качестве объекта была взята дифракционная решетка лишь с целью упрощения рассуждений. Это упрощение не принципиальное. Если взять объект произвольной формы и осветить его параллельным пучком лучей, то за объектом возникнут дифрагированные пучки различных направлений с максимумами и минимумами. Угол дифракционной расходимости ϑ , определяющий направление на первый дифракционный минимум, определяется формулой $nl \sin \vartheta \sim \lambda$, где l — линейный размер объекта. Если диафрагма пропускает лишь незначительную часть центрального дифракционного пучка, то изображение в микроскопе получится таким же, как и в случае точечного объекта, излучающего сферические волны равномерно по всем направлениям. Это был бы дифракционный кружок Эйри, совершенно не зависящий от формы объекта, и никакого разрешения не получилось бы. Минимальные размеры объекта $l_{\text{мин}}$, при которых возможно разрешение,

определяются условием $\vartheta \sim \alpha$, т. е.

$$l_{\text{мин}} \sim \frac{\lambda}{n \sin \alpha}. \quad (57.3)$$

Мы снова пришли к формуле вида (57.1) или (57.2).

В приведенном рассуждении не столь существенно, куда попадает свет после рассеяния на объекте. Вместо объектива можно, например, взять фотопластинку и произвести на ней голографическую запись предмета. Из предыдущих рассуждений следует, что минимальный размер объекта, который может быть записан таким способом, определяется формулой

$$l_{\text{мин}} \sim \lambda/\alpha, \quad (57.4)$$

где α — угловой размер голограммы, если ее рассматривать из точки нахождения предмета во время голографирования (предполагается, что он невелик).

6. Сам Аббе представил изложенную теорию в следующей форме. Каждый пучок параллельных лучей, получившийся в результате дифракции на объекте AB (например, дифракционной решетке),

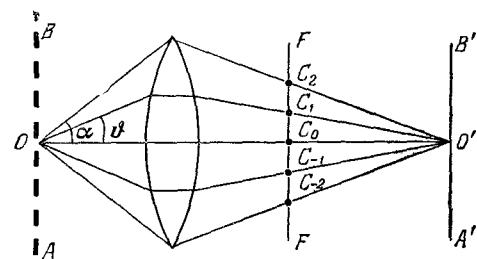


Рис. 220.

собирается объективом в точке фокальной плоскости (рис. 220). Дифракционную картину в фокальной плоскости, состоящую из совокупности таких точек: $C_0, C_1, C_{-1}, C_2, C_{-2}, \dots$, Аббе назвал *первичным изображением* объекта. Если известно первичное изображение, то с помощью принципа Гюйенса — Френеля можно рассчитать световое поле во всем пространстве за фокальной плоскостью.

В частности, изображение объекта есть не что иное, как интерференционная картина, получающаяся в плоскости изображения в результате интерференции вторичных волн Гюйенса, исходящих из различных точек первичного изображения. Эту интерференционную картину Аббе назвал *вторичным изображением*.

Если диафрагма объектива пропускает один только центральный дифрагированный пучок, то первичное изображение будет состоять только из одного центрального точечного максимума. Получится лишь одна вторичная сферическая волна, исходящая из этого центрального максимума, которой не с чем будет интерферировать. Вторичное изображение получится бесструктурным и будет представлять собой более или менее равномерно освещенное поле. Для появления какой-то структуры во вторичном изображении необхо-

димо, чтобы первичное изображение состояло по крайней мере из двух точечных дифракционных максимумов. Но это условие лишь по форме отличается от того условия, из которого были выведены формулы (57.1) и (57.2).

Если закрыть некоторые дифракционные максимумы в фокальной плоскости, то вторичное изображение будет искажено. Характер искажения часто можно предсказать. Этим воспользовался Аббе для экспериментального подтверждения своей теории. Объектом служила грубая дифракционная решетка. Аббе помещал в фокальной плоскости другую решетку из проволок, которые закрывали дифракционные максимумы через один. Тогда расстояния между действующими (открытыми) максимумами возрастали вдвое. В изображении решетки наблюдалось удвоение штрихов. Все происходило так, как если бы экранирования не было, а объект был заменен более мелкой решеткой, расстояния между штрихами которой вдвое меньше.

Еще более интересные искажения наблюдаются в случае двумерной решетки, например, квадратной проволочной сетки.

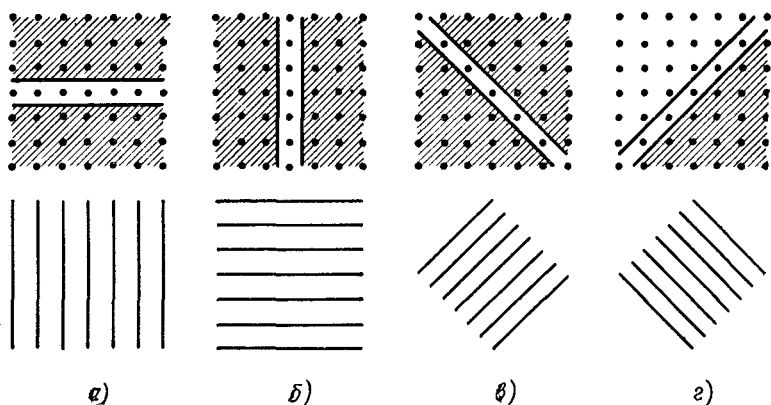


Рис. 221.

В этом случае дифракционная картина в фокальной плоскости состоит из светлых пятен, расположенных в узлах также квадратной сетки. Поместим в фокальной плоскости узкую щель, с помощью которой можно открывать прямолинейные ряды из таких пятен, а остальные пятна закрывать. Если щель горизонтальна и достаточно узка, то она выделит прямолинейный ряд максимумов, расположенных вдоль горизонтальной прямой (рис. 221, а). Такой ряд максимумов аналогичен дифракционной картине от одномерной решетки с вертикальными щелями. Поэтому оптическое изображение квадратной сетки при введении горизонтальной щели перейдет

в систему вертикальных полос. Если щель повернуть на 90° в вертикальное положение (рис. 221, б), то полосы сделаются горизонтальными. Если щель повернуть параллельно диагонали сетки (рис. 221, в и 221, г), то она выделит прямолинейный ряд максимумов, параллельный той же диагонали, причем расстояния между максимумами увеличатся в $\sqrt{2}$ раз. В результате оптическое изображение сетки перейдет в систему наклонных полос, перпендикулярных к щели, а сами полосы сделаются в $\sqrt{2}$ раз уже.

Д. С. Рождественский указал, что непосредственной причиной появления ложных структур в опытах Аббе является *дифракция света на экранирующей сетке*. В отсутствие последней объектив дает геометрически подобное изображение объекта. Например, сетка из параллельных проволок изображается в виде системы параллельных полос. При введении экранирующей сетки эти полосы остаются на прежних местах. Но на них накладывается дифракционная картина, возникающая при дифракции света на экранирующей сетке. Если экранирующая сетка состоит из проволок, параллельных проволокам сетки-объекта, то возникнут дифракционные полосы, параллельные полосам в прежнем изображении сетки-объекта. При надлежащем периоде экранирующей сетки дифракционные полосы расположатся посередине между прежними полосами. Произойдет удвоение полос в изображении, как если бы проволоки в сетке-объекте были натянуты вдвое чаще. Так же, хотя и не столь просто, объясняется и появление диагоналей, когда объектом является квадратная проволочная сетка.

Дифракция на экранирующей сетке происходит независимо от того, освещается ли объект посторонним светом или является самосветящимся. Поэтому и в случае самосвечения должны появляться такие же ложные структуры, как и при освещении. Это было теоретически предсказано Л. И. Мандельштамом (1879—1944) еще в 1911 г. Опыты с накаливаемыми сетками, поставленные самим Мандельштамом, подтвердили это предсказание.

§ 58. Телескоп без объектива. Получение изображений с помощью малых отверстий

1. В принципе можно построить телескоп без объектива сколь угодно высокой разрешающей способности. Роль объектива может играть круглое отверстие. Следующее рассуждение, принадлежащее Рэлею, разъясняет идею такого телескопа. Допустим сначала, что в отверстие вставлен объектив. Лучи, идущие от какой-либо точки объекта к ее изображению вдоль оптической оси и по периферии, имеют различные геометрические длины. При отсутствии объектива различны и их оптические длины. Объектив должен компенсировать своей толщиной различие оптических длин всех лучей, чтобы они приходили в точку-изображение в одинаковых фазах. Но небольшое расхождение в фазах лучей мало сказывается на результате их интерференции. Например, если интерферируют два одинаковых луча в одинаковых фазах, то результирующая интенсивность превосходит интенсивность отдельного луча в 4 раза. Если же разность фаз составляет $\pi/4$, то она будет