нитного) вектора в каждой точке пространства движется по эллипсу. Если эллипс вырождается в круг, то говорят, что волна *поляризована по кругу.*

Монохроматическое векторное поле всегда поляризовано, в общем случае эллиптически. Векторное поле называется монохроматическим, если все три его проекции на координатные оси совершают гармонические колебания с одной и той же частотой, т. е. представляются формулами вида

$$E_j = C_j(\boldsymbol{r}) \cos[\omega t + \delta_j(\boldsymbol{r})] \qquad (j = x,\ y,\ z). \tag{62.4}$$

Умножая эти выражения на координатные орты $\boldsymbol{e}_j$ и суммируя по всем j, запишем монохроматическое поле в векторной форме:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{r}) \cos \omega t + \boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{r}) \sin \omega t. \tag{62.5}$$

Если векторы $\boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{r})$ и $\boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{r})$ везде или в некоторых точках коллинеарны, то в таких точках вектор $\boldsymbol{E}$ параллелен этим векторам, т. е. поле $\boldsymbol{E}$ поляризовано линейно. Если же $\boldsymbol{A}_1$ и $\boldsymbol{A}_2$ не коллинеарны, то, как видно из формулы (62.5), вектор $\boldsymbol{E}$ в любой момент времени лежит в плоскости векторов $\boldsymbol{A}_1(\boldsymbol{r})$ и $\boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{r})$. Следовательно, конец вектора $\boldsymbol{E}$ описывает плоскую кривую. Чтобы найти ее форму, примем направление $\boldsymbol{A}_1$ за ось X, а перпендикулярное к нему направление, лежащее в плоскости $(\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2)$, — за ось Y. Тогда проекции E_x и E_y представятся в виде

$$E_x = a_x(\boldsymbol{r}) \cos(\omega t + \delta_x), \quad E_y = a_y(\boldsymbol{r}) \cos(\omega t + \delta_y).$$

Задача свелась к сложению двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одной и той же частоты, сдвинутых по фазе относительно друг друга. От такого сложения получается движение по эллипсу.

Свет, испускаемый реальными источниками, *всегда не поляризован* или *поляризован частично.* Это является лучшим доказательством того, что он не монохроматичен.

§ 63. Число независимых граничных условий в электромагнитной теории света

1. *Формальная теория отражения и преломления света* строится на основе *граничных условий*, которым удовлетворяют векторы электромагнитного поля на границе раздела двух сред. Она определяет величины, характеризующие отраженную и преломленную волны, но ничего не говорит о *механизме* возникновения этих волн. На последний вопрос, а также на более тонкие вопросы дает ответ *молекулярная теория.* Сначала мы изложим формальную, а затем дадим краткое представление о молекулярной теории отражения и преломления света.

Будем рассматривать все тела как сплошные среды и предположим, что на границах раздела таких сред нет (в сущности, искусственно вводимых) поверхностных зарядов и токов. Тогда на границах раздела должны быть непрерывны тангенциальные составляющие векторов $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ и нормальные составляющие векторов $\boldsymbol{D}$ и $\boldsymbol{B}$:

$$E_t^{(1)} = E_t^{(2)}, \quad H_t^{(1)} = H_t^{(2)}, \tag{63.1}$$

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)}, \quad B_n^{(1)} = B_n^{(2)}. \tag{63.2}$$

Все эти условия являются следствиями макроскопических уравнений Максвелла в интегральной форме, а потому они верны для *всяких сред,* пока последние можно рассматривать как сплошные. Условия (63.1) вытекают из уравнений

$$\begin{gathered}\oint \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l} = -\frac{1}{c}\int \dot{\boldsymbol{B}}\,d\boldsymbol{F},\\ \int \boldsymbol{H}\,d\boldsymbol{l} = \frac{1}{c}\int \dot{\boldsymbol{D}}\,d\boldsymbol{F} + \frac{4\pi}{c}\mathscr{I},\end{gathered} \tag{63.3}$$

а условия (63.2) — из уравнений

$$\oint \boldsymbol{D}\,d\boldsymbol{F} = 0, \quad \oint \boldsymbol{B}\,d\boldsymbol{F} = 0 \tag{63.4}$$

(см. т. III, § 82).

2. Уравнения (63.1) и (63.2) не совсем независимы. Для исследования этого вопроса построим бесконечно короткий цилиндр, образующие которого перпендикулярны к границе раздела, а основания F_1 и F_2 лежат по разные стороны от нее (рис. 237). На основании теоремы о циркуляции вектора $\boldsymbol{H}$ получим

$$\oint_{L_1} H_t^{(1)}\,dl = \frac{1}{c}\int \dot{D}_n^{(1)}\,dF_1,$$

$$\oint_{L_2} H_t^{(2)}\,dl = \frac{1}{c}\int \dot{D}_n^{(2)}\,dF_2.$$

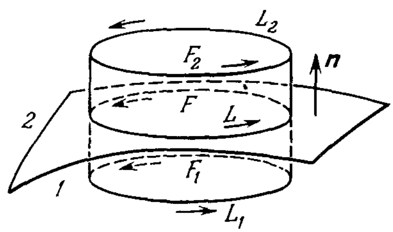

Рис. 237.

В пределе, когда высота цилиндра обратится в нуль, контуры L_1 и L_2 сольются в общий контур L, а основания F_1 и F_2 — в общую площадку F, ограниченную контуром L. При этом, ввиду непрерывности тангенциальных составляющих вектора $\boldsymbol{H}$, контурные интегралы совпадут между собой, а потому

$$\int_F \dot{D}_n^{(1)}\,dF = \int_F \dot{D}_n^{(2)}\,dF.$$

Аналогично,

$$\int_F \dot{B}_n^{(1)}\,dF = \int_F \dot{B}_n^{(2)}\,dF.$$

Отсюда, ввиду произвольности области интегрирования,

$$\dot{D}_n^{(1)} = \dot{D}_n^{(2)}, \quad \dot{B}_n^{(1)} = \dot{B}_n^{(2)}. \tag{63.5}$$

Таким образом, граничные условия (63.5), как видно из их вывода, являются следствиями граничных условий (63.1) и уравнений Максвелла для циркуляций векторов E и H. В случае монохроматического поля $\dot{D} = i\omega D$, $\dot{B} = i\omega B$, так что условия (63.5) переходят в (63.2). Отсюда следует, что для монохроматических полей граничные условия (63.2) выполняются автоматически, если только выполняются условия (63.1). Поэтому в дальнейшем можно пользоваться только условиями (63.1), не заботясь о выполнении условий (63.2).

Если условия (63.1) записать в координатной форме, то получатся четыре уравнения, так как каждый из векторов E или H можно разложить на две тангенциальные и одну нормальную составляющие. Таким образом, электродинамика приводит к *четырем независимым граничным условиям.*

В старых теориях упругого эфира число независимых граничных условий было *шесть*: равенство трех составляющих смещений и трех составляющих сил упругих напряжений по обе стороны границы раздела. Чтобы удовлетворить этим шести граничным условиям, вообще говоря, необходимо, чтобы кроме поперечных волн существовали также и *продольные*. Но опыт говорил против существования продольных волн. Возникшую трудность теория пыталась устранить, наделяя эфир такими свойствами, чтобы продольные волны в нем никогда не возникали (несжимаемый или бесконечно сжимаемый эфир). Однако удовлетворительного решения проблемы таким путем получено не было. Электромагнитная теория не знает этой трудности, поскольку число независимых граничных условий в ней равно четырем. Им можно удовлетворить с помощью двух поперечных составляющих отраженной и двух поперечных составляющих преломленной волн.

§ 64. Геометрические законы отражения и преломления волн

1. Необходимость отражения и преломления света на границе раздела двух сред следует уже из граничных условий. Действительно, как будет видно из дальнейшего, граничные условия могут быть удовлетворены, вообще говоря, лишь при наличии отраженной и преломленной волн. Будем обозначать падающую волну значком e (entfallende), отраженную — значком r (reflektierte), проходящую — значком d (durchgehende).

Пусть на плоскую неподвижную границу раздела падает плоская монохроматическая волна

$$E^{(e)} = \vec{\mathscr{E}} e^{i(\omega t - k_1 r)}. \tag{64.1}$$