

для радиоволн при их отражении от поверхности воды ($n = \sqrt{\epsilon_0} = 9$).

Многочисленные измерения коэффициентов отражения при различных углах падения и при различных поляризациях падающей волны, предпринимавшиеся с целью проверки формул Френеля, находятся в очень хорошем согласии с этими формулами как в случае видимого света, так и в случае радиоволн. Исключение составляет случай отражения под углом Брюстера и в его ближайшей окрестности, где наблюдаются незначительные отступления от формул Френеля (см. § 70).

4. Формулы Френеля мы вывели в предположении, что свет *монохроматический*. Однако в случае обыкновенного отражений в эти формулы не входит длина волны, а отражение не сопровождается изменением фазы. Поэтому в случае недиспергирующих сред и обыкновенного отражения формулы Френеля справедливы и для *немонохроматических волн*. Надо только под \mathcal{E}_\perp , R_\perp , D_\perp и т. д. понимать соответствующие компоненты напряженностей электрического поля падающей, отраженной и прошедшей волн *на границе раздела*. Это непосредственно следует из теоремы Фурье и принципа суперпозиции.

§ 66. Полное отражение

1. В этом случае $\cos \psi$ — чисто мнимая величина. Формулы Френеля удобно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{R_\perp}{\mathcal{E}_\perp} &= \frac{\cos \varphi + i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}, & \frac{D_\perp}{\mathcal{E}_\perp} &= \frac{2 \cos \varphi}{\cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}, \\ \frac{R_\parallel}{\mathcal{E}_\parallel} &= \frac{n^2 \cos \varphi + i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n^2 \cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}, & \frac{D_\parallel}{\mathcal{E}_\parallel} &= \frac{2n \cos \varphi}{n^2 \cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}. \end{aligned} \quad (66.1)$$

Из них видно, что $|R_\perp| = |\mathcal{E}_\perp|$ и $|R_\parallel| = |\mathcal{E}_\parallel|$, т. е. отражение действительно является «полным». В то же время неоднородная волна во второй среде, вообще говоря, не исчезает. Например, если $\varphi = \varphi_0 = \arcsin n$, то $D_\perp = 2\mathcal{E}_\perp$. Здесь нет нарушения закона сохранения энергии. Дело в том, что формулы Френеля относятся к *монохроматическому полю*, т. е. к некоторому *установившемуся процессу*. А в этом случае закон сохранения энергии требует только, чтобы количество энергии во второй среде менялось во времени *периодически*. Иными словами, *среднее за период изменение энергии во второй среде должно быть равно нулю*. Что это условие действительно выполняется, показывает следующее простое вычисление.

Вычислим усредненную по времени нормальную составляющую вектора Пойнтинга во второй среде. Пусть электрический вектор

лежит в плоскости падения. Тогда

$$\bar{S}_z = \frac{c}{16\pi} E_x^* H_y + \text{компл. сопр.}$$

Поле во второй среде определяется формулами (65.5). Так как $\cos \psi$ — величина чисто мнимая, то из них видно, что между электрическим и магнитным полями существует сдвиг фаз в 90° . При этом величина $E_x^* H_y$ также чисто мнимая, а потому $\bar{S}_z = 0$. То же справедливо и в случае, когда электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения. Этим наше утверждение доказано.

Вычисление остальных компонент усредненного вектора Пойнтинга дает

$$\bar{S}_x = \frac{cn_1}{8\pi} (|D_\perp|^2 + |D_\parallel|^2) \sin \varphi e^{-z/h}, \quad \bar{S}_y = 0, \quad (66.2)$$

где h — глубина проникновения, определяемая выражением (64.13). Таким образом, во второй среде действительно имеется энергия, средний запас которой со временем не изменяется, а средний поток параллелен оси X . Существование такой энергии при установившемся режиме, очевидно, не противоречит полному отражению падающей волны.

Чтобы ответить на вопрос, как появилась энергия во второй среде, надо было бы исследовать *процесс установления колебаний*. Можно, например, рассмотреть квазимонохроматическую волну с передовым фронтом, перед которым нет никакого волнового возмущения. Пока фронт волны не достиг границы раздела, во второй среде нет поля. Как только волна дойдет до границы раздела, она сначала будет почти целиком проникать во вторую среду и лишь частично отражаться. По мере установления колебаний коэффициент отражения будет быстро нарастать и стремиться к своему предельному значению — единице. Полное отражение имеет место лишь для установившегося режима. Пока процесс не установился, отражение *всегда частичное*.

2. Пусть две одинаковые среды разделены тонким воздушным промежутком, на который падает волна под углом, большим предельного. Можно ожидать (см. § 67), что она проникнет в воздушный зазор в виде неоднородной волны. При достаточно малой толщине зазора неоднородная волна достигнет его второй границы еще не очень сильно ослабленной. Вступив из воздушного зазора во вторую среду, волна снова превратится в однородную и может быть обнаружена обычными средствами. Опыт такого рода был выполнен еще Ньютоном и рассматривался как экспериментальное доказательство проникновения света в оптически менее плотную среду при полном отражении. (Строго говоря, здесь нет полного отражения: оно возмущено наличием второй среды.) Ньютон *прижимал к гипотенузной грани прямоугольной призмы другую призму,*

сошлифованную сферически (рис. 242). Оказалось, что свет проходит во вторую призму не только в месте соприкосновения (оптический контакт), но и в небольшом кольце вокруг него — там, где толщина воздушного промежутка сравнима с длиной волны. При наблюдении в белом свете внешний край кольца имел красноватую окраску. Этого и следовало ожидать, так как глубина проникновения пропорциональна длине волны: для красных лучей она больше, чем для синих.

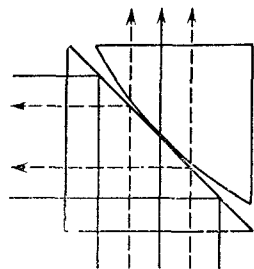


Рис. 242.

Меняя толщину воздушного зазора, можно изменять интенсивность проходящего света. На этом основано устройство *светового телефона*, запатентованного фирмой Цейсс. Роль одной из сред играет прозрачная мембрана, колеблющаяся под действием падающего на нее звука. Свет, прошедший через зазор, меняет интенсивность в такт с изменениями силы звука. Падая на фотоэлемент, он возбуждает переменный ток, сила которого изменяется также в соответствии с изменениями силы звука. Этот ток усиливается и используется в дальнейшем.

Явления прохождения волн через тонкие зазоры, аналогичные описанному, не специфичны для оптики. Они имеют место для волн *любой природы* и могут происходить, когда фазовая скорость в зазоре превосходит фазовую скорость в окружающих средах. Легче всего они реализуются для длинных волн (радиотехника, акустика). Особо важное значение эти явления приобрели в ядерной и атомной физике, а также в теории твердого тела. Об этом будет говориться в пятом томе нашего курса.

3. При обыкновенном отражении оба отношения $R_{\perp}/\mathcal{E}_{\perp}$ и $R_{\parallel}/\mathcal{E}_{\parallel}$ всегда вещественны. При полном отражении они, вообще говоря, *комплексны*. Это значит, что при полном отражении *фаза волны испытывает скачок*, и притом, как правило, отличный от нуля или π . Пусть волна поляризована перпендикулярно к плоскости падения. Можно написать

$$\cos \varphi + i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} = A e^{i\delta_{\perp}/2},$$

где A и δ_{\perp} — величины вещественные. Тогда

$$\cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2} = A e^{-i\delta_{\perp}/2}, \quad \frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} = e^{i\delta_{\perp}}.$$

Отсюда видно, что δ_{\perp} и есть интересующий нас скачок фазы. Приравнявая вещественные и мнимые части, получим

$$A \cos \frac{\delta_{\perp}}{2} = \cos \varphi, \quad A \sin \frac{\delta_{\perp}}{2} = \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\cos \varphi}. \quad (66.3)$$

Аналогично, для волны, поляризованной в плоскости падения,

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\parallel}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{n^2 \cos \varphi}. \quad (66.4)$$

Скачки фаз δ_{\perp} и δ_{\parallel} не одинаковы. Если падающая волна поляризована линейно, то в отраженной волне между \mathbf{E}_{\parallel} и \mathbf{E}_{\perp} возникнет определенная разность фаз. Поэтому *отраженная волна будет, вообще говоря, поляризована эллиптически*. Допустим, что между \mathbf{E}_{\parallel} и \mathbf{E}_{\perp} в падающей волне нет разности фаз. Тогда разность фаз между ними в отраженной волне будет $\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp}$. С помощью формул (66.3) и (66.4) найдем

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin^2 \varphi}. \quad (66.5)$$

Отсюда видно, что $\operatorname{tg} (\delta/2) > 0$, т. е. δ лежит в пределах от нуля до π . Значит, колебание \mathbf{E}_{\parallel} опережает по фазе колебание \mathbf{E}_{\perp} , и эллиптическая поляризация отраженного света будет *левой*. Наоборот, если разность фаз между такими же колебаниями в падающей волне равна π , то эллиптическая поляризация отраженной волны будет *правой*.

Величина δ обращается в нуль при $\varphi = \varphi_0$ и $\varphi = \pi/2$. Между этими пределами она должна достигать максимума. Максимум достигается при $\cos \varphi = \sqrt{(1-n^2)/(1+n^2)}$, максимальная разность фаз δ_m определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_m}{2} = \frac{1-n^2}{2n}. \quad (66.6)$$

Для получения круговой поляризации отраженного света необходимо выполнение двух условий: 1) $\mathcal{E}_{\parallel} = \pm \mathcal{E}_{\perp}$, 2) $\delta = \pi/2$ (см. § 62, пункт 4). Чтобы получить $\delta_m = \pi/2$, нужен показатель преломления, удовлетворяющий уравнению $1 = (1-n^2)/2n$. Отсюда $n = \sqrt{2} - 1 = 0,414$. Показатель преломления оптически более плотной среды относительно менее плотной будет $n' = 1/n = 2,41$. Если n' не меньше этого значения, то при однократном отражении можно получить разность фаз $\delta = 90^\circ$. В этом случае при $\mathcal{E}_{\perp} = \mathcal{E}_{\parallel}$ поляризация отраженного света будет *круговая* и притом левая. В видимой области спектра такой большой показатель преломления имеет только алмаз ($n' = 2,42$). Для всех прочих сред $n' < 2,41$. Поэтому для видимого света получить разность фаз $\delta = 90^\circ$ при однократном отражении невозможно. Но это возможно для коротких радиоволн. Для воды, например, $n' = \sqrt{\epsilon_0} = 9$, $n = 1/9$;

круговая поляризация, согласно (66.6), должна получиться при $\varphi = 6^\circ 29'$ и $\varphi = 44^\circ 38'$. Опыт подтвердил это предсказание.

Для стекла ($n' = 1,51$) максимальная разность фаз достигается при $\varphi = 51^\circ 20'$ и составляет $45^\circ 36'$. Разность фаз δ в точности равна 45° при $\varphi = 48^\circ 37'$ и при $\varphi = 54^\circ 37'$. Если применить двукратное отражение под одним из этих углов, то возникнет относительная разность фаз 90° . Этим воспользовался Френель для получения

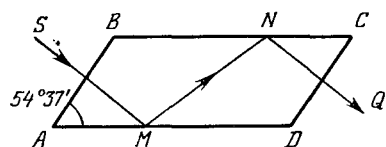


Рис. 243.

круговой поляризации. Он изготовил стеклянный параллелепипед с углом $A = 54^\circ 37'$ (рис. 243). Луч SM , падающий перпендикулярно на грань AB , претерпевает двукратное полное отражение на гранях AD и BC , после чего выходит из параллелепипеда в направлении NQ .

При каждом из отражений колебание E_{\parallel} опережает по фазе колебание E_{\perp} на 45° . Если падающий свет поляризован линейно и $\mathcal{E}_{\parallel} = \mathcal{E}_{\perp}$, то выходящий свет будет поляризован по левому кругу. Если его заставить вторично пройти через параллелепипед Френеля, то он снова превратится в линейно поляризованный, но плоскость поляризации повернется на 90° относительно своего исходного положения.

4. Возникновение скачка фазы при полном отражении можно понять, не обращаясь к формулам Френеля. Допустим ради определенности, что электрический вектор лежит в плоскости падения. Если угол падения строго равен предельному углу полного отражения φ_0 , то волна во второй среде будет еще однородной. Она должна распространяться параллельно границе раздела. Так как однородные волны поперечны, то отсюда следует, что электрический вектор во второй, а следовательно, в силу граничных условий, и в первой среде нормален к границе раздела. При том выборе положительного направления электрического поля, которого мы придерживаемся (рис. 244), это означает, что фазы падающей и отраженной волн на границе раздела совпадают.

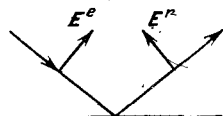


Рис. 244.

Напротив, при $\varphi = 90^\circ$ полное отражение сопровождается изменением фазы на 180° . В этом случае падающая и отраженная волны распространяются в одном и том же направлении — параллельно границе раздела. Граничные условия будут удовлетворены, если положить $R_{\parallel} = -\mathcal{E}_{\parallel}$. Падающая и отраженная волны гасят друг друга, в результате чего как в первой, так и во второй средах не будет никакого светового поля, и граничные условия выполняются тривиально. Но равенство $R_{\parallel} = -\mathcal{E}_{\parallel}$ означает, что при отражении появляется скачок фазы в 180° .

Следует заметить, что говорить об отражении света, когда угол падения точно равен 90° , не имеет смысла. Приведенное рассуждение показывает только, к какому пределу стремится амплитуда $R_{||}$, когда угол падения приближается к 90° . Если отражение полное, то в первой среде образуются стоячие волны с узловыми плоскостями, параллельными границе раздела. По мере приближения угла падения к 90° расстояние между узловыми плоскостями увеличивается и стремится к бесконечности. При этом ближайшая узловая плоскость в пределе сливается с границей раздела. Одновременно исчезает поле во второй (оптически менее плотной) среде.

Итак, при $\varphi = \varphi_0$ скачок фазы при отражении равен нулю, а при $\varphi = 90^\circ$ он составляет 180° . При этом во всем интервале изменения угла φ от φ_0 до 90° отражение должно оставаться полным (§ 64). Изобразим колебание электрического поля в отраженной волне на векторной диаграмме. При $\varphi = \varphi_0$ амплитуда изобразится вектором $A(\varphi_0)$ (рис. 245), а само колебание — его проекцией на ось X (если заставить вектор $A(\varphi_0)$ равномерно вращаться вокруг O с угловой скоростью ω). При $\varphi = \pi/2$ амплитуда изобразится вектором $A(\pi/2)$, равным вектору $A(\varphi_0)$, но противоположно направленным. Для промежуточного угла падения φ амплитуду, представляющую колебание, обозначим через $A(\varphi)$. При возрастании φ от φ_0 до $\pi/2$ длина вектора $A(\varphi)$ не может изменяться, так как отражение полное. С другой стороны, вектор $A(\varphi)$, изменяясь непрерывно, должен из исходного положения $A(\varphi_0)$ перейти в конечное положение $A(\pi/2)$. Это можно осуществить *только поворотом его вокруг точки O* . Значит, если угол падения φ лежит между φ_0 и 90° , то вектор $A(\varphi)$ должен быть наклонен к оси X . Угол наклона $\delta_{||}$ и есть скачок фазы при отражении.

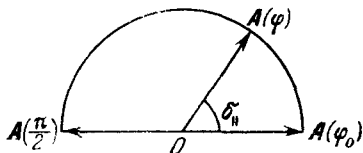


Рис. 245.

5. Относительно перехода частичного отражения в полное сделаем следующее замечание. В области частичного отражения коэффициенты отражения ρ_{\perp} и $\rho_{||}$ меняются непрерывно и при $\varphi \rightarrow \varphi_0$ приближаются к единице. При $\varphi = \varphi_0$ они не испытывают разрыва. Однако их производные по φ претерпевают в этом месте разрыв. Вычислим производные по φ от коэффициентов Френеля $r_{\perp} = R_{\perp}/E_{\perp}$ и $r_{||} = R_{||}/E_{||}$ в окрестности угла φ_0 в предположении, что $\varphi < \varphi_0$. Простое вычисление дает

$$\frac{dr_{\perp}}{d\varphi} = \frac{2}{\cos \psi}, \quad \frac{dr_{||}}{d\varphi} = \frac{2}{n^2 \cos \psi}. \quad (66.7)$$

При $\varphi = \varphi_0$ $\cos \psi = 0$, и обе производные обращаются в бесконечность. Обращаются в бесконечность также $dr_{\perp}/d\varphi$ и $dr_{||}/d\varphi$.

($\rho_{\perp} = r_{\perp}^2$, $\rho_{\parallel} = r_{\parallel}^2$). Поэтому вблизи предельного угла φ_0 коэффициенты частичного отражения ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} должны очень резко меняться с изменением угла падения. Этим объясняется происхождение *резкой границы* между областями частичного и полного отражений, которая бывает видна в рефрактометрах, основанных на полном отражении света.

§ 67. Прохождение света через плоскопараллельную пластинку. Просветление оптики

1. Допустим, что на поверхность отражающего тела нанесена пленка толщины l с показателем преломления n (рис. 246). Показатель преломления первой среды обозначим через n_1 , а второй — через n_2 . Пусть все показатели преломления n_1 , n_2 и n постоянны (т. е. среды однородны), а падающая волна поляризована либо в плоскости падения, либо перпендикулярно к ней. Падающая волна

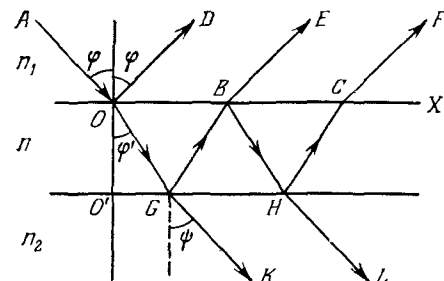


Рис. 246.

Пока-
затель преломления первой среды обозначим через n_1 , а второй —
через n_2 . Пусть все показате-
ли преломления n_1 , n_2 и n
постоянны (т. е. среды одно-
родны), а падающая волна
поляризована либо в плоско-
сти падения, либо перпенди-
кулярно к ней. Падающая волна

$$E^{(e)} = \mathcal{E} e^{i(\omega t - k_1 r)} \quad (67.1)$$

(начало координат в O) пре-
терпевает многократные отра-
жения на границах пленки.

В результате интерференции в первой среде возникает отражен-
ная волна

$$E^{(r)} = R e^{i(\omega t - k_1' r)}. \quad (67.2)$$

Поле внутри пленки будет состоять из двух плоских волн:

$$E = A e^{i(\omega t - k r)}, \quad E' = A' e^{i(\omega t - k' r)}. \quad (67.3)$$

Наконец, во второй среде возникнет преломленная волна

$$E^{(d)} = D e^{i(\omega t - k_2 r)}. \quad (67.4)$$

Ввиду граничных условий, тангенциальные компоненты всех волновых векторов должны быть одинаковы. Этим однозначно определяются направления всех волн (см. § 64). Для определения неизвестных амплитуд R , A , A' , D электромагнитная теория дает четыре независимых граничных условия (два на верхней поверхности пленки и два на нижней), из которых эти неизвестные могут быть найдены.

Однако мы предпочитаем решить задачу более коротким спосо-
бом. На верхней границе сходятся четыре волны (рис. 247), из
которых две входящие, а две другие — уходящие. При написа-