где $\rho_{\parallel}$ и $\rho_{\perp}$ — коэффициенты отражения волн, поляризованных в плоскости падения и перпендикулярно к ней, для одной отражающей поверхности:

$$\rho_{\perp}=\left(\frac{\cos\varphi-n\cos\psi}{\cos\varphi+n\cos\psi}\right)^2,\quad \rho_{\parallel}=\left(\frac{n\cos\varphi-\cos\psi}{n\cos\varphi+\cos\psi}\right)^2.$$

19. Падающий свет поляризован линейно с азимутом колебаний, равным $+45°$ [1]). Можно ли путем однократного отражения превратить его в свет, поляризованный по правому кругу?

Ответ. Нельзя.

20. Какой должен быть минимальный показатель преломления параллелепипеда Френеля, чтобы при азимуте колебаний падающего света в $+45°$ выходящий свет был поляризован по правому кругу?

Ответ. $n=\dfrac{1+\sin(3\pi/8)}{\cos(3\pi/8)}=5{,}028$. В оптическом диапазоне спектра этот случай осуществить нельзя. Его можно было бы осуществить с более длинными электромагнитными волнами.

21. Линейно поляризованная электромагнитная волна с азимутом колебаний, равным $+135°$, отражается на границе вода — воздух. Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon=81$. Под каким углом должна падать эта волна, чтобы отраженная волна получилась поляризованной по кругу? Какая при этом будет поляризация: правая или левая?

Ответ. $6°29'$ или $44°38'$. Правая.

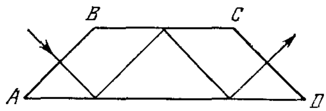

Рис. 249.

22. Линейно поляризованный луч с азимутом колебаний $+135°$ падает перпендикулярно на грань AB стеклянной призмы $ABCD$ (рис. 249) и, испытав три раза полное отражение, выходит из нее. Каков должен быть преломляющий угол A призмы, чтобы вышедший свет был поляризован по кругу, если показатель преломления стекла призмы равен 1,52? Какая получится поляризация вышедшего света: правая или левая?

Ответ. $69°21'$ или $42°46'$. Правая.

23. Каким должен быть минимальный показатель преломления призмы, описанной в предыдущей задаче, чтобы при азимуте колебаний падающего света, равном $+45°$, выходящий свет был поляризован по правому кругу? Какой при этом должен быть угол A?

Ответ. $n=1/(\sqrt{2}-1)=2{,}4143$; $A=35°34'$.

24. С помощью векторной диаграммы показать, что скачок фазы при полном отражении превосходит вдвое скачок фазы, испытываемый преломленной (поверхностной) волной.

§ 68. Распространение света в среде с точки зрения молекулярной оптики

1. С точки зрения атомистических представлений всякую среду следует рассматривать как вакуум, в который вкраплены атомы вещества. (Молекулы можно рассматривать тоже как атомы.) Под действием падающей волны, а также излучений соседних атомов внутри каждого атома возбуждаются колебания электронов и атомных ядер. Вследствие этого атомы становятся источниками

[1]) Азимут колебаний падающей волны может изменяться от $-\pi/2$ до $+\pi/2$. Он считается положительным, если $\mathscr{E}_{\parallel}/\mathscr{E}_{\perp}>0$, и считается отрицательным, если $\mathscr{E}_{\parallel}/\mathscr{E}_{\perp}<0$.

вторичных сферических волн, распространяющихся между этими частицами *со скоростью света в вакууме c*. Эти волны когерентны, поскольку они возбуждаются одной и той же падающей волной. Их интерференция между собой и с падающей волной определяет волновое поле во всем пространстве. В частности, отраженная волна возникает в результате интерференции вторичных волн, вышедших из среды в вакуум, с которым она граничит.

Почему же в среде свет распространяется с иной скоростью, чем в вакууме? Вопрос этот надо уточнить, указав, о какой скорости идет речь. В теории отражения и преломления света основной интерес представляет *фазовая скорость*, поскольку она определяет показатель преломления среды, а следовательно, и законы отражения и преломления волн на границе раздела сред. Отличие фазовой скорости света в среде от скорости света в вакууме вкратце объясняется тем, что в каждую точку пространства вторичные волны приходят не только от атомов, расположенных вдоль луча, проходящего через рассматриваемую точку, но и от множества других атомов, расположенных в стороне от него.

Более подробное рассмотрение приводится ниже для точечных атомов. В поле световой волны атомы приобретают меняющиеся во времени дипольные моменты и излучают как точечные диполи Герца. Для наших целей достаточно знать поле излучения такого диполя *в волновой зоне*. Оно определяется только составляющей дипольного момента $\boldsymbol{p}_\perp$, перпендикулярной к направлению излучения. Параллельная составляющая $\boldsymbol{p}_\parallel$ в волновой зоне на излучение диполя Герца не влияет.

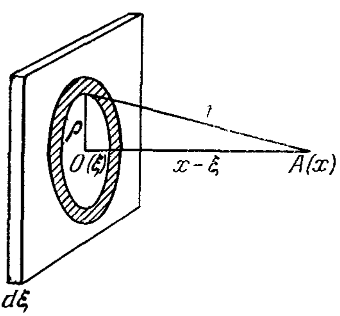

Рис. 250.

2. Допустим, что в вакууме вдоль оси X распространяется плоская монохроматическая волна $E_0 e^{i(\omega t - k_0 x)}$, на пути которой перпендикулярно к оси X поставлен бесконечно тонкий плоскопараллельный слой толщины $d\xi$, состоящий из точечных неподвижных атомов, равномерно распределенных по объему слоя (рис. 250). Следуя Рэлею, выясним влияние такого слоя на фазу колебаний в какой-то удаленной точке A (x), расположенной впереди слоя. Дипольные моменты атомов слоя, возбужденные падающей волной, можно представить в виде $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_0 e^{i(\omega t - k_0 \xi)}$, где ξ — абсцисса слоя. Предположим, что точка A расположена в волновой зоне ближайшего, а следовательно, и всех остальных диполей слоя. Тогда электрическое поле каждого диполя в точке A будет

$$\frac{k_0^2}{r}\boldsymbol{p}_{0\perp} e^{i(\omega t - k_0\xi - k_0 r)}, \tag{68.1}$$

где r — расстояние от диполя (см. т. III, § 141). Такие выражения надо просуммировать по всем диполям слоя. Применим для этого метод кольцевых зон Френеля. Из теории таких зон известно, что результирующая напряженность $d\boldsymbol{E}_1$ всех диполей слоя в точке A будет равна половине напряженности поля, возбуждаемого в той же точке диполями одной только центральной зоны. Таким образом, для нахождения dE_1 надо просуммировать выражение (68.1) по всем диполям центральной зоны и результат разделить на два. Вторичные волны, исходящие от края центральной зоны, отстают по фазе на π от волны, исходящей из ее центра O, а следовательно, и от падающей волны. Отставание по фазе вторичных волн, исходящих от остальных точек той же зоны, будет промежуточным. Таким образом, возникнет замедление скорости распространения фазы волны в результате прохождения ее через слой вещества.

Для фактического выполнения расчета заменим суммирование интегрированием. Возьмем кольцо с внутренним радиусом ρ и наружным $\rho + d\rho$, заштрихованное на рис. 250. В элементарном объеме $dV = 2\pi\rho\, d\rho\, d\xi$ находится $N\, dV$ диполей (N — число диполей в единице объема). Для возможности аппроксимации сумм интегралами и применимости метода зон Френеля предположим, что число $N\, dV$ еще достаточно велико. На это число надо умножить выражение (68.1), проинтегрировать по центральной зоне и результат разделить на два. Из соотношения $\rho^2 = r^2 - (x - \xi)^2$ при постоянном ξ получаем $\rho\, d\rho = r\, dr$ и вводим в качестве переменной интегрирования расстояние r. В пределах центральной зоны величину $\boldsymbol{p}_{0\perp}$ можно считать постоянной и равной $\boldsymbol{p}_0$. Тогда интегрирование сведется к

$$\int\limits_{x-\xi}^{x-\xi+\lambda/2} e^{-ik_0 r}\, dr = -\frac{2}{k_0}\, i,$$

а после введения коэффициента перед интегралом получится

$$d\boldsymbol{E}_1 = -i2\pi k_0 N \boldsymbol{p}_0\, d\xi\, e^{i(\omega t - k_0 x)}.$$

Интегрированием по остальным зонам убеждаемся, что из-за убывания $\boldsymbol{p}_{0\perp}$ их действия медленно убывают с возрастанием номера зоны n и при $n \to \infty$ стремятся к нулю. Это может служить обоснованием применимости метода зон Френеля к рассматриваемому случаю.

Добавив $d\boldsymbol{E}_1$ к падающей волне, найдем полное поле в точке A:

$$\boldsymbol{E} = (\boldsymbol{E}_0 - i2\pi k_0 N \boldsymbol{p}_0 d\xi)\, e^{i(\omega t - k_0 x)} = \boldsymbol{E}_0 e^{i(\omega t - k_0 x - d\Phi)},$$

где введено обозначение

$$d\Phi = \frac{2\pi k_0 N p_0}{E_0}\, d\xi.$$

Таким образом, наличие слоя вносит дополнительное отставание по фазе $d\Phi$. Если толщина слоя l конечна, то отставание по фазе будет равно

$$\Phi = \frac{2\pi k_0 N p_0}{E_0} l. \qquad (68.2)$$

В этой формуле содержится *принципиальное объяснение* замедления фазовой скорости световой волны при ее распространении в веществе.

Для завершения расчета надо было бы найти связь между амплитудами $\boldsymbol{p}_0$ и $\boldsymbol{E}_0$. В общем случае это весьма сложная задача, так как дипольный момент атома $\boldsymbol{p}$ определяется не средним макроскопическим полем $\boldsymbol{E}$, а *микроскопическим полем, действующим на атомы среды*. Только для не очень плотных газов (когда $n - 1 \ll 1$) оба поля практически совпадают. Тогда $\boldsymbol{p}_0 = \beta \boldsymbol{E}_0$, где β — поляризуемость атома, связанная с диэлектрической проницаемостью ε и показателем преломления n соотношением

$$\varepsilon = n^2 = 1 + 4\pi N\beta = 1 + 4\pi N p_0/E_0.$$

Используя это соотношение, из (68.2) найдем

$$\Phi = \frac{n^2 - 1}{2} k_0 l \approx (n-1) k_0 l,$$

что совпадает с результатом феноменологического рассмотрения.

3. В феноменологической теории показатель преломления вводится с помощью *макроскопических уравнений Максвелла*. Последние предполагают, что в каждом элементарном объеме, линейные размеры которого малы по сравнению с длиной волны, содержится еще *очень много атомов*. Молекулярное рассмотрение, приведенное выше, показывает, что *это условие не обязательно*. Показатель преломления можно определить *через сдвиг фазы*, который вносит вещество, стоящее на пути световой волны. Такой сдвиг был вычислен выше в предположении, что велико число атомов во всяком элементе объема порядка $dV = 2\pi\rho\, d\rho\, d\xi$. А этому условию можно удовлетворить для сколь угодно разреженной среды, если только точку наблюдения A отодвинуть от слоя $d\xi$ достаточно далеко. Так, можно говорить о *показателе преломления рентгеновских лучей*, хотя макроскопические уравнения Максвелла на них не распространяются. Не лишено смысла говорить о *показателе преломления межпланетного и межзвездного пространства*, хотя плотность вещества в нем и ничтожна (не превышает примерно одного атома в кубическом сантиметре).

4. Если бы точку наблюдения A поместить перед слоем, то наше вычисление привело бы к волне, распространяющейся в противоположном направлении, т. е. к *отраженной волне*. Если средние межатомные расстояния меньше длины волны и атомы распределены в пространстве равномерно, то не возникнет никаких волн помимо прошедшей прямо и отраженной.

Не так будет, когда межатомные расстояния *больше длины волны*. Если атомы в среде распределены регулярно, например находятся в узлах кристаллической решетки, то вторичные волны, излучаемые атомами, когерентны, и будут складываться напряженности волновых полей. Условия интерференционного усиления вторичных волн могут выполняться не только в направлениях падающего и отраженного света, но и для некоторых других направлений. Возникнет дискретный ряд плоских волн, распространяющихся в различных направлениях (*интерференционное рассеяние*). Такой случай реализуется при дифракции коротких рентгеновских волн на кристаллической решетке. Если же атомы среды распределены в пространстве хаотически, то вторичные волны при рассмотрении бокового рассеяния ведут себя как некогерентные: складываются их интенсивности.

5. До сих пор не учитывалось *тепловое движение атомов*. Объясним теперь, как при наличии такового в среде может распространяться регулярная волна и как может возникнуть правильное отражение от зеркальных поверхностей твердых и жидких тел.

Рассмотрим сначала газы. Между столкновениями атомы газа движутся прямолинейно и равномерно. Из-за эффекта Допплера атомы, движущиеся с различными скоростями, излучают свет с различными частотами. Казалось бы, что никакой интерференции при таких условиях возникнуть не может. На самом деле изменение частоты не имеет места, когда речь идет о вторичных волнах, идущих *в направлении распространения света*. Действительно, пусть в газе распространяется плоская монохроматическая волна с частотой ω. Речь идет о частоте в системе отсчета S, в которой газ покоится. Рассмотрим какой-либо движущийся атом. Перейдем в систему отсчета S', в которой атом неподвижен. В системе S' частота распространяющейся плоской волны изменится и будет равна, скажем, ω'. С той же частотой в системе S' возбудятся колебания атома и будут излучаться вторичные сферические волны. При обратном переходе в систему S частота ω' излучаемой сферической волны изменится и будет зависеть от направления излучения. Только для излучения, идущего в направлении первичной волны, получится прежняя частота ω, независимо от того, с какой скоростью и в каком направлении двигался атом.

Таким образом, в направлении распространения первичной волны все атомы будут излучать волны *с одной и той же частотой* ω. С этим и связана возможность регулярного распространения света в газах. Во всех других направлениях движущиеся атомы будут посылать волны с различными частотами. Например, если атом движется в направлении света, то в обратном направлении он будет излучать волны с меньшей частотой. Если же он движется навстречу свету, то частота излучаемой волны в направлении его движения увеличится.

В твердых и жидких телах тепловое движение носит иной характер. В этих случаях атомы движутся *ускоренно*, и рассуждение с переходом к движущейся системе отсчета здесь неприменимо. Атомы совершают колебания около положений равновесия и тем самым *модулируют* поле световой волны. В результате не только сохраняются вторичные волны с прежней частотой, но возникают и волны с новыми частотами. К излучениям с прежними частотами применимо все сказанное выше. С ними связана возможность регулярного распространения световых волн в твердых и жидких средах, а также правильного отражения и преломления их на зеркальных поверхностях тел. Излучения же с изменившимися частотами приводят к появлению в рассеянном свете новых частот.

6. Закончим этот параграф замечанием, которое понадобится нам при выводе формул Френеля с атомистической точки зрения. Если среда однородна и неограниченна, то в ней могут распространяться дипольные колебания в виде бегущей волны

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_0 e^{i(\omega t - \boldsymbol{kr})}, \tag{68.3}$$

где $\boldsymbol{p}$ — дипольный момент атома с радиусом-вектором $\boldsymbol{r}$. Каждый диполь, излучая, теряет энергию. Но эта убыль энергии восполняется за счет энергии, приходящей от других диполей. Излучение других диполей создает в месте нахождения рассматриваемого диполя электрическое поле, которое поддерживает установившиеся гармонические колебания этого диполя. Таким образом, вся среда ведет себя как *замкнутая система*, совершающая *свободные*, а не вынужденные колебания без каких бы то ни было внешних воздействий. Если длина волны велика по сравнению с межатомными расстояниями, то среду можно считать сплошной и характеризовать ее состояние вектором поляризации

$$\boldsymbol{P} = N\boldsymbol{p} = \boldsymbol{P}_0 e^{i(\omega t - \boldsymbol{kr})}, \tag{68.4}$$

где N — число атомов в единице объема.

§ 69. Вывод формул Френеля в молекулярной оптике

1. Допустим, что однородная изотропная среда граничит с вакуумом вдоль плоскости. Падающая на нее плоская электромагнитная волна возбудит в среде *дипольную волну* (68.3), которую при усреднении по физически бесконечно малым объемам можно рассматривать как *волну поляризации* (68.4). Направления распространения этой и отраженной волн найдутся из условия равенства фазовых скоростей всех волн параллельно границе раздела. Это приводит к равенству *тангенциальных слагающих* волновых век-