

ствиями зеркал лишь смещает интерференционную картину в целом, так что интерференционные полосы остаются различными, если только это смещение происходит достаточно медленно. При наблюдениях же в тех же условиях в телескоп с недифрагмированным объективом нерегулярные изменения показателя преломления воздуха сильно искажают изображение звезды.

Другая причина заключается в том, что линейные диаметры подавляющего большинства звезд мало отличаются от диаметра Солнца. На расстоянии же ближайшей звезды диск Солнца был бы виден под углом всего $0,007''$. Для измерения таких углов расстояние между внешними зеркалами интерферометра M_1 и M_2 (база) должно быть не меньше примерно 20 м. Постройка такого большого интерферометра трудна из-за высоких требований к механическим параметрам конструкции всей установки, о которых говорилось выше.

5. Принципы, изложенные выше, применимы, конечно, и в радиодиапазоне. Радиотелескопы, благодаря большим значениям длин радиоволн, характеризуются низкой разрешающей способностью. Даже для самых крупных из них с диаметром зеркала $D \sim 100$ м, работающих на длине волны $\lambda \sim 10$ см, разрешаемое угловое расстояние $\sim \lambda/D \approx 10^{-3}$ рад, т. е. всего около $3'$. Иное дело — радиointерферометр, работающий по принципу звездного интерферометра Майкельсона. Он состоит из двух антенн, установленных в разных местах, сигналы с которых подаются на общий детектор. Высокая разрешающая способность достигается за счет увеличения расстояния D между антеннами (базы радиointерферометра). Рекордное угловое разрешение достигается, когда антенны удалены друг от друга на межконтинентальные расстояния. Были осуществлены радиointерферометры с базой Крым — США, США — Австралия. На самой короткой длине волны было достигнуто угловое разрешение $\sim 10^{-4}$ угловой секунды, т. е. разрешающая способность была примерно в 100 раз больше, чем у звездного интерферометра Майкельсона.

Надо отметить, что с увеличением базы возрастают технические трудности, обусловленные внесением нерегулярно меняющейся разности фаз на пути от антенн к детектору. Для устранения этого недостатка в радиointерферометре Брауна и Твисса сигналы, принятые антеннами, детектируются независимо. Измеряется корреляция флуктуирующих интенсивностей этих сигналов в зависимости от расстояния между антеннами. По этим данным находятся угловые размеры источника. Браун и Твисс показали, что аналогичное устройство может работать также и в видимой области спектра. Свет от звезды фокусируется двумя вогнутыми зеркалами на два фотоэлемента. Измеряется корреляция флуктуирующих фототоков, возбуждающихся в фотоэлементах, в зависимости от расстояния между зеркалами. Без особых осложнений расстояние между зеркалами может быть сделано большим и достигнута высокая разрешающая способность прибора.

§ 61. Дифракция на двумерных и трехмерных решетках.

Дифракция рентгеновских лучей

1. *Двумерной решеткой* называется всякая структура, свойства которой периодически меняются в двух различных направлениях. Примером могут служить две скрещенные одномерные решетки, т. е. решетки, наложенные одна на другую таким образом, что штрихи одной решетки пересекаются со штрихами другой под некоторым углом. Дифракционная картина от такой структуры, как нетрудно показать, может быть получена путем наложения дифракционных картин от соответствующих одномерных решеток.

Трехмерные, пространственные решетки обладают периодичностью в трех различных направлениях. Они играют важную роль в физике рентгеновских лучей. Долгое время не удавалось получить

дифракцию рентгеновских лучей, так как дифракционные решетки, применявшиеся в оптической области спектра, были слишком грубыми для рентгеновских лучей с длиной волны порядка 0,1 нм и меньше (см., впрочем, § 46, пункт 8). Лауэ (1879—1960) в 1912 г. предложил для этой цели воспользоваться кристаллом, который можно рассматривать как *естественную периодическую пространственную решетку*, построенную из атомов или ионов. По указанию Лауэ его сотрудники Фридрих (1883—1968) и Книппинг (1883—1935) направили узкий пучок сплошного рентгеновского излучения на монокристалл и получили на фотопластинке картину дискретных, правильно расположенных пятен, возникших в результате дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке. Этот основополагающий опыт установил *волновую природу* рентгеновского излучения и заложил начала современной *физики твердого тела*. Он впервые принес экспериментальное доказательство давно высказывавшейся кристаллографами гипотезы о структуре кристаллов из частиц, правильно и периодически расположенных в пространстве.

Из этого опыта возникли два направления в физике: *рентгеновская спектроскопия* и *рентгеноструктурный анализ*. Рентгеновская спектроскопия использует естественные кристаллы известной кристаллической структуры для анализа рентгеновского излучения и измерения длин волн. Рентгеноструктурный анализ, напротив, использует рентгеновское излучение известной длины волны для выяснения кристаллической структуры кристаллов и измерения параметров этой структуры. По сравнению с оптической дифракцией дифракция рентгеновских лучей обладает той особенностью, что она осуществляется *без линз и зеркал*, ввиду отсутствия материалов, из которых можно было бы изготовить эти приспособления.

2. Качественное рассмотрение дифракции рентгеновских лучей удобно начать с *дифракции на прямой цепочке*, состоящей из одинаковых равноотстоящих частиц (атомов).

Расстояние между соседними частицами обозначим через a . Пусть на такую цепочку под углом скольжения α_0 падает параллельный пучок рентгеновских лучей (рис. 227). Разность хода между лучами, рассеянными соседними атомами под углом α , будет $AD - CB = a(\cos \alpha - \cos \alpha_0)$. Условие интерференционного усиления этих лучей имеет вид

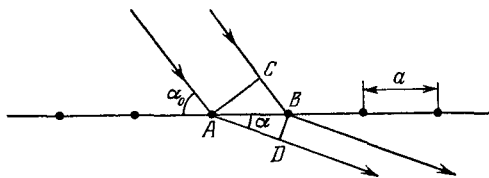


Рис. 227.

$$a(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = m\lambda \quad (61.1)$$

($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Оно определяет *положения дифракционных максимумов в фраунгоферовой дифракционной картине*, т. е. на бесконечных расстояниях от цепочки. Бесконечными могут считаться расстояния r , удовлетворяющие условию:

$$r \gg l^2/\lambda, \quad (61.2)$$

где l — длина цепочки. Ввиду малости длин рентгеновских волн, эти расстояния всегда очень велики. Так, при $l = 1$ мм, $\lambda = 0,1$ нм $= 10^{-7}$ мм условие (61.2) дает $r \gg 10^7$ мм $= 10$ км. Таким образом, для осуществления фраунгоферовой дифракции потребовались бы очень большие расстояния. В реальных опытах фотографическая пластинка, регистрирующая дифракционную картину, ставится на расстоянии в несколько десятков сантиметров от рассеивающего кристалла или меньше, т. е. не в волновой зоне, а в десятки и сотни тысяч раз ближе. Это замечание относится, конечно, не только к линейным цепочкам, но и к поверхностным и объемным решеткам.

Однако, как было выяснено в § 52, *волновое поле, возникающее при дифракции на плоской решетке, представляется на всех расстояниях суперпозицией плоских волн различных направлений*. В эту суперпозицию входят и *неоднородные волны*. Но на расстояниях от решетки, превышающих ее период, неоднородные волны не играют роли, так как на таких расстояниях они практически полностью затухают. Так же обстоит дело и в случае дифракции на кристаллической решетке. (В случае линейной цепочки вместо плоских удобнее пользоваться *цилиндрическими волнами*.) Фотопластинка ставится на малых расстояниях от кристалла, где применима геометрическая оптика, но все же достаточно далеко, чтобы различные плоские волны, исходящие от кристалла, успели разделиться пространственно. Для определения положения максимумов интенсивности на фотопластинке достаточно знать *направления* распространения этих волн. Но эти направления не зависят от расстояния до кристалла. В области применимости геометрической оптики они такие же, что и в волновой зоне, а потому для определения положения максимумов интенсивности на фотопластинке можно пользоваться формулой (61.1). Однако такие максимумы отличаются от интерференционных максимумов в волновой зоне. В каждый максимум в волновой зоне колебания от всех атомов решетки приходят *либо в одинаковых фазах, либо в фазах, отличающихся на $2m\pi$* (m — целые числа). Для максимумов же интенсивности в области применимости геометрической оптики это не имеет места.

При фиксированном угле α_0 условие (61.1) определяет дискретный набор углов α , удовлетворяющих этому условию. Оно выделяет в пространстве *дискретное семейство конусов*, вдоль образующих которых могут распространяться дифрагированные пучки лучей. В сечении таких конусов плоскостью фотопластинки получается *дискретное семейство эллипсов или гипербол* в зависимости от на-

правления этой плоскости. В частности, когда плоскость пластинки перпендикулярна к направлению цепочки, возникает *семейство концентрических кругов*.

3. Двумерные и трехмерные решетки могут быть *простыми* (*примитивными*) и *составными* (см. т. II, § 130). Решетка называется простой, если она построена из одинаковых атомов, причем элементарная ячейка решетки состоит из восьми атомов, расположенных в вершинах параллелепипеда. Все остальные решетки называются составными. Составная решетка состоит из нескольких простых решеток, вставленных друг в друга. Дифракционная картина, возникающая при дифракции рентгеновских волн на составной решетке, получается в результате интерференции дифракционных картин от простых решеток, из которых она состоит. Поэтому достаточно ограничиться рассмотрением дифракции на простых решетках.

Если какие-либо два атома простой решетки соединить прямой линией, то, ввиду периодичности распределения атомов в пространстве, на этой прямой окажется бесконечно много атомов, находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга. Такие прямые мы будем называть *атомными прямыми*, а плоскости, в которых располагаются атомы, — *атомными плоскостями*. Всю неограниченную решетку можно рассматривать как бесконечную двоякопериодическую систему параллельных атомных прямых или как бесконечную однократно периодическую систему параллельных атомных плоскостей. Оба эти представления не единственны, а могут быть выполнены бесконечным множеством способов. Три произвольные атомные прямые, не лежащие в одной плоскости и пересекающиеся в каком-либо атоме, можно принять за координатные оси X, Y, Z прямолинейной (вообще говоря, косоугольной) системы координат. Тогда координаты атомов простой решетки представятся выражениями

$$\begin{aligned} x_{lmn} &= la_1, & y_{lmn} &= ma_2, & z_{lmn} &= na_3 \\ (l, m, n &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \end{aligned} \quad (61.3)$$

где a_1, a_2, a_3 — постоянные, называемые *периодами решетки*. Элементарной ячейкой такой решетки является параллелепипед с ребрами a_1, a_2, a_3 , в вершинах которого находятся атомы.

Пусть на простую решетку падает параллельный пучок рентгеновских лучей, образующий углы $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ с координатными осями X, Y, Z . Чтобы волны, рассеянные всеми атомами в направлении прямой, составляющей углы α, β, γ с координатными осями, при интерференции в волновой зоне усиливали друг друга, должны выполняться условия

$$\begin{aligned} a_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= m_1 \lambda, \\ a_2 (\cos \beta - \cos \beta_0) &= m_2 \lambda, \\ a_3 (\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= m_3 \lambda \\ (m_1, m_2, m_3 &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \end{aligned} \quad (61.4)$$

называемые *условиями Лауэ*. Необходимость первого условия станет очевидной, если заметить, что оно является условием интерференционного усиления волн, рассеянных под углом α к оси X атомами каждой атомной прямой, параллельной этой оси. Аналогичный смысл имеют и остальные два условия.

Но условия (61.4) являются и достаточными для интерференционного усиления волн, рассеянных в рассматриваемом направлении всеми атомами решетки. Действительно, проведем через произвольный атом 1 атомную прямую, параллельную оси X . При выполнении первого условия (61.4) в направлении под углом α к этой прямой получится интерференционный максимум. Проведем теперь через тот же атом 1 атомную прямую, параллельную оси Y . При выполнении второго условия (61.4) все атомы этой прямой рассеивают волны в рассматриваемом направлении в той же фазе, что и атом 1. Значит, все атомы обеих атомных прямых, а с ними и все атомы, лежащие в их плоскости, будут посылать волны в том же направлении также в одинаковых фазах. Таким образом, выполнение первых двух условий (61.4) приводит к интерференционному усилению волн, рассеиваемых в рассматриваемом направлении всеми атомами любой атомной плоскости, параллельной координатной плоскости XU . Аналогично убедимся, что при выполнении еще третьего условия (61.4) будет иметь место интерференционное усиление волн, рассеянных всеми такими атомными плоскостями. Тем самым достаточность условий (61.4) доказана.

4. Дифракционная картина, возникающая на фотопластинке, поставленной на пути рентгеновских пучков, рассеянных монокристаллом в опытах типа Лауэ, называется *лауэграммой*. Об использовании условий Лауэ в области применимости геометрической оптики можно повторить все, что было сказано выше в связи с формулой (61.1). *Формулы Лауэ* (61.4) *указывают направления пучков, возникающих при дифракции на кристалле*. Физический смысл лауэграммы хорошо иллюстрируется аналогией с отражением светового пучка от многогранного зеркала. Здесь возникают отраженные пучки, распространяющиеся в различных направлениях. При падении на экран они дают систему правильно расположенных светлых пятен, аналогичную лауэграмме, возникающей при дифракции рентгеновских лучей.

Рассмотрим сначала лауэграмму от плоской двумерной кристаллической решетки. В этом случае три условия Лауэ (61.4) сводятся к двум. Если плоскость решетки принять за атомную плоскость XU , то останутся только два первых условия (61.4). Первое условие (61.4) означает, что максимумы лежат на поверхности конуса, образующего угол α с осью X , а второе — на поверхности другого конуса, образующего угол β с осью Y . Прямые, по которым пересекаются поверхности обоих конусов, указывают направления дифрагированных пучков. При пересечении таких пучков плоскостью фотоплас-

тинки возникают дискретные дифракционные точечные максимумы, расположенные вдоль эллипсов, гипербол или кругов в зависимости от направления этой плоскости. Максимумы могут и не получиться, если $\cos \alpha$ или $\cos \beta$, или обе эти величины, вычисленные по формуле (61.4), окажутся по модулю больше единицы.

Рассмотрим теперь трехмерную решетку. К двум конусам, выделяемым первыми двумя условиями (61.4), теперь добавляется еще третий конус, образующие которого составляют угол γ с осью Z . Дифрагированные пучки должны одновременно лежать на поверхности всех трех конусов. Но три конуса, вообще говоря, не пересекаются вдоль общей прямой. Отсюда следует, что при падении на монокристалл монохроматического рентгеновского луча дискретные пучки рассеянного излучения, вообще говоря, не возникают, а рассеяние происходит более или менее равномерно во все стороны. Исключение составляет только прямой луч, проходящий через кристалл без изменения направления. Но для избранных длин волн три конуса могут иметь общие образующие. Поэтому для получения лауэграмм от трехмерных решеток необходимо сплошное рентгеновское излучение, так как в таком излучении могут присутствовать такие длины волн, для которых выполняются все три условия Лауэ (61.4). Таким образом, если бы глаз обладал способностью воспринимать рентгеновские лучи и различать их цвета, то лауэграмма, наблюдаемая на экране, представлялась бы для него цветной, т. е. состоящей из пятен разного цвета.

Подтвердим полученные результаты простым вычислением. Предположим, что простая кристаллическая решетка принадлежит к ромбической системе, так что элементарная ячейка будет прямоугольным параллелепипедом. Пусть для некоторой длины волны λ условия Лауэ (61.4) выполняются. Разрешим их относительно $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$, возведем в квадрат и сложим почленно. Тогда, принимая во внимание соотношения $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$, $\cos^2 \alpha_0 + \cos^2 \beta_0 + \cos^2 \gamma_0 = 1$, после простых преобразований получим

$$\lambda = - \frac{2(m_1 \cos \alpha_0 + m_2 \cos \beta_0 + m_3 \cos \gamma_0)}{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}. \quad (61.5)$$

Только при этом условии уравнения (61.4) совместны. Оно однозначно определяет длину волны, при которой может получиться дифракционный максимум, выделяемый целыми числами m_1 , m_2 , m_3 и углами α , β , γ .

На рис. 228 приведена лауэграмма для монокристалла кварца. Закономерное расположение пятен на фотопластинке указывает на правильность расположения атомов, из которых построен кристалл.

5. Дифракцию рентгеновских лучей в кристаллах можно трактовать несколько иначе. Такая трактовка была дана английским физиком Лоуренсом Брэггом (1890—1971) и независимо от него

русским кристаллографом Ю. В. Вульфом (1863—1925). Проведем в кристалле произвольную атомную плоскость AB , достаточно густо усеянную атомами (рис. 229, a). Если на нее падает рентгеновский луч MO , то под тем же

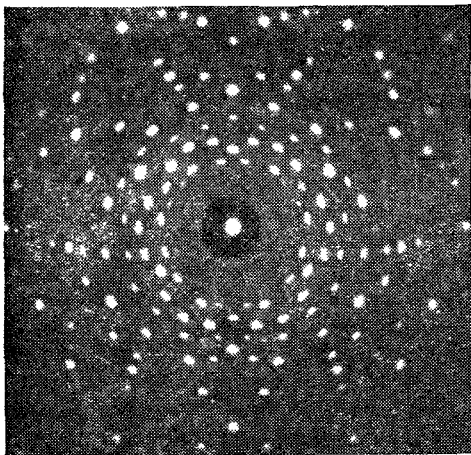


Рис. 228.

углом возникнет отраженный луч ON . В том же направлении возникнут лучи, отраженные атомными плоскостями, параллельными плоскости AB . Интенсивность луча, отраженного отдельной атомной плоскостью, слишком мала, чтобы произвести заметное действие. Последнее может возникнуть лишь в результате интерференционного усиления всех лучей, отраженных рассматриваемыми атомными плоскостями. Разность хода $PO'Q$ между лучами, отраженными соседними плоскостями, равна $2d \sin \theta$,

где d — расстояние между этими плоскостями. Для интерференционного усиления должно выполняться условие

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (61.6)$$

называемое *условием Брэгга — Вульфа* ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Каков

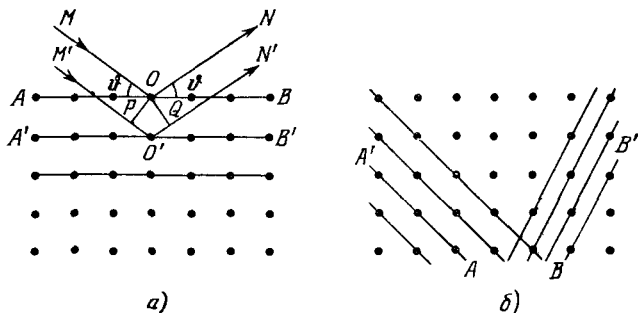


Рис. 229.

бы ни был угол скольжения θ и порядок отражения m , всегда найдутся длины волн λ , удовлетворяющие условию (61.6). Только волны с такими длинами могут отражаться от рассматриваемых атомных плоскостей.

В кристалле можно провести бесконечное множество систем параллельных атомных плоскостей в различных направлениях. Таковы, например, плоскости, параллельные атомной плоскости AA' или атомной плоскости BB' (рис. 229, б). Эффективными являются только такие плоскости, на которых атомы расположены достаточно часто. От всех этих плоскостей возможно интерференционное отражение. И дифракционную картину можно рассматривать как совокупность рентгеновских пучков, претерпевших отражения на таких атомных плоскостях.

Против последнего заключения можно, однако, выдвинуть следующее возражение. Рентгеновский пучок MO , падающий на атомную плоскость AB (рис. 229, а), дает не только отраженный пучок ON , но и боковые дифрагированные пучки, которые при определенных условиях могут усиливаться пучками того же направления, дифрагировавшими на параллельных атомных плоскостях. Такие пучки в наших рассуждениях не были учтены. Поэтому может показаться, что метод Брэгга — Вульфа дает не все возможные дифракционные пучки в дифракционной картине. Следующее простое рассуждение, устанавливающее эквивалентность условий Лауэ и условия Брэгга — Вульфа, показывает, что это не так.

6. Примем векторы a_1, a_2, a_3 , являющиеся ребрами элементарного параллелепипеда кристаллической решетки, за базисные векторы косоугольной системы координат. Тогда радиус-вектор каждого атома решетки представится выражением

$$r = xa_1 + ya_2 + za_3, \quad (61.7)$$

в котором координаты x, y, z принимают целочисленные значения. Пусть s_0 — единичный вектор, проведенный в направлении падающего луча, а s — единичный вектор, указывающий направление одного из дифрагированных пучков (рис. 230). Тогда условия Лауэ (61.4) можно записать в следующей векторной форме:

$$\begin{aligned} (s - s_0) a_1 &= m_1 \lambda, \\ (s - s_0) a_2 &= m_2 \lambda, \\ (s - s_0) a_3 &= m_3 \lambda. \end{aligned} \quad (61.8)$$

Вектор $N = s - s_0$ направлен параллельно биссектрисе угла, образованного падающим и отраженным лучами. Введя этот вектор, получим

$$(Na_1) = m_1 \lambda, \quad (Na_2) = m_2 \lambda, \quad (Na_3) = m_3 \lambda. \quad (61.9)$$

Через атом, находящийся в начале координат O , проведем плоскость, перпендикулярную к вектору N . Докажем, что она является атом-

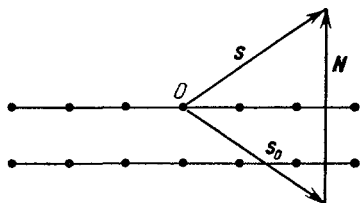


Рис. 230.

ной плоскостью. Уравнение рассматриваемой плоскости имеет вид $(Nr) = 0$. Чтобы атом с координатами (61.7) лежал в этой плоскости, необходимо и достаточно, чтобы его координаты удовлетворяли уравнению

$$(Na_1)x + (Na_2)y + (Na_3)z = 0,$$

или, ввиду соотношений (61.9), $m_1x + m_2y + m_3z = 0$. Каковы бы ни были целые числа m_1, m_2, m_3 , существует двухпараметрическое семейство целочисленных решений этого уравнения. Тем самым доказано, что плоскость $(Nr) = 0$ является атомной плоскостью.

Из доказанного следует, что для любого дифрагированного луча \mathbf{s} можно указать атомную плоскость, а следовательно, и бесконечное семейство параллельных ей атомных плоскостей, при зеркальном отражении от которых возникают лучи того же направления, что и рассматриваемый дифрагированный луч. Тем самым доказано, что условием Брэгга — Вульфа охватываются все направления, по которым могут распространяться дифрагированные рентгеновские пучки. Значит, *каждый боковой дифракционный пучок, возникший при дифракции на той или иной атомной плоскости, совпадает по направлению с пучком, зеркально отразившимся какой-то другой атомной плоскостью. Направлениями зеркально отраженных лучей исчерпываются все возможные направления на дифракционные максимумы.*

Конечно, не всякие атомные плоскости эффективно отражают и дают максимумы, действительно наблюдающиеся на опыте. Необходимо, чтобы атомные плоскости были усеяны атомами *достаточно густо*. Иначе интенсивность отраженных лучей может оказаться настолько малой, что они не проявят никакого действия на опыте:

7. В связи с изложенным уточним смысл условия Брэгга — Вульфа. Выделим какое-либо семейство параллельных атомных плоскостей и рассмотрим лучи, возникшие при зеркальном отражении от каждой из этих плоскостей в отсутствие остальных. Условие Брэгга — Вульфа вовсе не означает, что при интерференции таких лучей между собой и с падающим лучом возникнет истинная картина распределения волнового поля в кристалле. Действительно, луч, который при выводе и интерпретации условия Брэгга — Вульфа принято называть лучом, отраженным отдельной атомной плоскостью, в действительности не является таковым. Он возникает в результате сложного процесса, в котором участвуют *атомы всего кристалла*, а не только атомы рассматриваемой атомной плоскости. В частности, в формировании этого луча участвуют боковые пучки того же направления, возникающие при дифракции на других атомных плоскостях. Однако окончательная дифракционная картина будет такой, как если бы отдельные атомные плоскости только зеркально отражали рентгеновские лучи с некоторыми надлежаще выбранными эффективными коэффициентами отражения и не давали никаких боковых дифракционных пучков.

8. Изложенным по существу завершается доказательство эквивалентности методов Лауэ и Брэгга — Вульфа. Не лишено, однако, интереса показать, что из формул Лауэ без привлечения каких бы то ни было дополнительных соображений вытекает условие Брэгга — Вульфа. Вычислим прежде всего длину вектора $N = s - s_0$, нормального к плоскости, от которой происходит рассматриваемое брэгговское отражение. Угол между единичными векторами s_0 и s равен 2ϑ , т. е. удвоенному углу скольжения. Следовательно, $N^2 = 2 - 2(ss_0) = 2(1 - \cos 2\vartheta) = 4 \sin^2 \vartheta$, а потому $N = 2 \sin \vartheta$. Примем атомную плоскость, от которой происходит рассматриваемое брэгговское отражение, за координатную плоскость XU . Тогда межплоскостное расстояние d представится выражением

$$d = \left(a_s \frac{N}{N} \right) = \frac{(a_s N)}{2 \sin \vartheta}.$$

Используя последнее соотношение (61.9), получим

$$d = m_3 \lambda / (2 \sin \vartheta),$$

что совпадает с условием Брэгга — Вульфа (61.6).

9. Рассмотрим два примера на применение условия (61.6).

а) Рентгеновский спектрограф с вращающимся кристаллом (рис. 231). Рентгеновский пучок после диафрагмирования на щелях направляется на монокристалл K известной кристаллической структуры. Кристалл может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к падающему лучу, или совершать вращательные колебания вокруг этой оси. Дифрагированный пучок попадает на фотопластинку FF' или в ионизационную камеру. Таким образом, направления падающего и дифрагированного пучков, а с ними и величина угла скольжения ϑ фиксированы. Если па-

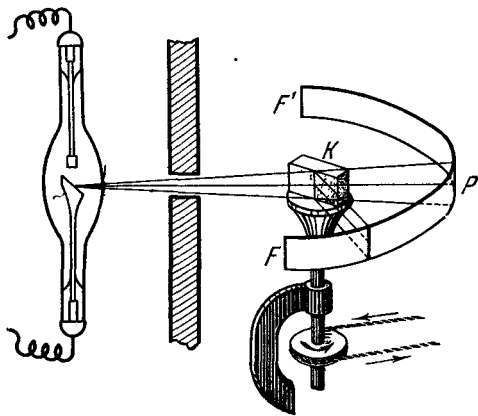


Рис. 231.

дающий пучок монохроматичен или состоит из отдельных монохроматических линий, то при произвольном положении кристалла условие Брэгга — Вульфа, вообще говоря, не будет выполняться. Однако при повороте кристалл может занять такое положение, при котором это условие выполняется. Тогда возникнет отраженный максимум, регистрируемый по почернению фотопластинки или по току

в ионизационной камере. Найдя такое положение, можно определить угол скольжения ϑ , а затем по формуле (61.6) вычислить длину волны λ .

Разумеется, такой метод дает не абсолютное значение длины волны, а только ее отношение к постоянной решетки d . Для абсолютных измерений надо знать величину d . Для нахождения d достаточно независимым способом измерить длину волны какой-либо строго определенной спектральной линии. Это можно сделать, например, с помощью обычной отражательной дифракционной решетки с известным периодом, измерив угол дифракции при скользком падении луча (см. § 46, пункт 8).

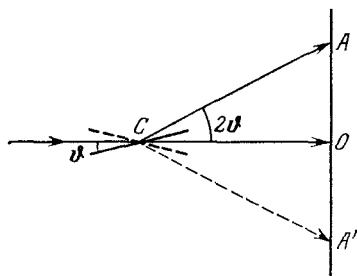


Рис. 232.

б) Метод Дебая — Шерера — Хелла. Этот метод применяется в рентгеноструктурном анализе для исследования кристаллической структуры металлов и других

кристаллических материалов в порошкообразном состоянии. Исследуемый образец (поликристалл) обычно имеет форму цилиндрика и состоит из множества мельчайших кристалликов, беспорядочно ориентированных во всевозможных направлениях. Установка аналогична приведенной на рис. 231. Однако столик, на котором помещается исследуемый образец, неподвижен. На образец направляется монохроматический рентгеновский луч с известной длиной волны λ . Дифракционная картина, называемая *дебаеграммой*, фотографируется.

Происхождение этой картины объясняется следующим образом. Среди множества беспорядочно ориентированных кристалликов найдется еще очень много кристалликов с такими ориентациями, что при заданной длине волны λ будет выполнено условие Брэгга — Вульфа. Лучи, испытавшие брэгговские отражения от таких кристалликов, образуют поверхность конуса, ось которого направлена вдоль падающего луча, а угол раствора определяется межплоскостным расстоянием d (см. рис. 232, на котором показано отражение от отдельного микрокристаллика; сам микрокристаллик изображен в виде зеркала). Так как эти расстояния образуют дискретный набор, то за образцом возникнет дискретное семейство конусов с общими вершиной и осью.

Если бы фотопластинка была установлена перпендикулярно к этой общей оси, то дебаеграмма состояла бы из концентрических кругов. Измерив радиусы этих кругов, можно определить возможные значения угла ϑ , а затем по формуле Брэгга — Вульфа вычислить соответствующие межплоскостные расстояния и воспользоваться этими данными для воспроизведения кристаллической струк-

туры образца. Чтобы получить действительно все межплоскостные расстояния, фотопластинке придают форму полоски, опоясывающей по окружности исследуемый образец. Дебаеграмма, полученная на кристаллическом порошке NaCl, приведена на рис. 233.



Рис. 233.

Нелишне подчеркнуть, что, в отличие от лауэграмм, для получения которых требуется сплошное рентгеновское излучение, дебаеграммы получаются в *монохроматическом свете*. В белом свете никаких дебаеграмм с резкими дифракционными кольцами получиться не может.

10. Остановимся в заключение на вопросе о разрешающей способности дифракционной решетки (одномерной) в рентгеновской области спектра. Формула (47.3) для разрешающей способности решетки относится к случаю, когда решетка дает френгоферову дифракционную картину. Как было выяснено выше, в рентгено-скопии реализуется противоположный случай. Фокусирующего устройства нет, а фотопластинка ставится на малых расстояниях от решетки. В таких условиях дифракционные пучки подчиняются геометрической оптике, и формулой (47.3) пользоваться нельзя.

Пусть на решетку падает пучок параллельных лучей с длиной волны λ под углом скольжения α_0 . Направление распространения дифрагированного пучка m -го порядка определится из условия $d(\cos \alpha_0 - \cos \alpha) = m\lambda$. Для такого же пучка с близкой длиной волны λ' : $d(\cos \alpha_0 - \cos \alpha') = m\lambda'$. Отсюда $d(\cos \alpha' - \cos \alpha) = m(\lambda - \lambda')$, или

$$d \sin \alpha \cdot \delta\alpha = m \delta\lambda,$$

где введены обозначения: $\delta\alpha = |\alpha' - \alpha|$, $\delta\lambda = |\lambda' - \lambda|$. Для спектрального разрешения необходимо, чтобы оба пучка пространственно разделились. Если L — расстояние до фотопластинки, измеренное вдоль направления дифрагированного луча, то боковое смещение одного пучка относительно другого равно $x = L\delta\alpha$. Условие разрешения состоит в том, чтобы это смещение было не меньше ширины дифрагированного пучка: $x \geq h$. Последняя определяется выражением $h = D \sin \alpha$, где D — длина дифракционной решетки. В результате условие разрешения примет вид

$$\frac{Lm \delta\lambda}{d \sin \alpha} \geq D \sin \alpha.$$

Минимальному разрешаемому расстоянию соответствует знак равенства. Для него получаем

$$\delta\lambda = \frac{Dd \sin^2 \alpha}{Lm}, \quad (61.10)$$

а для разрешающей способности

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{Lm\lambda}{Dd \sin^2 \alpha}. \quad (61.11)$$

Запишем эту формулу в виде

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = Nm = \frac{L\lambda}{h^2}, \quad (61.12)$$

или

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{Lm\lambda}{hd \sin \alpha}. \quad (61.13)$$

Для повышения разрешающей способности надо применять узкие пучки, а фотопластинку помещать возможно дальше. По сравнению с рэлеевской формулой формула (61.12) дает меньшее значение для разрешающей способности, поскольку она относится к области, в которой $L \ll h^2/\lambda$.