

Если вектор \mathbf{P} перпендикулярен к плоскости падения, то отношение амплитуд R и \mathcal{E} будет просто равно отношению толщин зон l и l' , взятому со знаком минус, поскольку фазы волн, излучаемых этими зонами, на границе раздела противоположны. Это дает первую формулу Френеля:

$$\frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} = -\frac{L'}{L} = -\frac{k_z - k_{0z}}{k_z + k_{0z}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}. \quad (69.4)$$

Если же вектор \mathbf{P} параллелен плоскости падения, то необходимо еще учесть зависимость поля излучения диполя от угла между дипольным моментом и направлением излучения. Излучение дает только поперечная слагающая дипольного момента. Поэтому величину $-L'/L$ необходимо умножить на отношение проекций вектора \mathbf{P} на направления единичных векторов \mathbf{e}' и \mathbf{e} , перпендикулярных к направлениям распространения отраженной и падающей волн. С учетом поперечности преломленной волны ($\mathbf{kP} = 0$) для этого отношения нетрудно найти $-\cos(\varphi + \psi)/\cos(\varphi - \psi)$ (рис. 252 и 253), а для отношения самих амплитуд R_{\parallel} и \mathcal{E}_{\parallel}

$$\frac{R_{\parallel}}{\mathcal{E}_{\parallel}} = -\frac{R_{\perp} \cos(\varphi + \psi)}{\mathcal{E}_{\perp} \cos(\varphi - \psi)} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}. \quad (69.5)$$

Это — вторая формула Френеля.

Таким же путем может быть разобран случай обратного падения, когда волна падает из среды на ее границу с вакуумом, а также общий случай отражения на границе раздела двух материальных сред.

§ 70. Отступления от формул Френеля

1. Отражение и преломление света на чистой границе раздела двух прозрачных изотропных сред хорошо описывается формулами Френеля. Небольшие отступления от них заметны лишь при отражении под углом Брюстера и вблизи него. С особой отчетливостью они проявляются в существовании следующих двух явлений:

а) При отражении света, поляризованного в плоскости падения, закон Брюстера соблюдается не строго; коэффициент отражения не обращается в нуль ни для какого угла падения, хотя при угле Брюстера он и очень мал.

б) Свет, линейно поляризованный под углом к плоскости падения, при отражении в малой окрестности угла Брюстера становится поляризованным эллиптически, тогда как при строгой справедливости формул Френеля он должен был бы оставаться поляризованным линейно во всех случаях, за исключением случаев полного отражения.

Эти два отступления *не независимы*, а взаимно обуславливают друг друга. Действительно, при точной справедливости формул Френеля

$$\frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}, \quad \frac{R_{\parallel}}{\mathcal{E}_{\parallel}} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} \quad (70.1)$$

отношение $R_{\perp}/\mathcal{E}_{\perp}$ сохраняло бы знак при всех углах падения, тогда как знак отношения $R_{\parallel}/\mathcal{E}_{\parallel}$ менялся бы при переходе через угол Брюстера. Это значит, что во втором случае при переходе через угол Брюстера фаза отражающейся волны скачкообразно менялась бы на π . Никакого нарушения непрерывности R_{\parallel} , как функции угла падения φ , при этом не произошло бы, так как, согласно второй формуле (70.1), эта функция при $\varphi = \varphi_B$ обращается в нуль. Однако функция $R_{\parallel}(\varphi)$ сделалась бы разрывной при $\varphi = \varphi_B$, если бы, как это действительно имеет место, она при этом угле не была равна нулю. Для такого разрыва нет физических оснований. Поэтому следует заключить, что изменение фазы, претерпеваемое $R_{\parallel}(\varphi)$, происходит не скачкообразно при угле $\varphi = \varphi_B$, а в какой-то малой окрестности вокруг угла Брюстера. В пределах этой окрестности фаза меняется непрерывно от 0 до π . В той же окрестности возникает сдвиг фаз между составляющими E_{\parallel} и E_{\perp} , а потому отраженный свет будет поляризован эллиптически, если только падающий был поляризован линейно. Это показывает, что *второе отступление является следствием первого*.

Обратное также справедливо: *первое отступление вытекает из второго*, если только среды не вращают плоскость поляризации. Это непосредственно очевидно, если заметить, что при соблюдении указанного условия волны E_{\parallel} и E_{\perp} сохраняют характер своей поляризации и в соответствии с принципом суперпозиции распространяются независимо друг от друга.

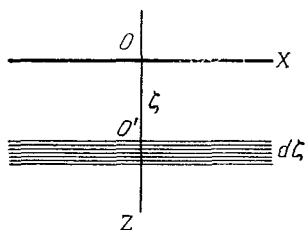
2. Такие отступления от формул Френеля можно объяснить наличием на поверхности отражающей среды тонкого *переходного слоя*, оптические свойства которого отличны от оптических свойств самой среды. В правильности такого объяснения не приходится сомневаться, по крайней мере когда среда свободна от внутренних напряжений. Но на вопрос, как эти слои возникают и каковы их свойства, еще нельзя ответить с полной определенностью.

Простейшим является случай, когда на поверхности отражающей среды существует тонкая пленка постороннего вещества, нанесенная искусственно или возникшая в результате обработки и загрязнения поверхности. Когда толщина пленки велика по сравнению с межатомными расстояниями, ее можно характеризовать *макроскопическими величинами* — толщиной l и показателем преломления n . Пленки с толщиной порядка λ искусственно наносятся на отражающие поверхности для увеличения их поверхностной прозрачности, а также для изготовления интерференционных

светофильтров. Если пленка однородна, т. е. величина n одинакова по всей толщине ее, то отражение и преломление света описывается формулами (67.9).

Нас, однако, сейчас интересуют *тонкие пленки*, толщина которых мала по сравнению с λ . В этом случае формулы (67.9) можно упростить, разложив их по степеням l/λ и сохранив только члены первой степени. Для таких пленок вычисление можно обобщить, не вводя предположения об однородности пленки, а предполагая, что при переходе через пленку показатель преломления меняется *непрерывно*. Так поступили Друде (1863—1906) и многие другие авторы. Однако оценка толщин переходных слоев на поверхностях чистых жидкостей и свежих сколов кристаллов показала, что эти толщины *того же порядка*, что и атомные размеры или межатомные расстояния. Применять внутри таких слоев макроскопические уравнения Максвелла и характеризовать их показателем преломления не корректно. Мы получим нужные результаты методами молекулярной оптики, изложенными в предыдущем параграфе.

3. Допустим сначала, что никакого переходного слоя на отражающей поверхности нет. Как выяснено в предыдущем параграфе, для определения поля отраженной волны достаточно рассмотреть излучение первой зоны I (рис. 252). Разобьем эту зону на бесконечно тонкие слои толщины $d\zeta$ (рис. 254). Вектор поляризации в точке O' определяется выражением



$P_0 e^{i(\omega t - k_z \zeta)}$. На единицу площади слоя $d\zeta$ приходится дипольный момент $P_0 d\zeta e^{i(\omega t - k_z \zeta)}$. Колебания из O' приходят в O с запаздыванием по фазе на $k_{0z} \zeta$. При вычислениях слой $d\zeta$ можно мысленно перенести на границу среды, введя соответствующий сдвиг фаз. Дипольный момент, приходящийся на единицу площади так мысленно передвинутого слоя, будет

$$dA^{(r)} e^{i\omega t} = P_0 e^{i\omega t} e^{-i(k_{0z} + k_z) \zeta} d\zeta.$$

Рис. 254.

Принтегрируем это выражение по толщине первой зоны I и результат разделим на два.

Тогда найдем, что отраженная волна может быть моделирована полем излучения «эквивалентной плоскости», расположенной на границе среды, на которой совершаются дипольные колебания с поверхностной плотностью амплитуды

$$A_0^{(r)} = \frac{P_0}{2} \int_0^{L'} e^{-i(k_{0z} + k_z) \zeta} d\zeta = i \frac{P_0}{2(k_{0z} + k_z)} [e^{-i(k_{0z} + k_z) L'} - 1],$$

или, с учетом соотношения $(k_{0z} + k_z) L' = \pi$,

$$A_0^{(r)} = -i \frac{P_0}{k_{0z} + k_z}. \quad (70.2a)$$

Рассуждая так же применительно к зоне I' (рис. 253), найдем, что падающая волна может быть моделирована полем излучения другой «эквивалентной плоскости», расположенной также на границе среды. На единицу площади такой плоскости

приходится дипольный момент с амплитудой

$$A_0^{(e)} = -i \frac{P_0}{k_{0z} - k_z}. \quad (70.26)$$

4. Учет теперь наличие переходного слоя. Так как толщина слоя предполагается малой по сравнению с λ , его можно моделировать математической плоскостью. Обозначим через $\tau = \tau_0 e^{i(\omega t - k_0 x)}$ дополнительный дипольный момент, вносимый переходным слоем на единицу его площади. Хотя τ — величина макроскопическая, ею допустимо пользоваться для *сколь угодно тонких переходных слоев* (в том числе и мономолекулярных). Это связано с тем, что введение τ предполагает усреднение не по малым объемам среды, а по *малым площадкам* отражающей поверхности. Последние же можно выбрать малыми по сравнению с длиной волны, но еще большими по сравнению с межатомными расстояниями.

Величину τ_0 надо добавить к амплитуде $A_0^{(r)}$, чтобы моделировать поле отраженной волны с учетом излучения переходного слоя. Для моделирования падающей волны ту же величину τ_0 надо добавить к амплитуде $A_0^{(e)}$, но с противоположным знаком. Действительно, после такого добавления волна, проникающая извне внутрь среды и воздействующая на нее, будет моделирована излучением двух плоскостей, расположенных на границе среды: плоскости с амплитудой дипольных колебаний ($A_0^{(e)} - \tau_0$) и плоскости с амплитудой таких же колебаний τ_0 . Амплитуды τ_0 и $-\tau_0$ компенсируются. Остается *только одна амплитуда* $A_0^{(e)}$, как если бы переходный слой не оказывал никакого влияния на среду вдали от ее границы. Но это как раз и необходимо, чтобы поляризация среды вне переходного слоя представлялась однородной волной (68.4).

Таким образом, вместо (70.2а) и (70.2б) получаются выражения

$$A^{(r)} = -i \frac{P_0}{k_z + k_{0z}} + \tau_0, \quad A^{(e)} = i \frac{P_0}{k_z - k_{0z}} - \tau_0, \quad (70.3)$$

которыми и надо пользоваться при вычислении поля падающей и отраженной волн. При этом, разумеется, надо учесть, что для излучения существенны не сами амплитуды (70.3), а только их составляющие, *перпендикулярные к направлению излучения*. Коэффициенты Френеля $R_{\perp}/\mathcal{E}_{\perp}$ и $R_{\parallel}/\mathcal{E}_{\parallel}$ найдутся как отношения таких составляющих. Ограничиваясь линейными членами по k_0 , в результате простых, но несколько длинных вычислений получим

$$\frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)} (1 + 2ik_0 \gamma_x \cos \varphi), \quad (70.4)$$

$$\frac{R_{\parallel}}{\mathcal{E}_{\parallel}} = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} \left(1 + 2ik_0 \cos \varphi \frac{\gamma_x \cos^2 \psi - \gamma_z \sin^2 \varphi}{\cos^2 \psi - \sin^2 \varphi} \right). \quad (70.5)$$

Здесь введены обозначения:

$$\gamma_x = \frac{\tau_{0x}}{P_{0x}} \equiv \frac{\tau_{0y}}{P_{0y}}, \quad \gamma_z = \frac{\tau_{0z}}{P_{0z}}. \quad (70.6)$$

Параметры γ_x и γ_z имеют размерность длины. В изложенной теории ими и характеризуются свойства переходного слоя. Теория справедлива при выполнении условий

$$\gamma_x k_0 \ll 1, \quad \gamma_z k_0 \ll 1, \quad \text{или} \quad \gamma_x / \lambda \ll 1, \quad \gamma_z / \lambda \ll 1.$$

Квадратичные члены $(\gamma_x / \lambda)^2$ и $(\gamma_z / \lambda)^2$ в ней отброшены. В этом приближении все коэффициенты при малых величинах γ_x / λ и γ_z / λ не зависят от λ . Это значит, что вычисление параметров γ_x и γ_z есть *чисто электростатическая задача*. Для фактического вычисления самих параметров в молекулярной теории необходимо знать молекулярную структуру среды и переходного слоя,

5. Состояние поляризации отраженного света полностью характеризуется комплексным отношением $R_{||}/R_{\perp}$. Если $\mathcal{E}_{\perp} = \mathcal{E}_{||}$, то

$$\frac{R_{||}}{R_{\perp}} = -\frac{\cos(\varphi + \psi)}{\cos(\varphi - \psi)} + 2ik_0(\gamma_z - \gamma_x) \frac{\cos\varphi \sin^2\varphi}{\cos^2(\varphi - \psi)}. \quad (70.7)$$

При угле Брюстера это отношение *чисто мнимое*, т. е. отраженный свет поляризован *эллиптически*. Одна из главных осей эллипса колебаний перпендикулярна к плоскости падения, а другая лежит в этой плоскости. Отношение этих осей называется *коэффициентом эллиптичности* света, отраженного под углом Брюстера. Он может быть и положительным, и отрицательным, так как разность фаз δ между составляющими $R_{||}$ и R_{\perp} при угле Брюстера принято считать равной $+\pi/2$. При таком соглашении $R_{||}/R_{\perp} = \rho e^{i\pi/2} = i\rho$. Для ρ из формулы (70.7) нетрудно получить

$$\rho = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 + 1} (\gamma_z - \gamma_x), \quad (70.8)$$

где λ означает длину волны в вакууме. Положительному коэффициенту эллиптичности соответствует левая эллиптическая поляризация отраженного света, отрицательному — правая (предполагается, что падающий свет линейно поляризован под углом 45° к плоскости падения, т. е. $\mathcal{E}_{||} = \mathcal{E}_{\perp}$). Эллиптическая поляризация называется *правой*, если для глаза, смотрящего против распространения света, движение по эллипсу совершается по часовой стрелке. В противоположном случае она называется *левой*.

Для всех исследованных жидкостей с чистой отражающей поверхностью коэффициент ρ положителен. Для обыкновенной воды он отрицателен. Однако, как показал Рэлей, при очищении поверхности воды величина ρ меняет знак, обращаясь в нуль при некоторой промежуточной степени очищения. Для предельно чистой поверхности воды Рэлей нашел $\rho = +0,00042$. В табл. 6 приведены значения ρ для различных жидкостей (при $\lambda = 546$ нм).

Таблица 6

Вещество	$\rho \cdot 10^3$	n	$l_{\text{мин}}/\lambda$
Вода	42	1,33	0,00057
Метиловый спирт	46	1,33	0,00062
Этиловый спирт	92	1,33	0,00124
Четыреххлористый углерод	107	1,46	0,00103
Бензол	135	1,51	0,00117
Толуол	144	1,50	0,00101
Ортоксилол	137	1,51	0,00119

В последнем столбце табл. 6 приведены значения минимальной толщины $l_{\text{мин}}$ переходного слоя, которые по теории Друде достаточны для получения наблюдаемой эллиптичности отраженного света (см. задачу 3 к этому параграфу). Хотя эта теория и макроскопическая, приведенная оценка дает правильный порядок величины $l_{\text{мин}}$. Из нее видно, что переходные слои порядка одного или нескольких межатомных расстояний уже достаточны, чтобы вызвать наблюдаемые отступления от формул Френеля. Это с несомненностью указывает на то, что, наряду с переходными слоями, вызванными загрязнением, обработкой, абсорбцией газов и пр., существуют и переходные слои, обусловленные *молекулярной структурой* самой отражающей среды вблизи ее поверхности,

Трудно указать причины возникновения таких переходных слоев. Вот некоторые из возможных причин. 1) Электрическое поле световой волны, действующее на приграничные молекулы среды, может отличаться от действующего поля для остальных молекул. 2) Анизотропные молекулы, если среда построена из таких, могут ориентироваться вблизи поверхности в некоторых преимущественных направлениях. 3) Плотность среды в тонком приграничном слое может отличаться от плотности остальной среды.

ЗАДАЧИ

1. Считая переходный слой сплошным, вычислить для него параметры γ_x и γ_z .

Решение. Задача сводится к нахождению вектора поляризации $P(z)$ среды и переходного слоя в однородном электрическом поле E . Среду будем характеризовать диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_x(z)$ и $\epsilon_z(z)$ в направлениях параллельно и перпендикулярно к слою. Координатные оси можно выбрать так, чтобы $E_y = D_y = 0$. В силу симметрии векторы E и D не могут зависеть от x и y . Поэтому уравнения $\operatorname{rot} E = 0$ и $\operatorname{div} D = 0$ переходят в

$$\frac{dE_x}{dz} = \frac{dD_z}{dz} = \overline{0}.$$

Отсюда следует, что во всем пространстве E_x и D_z постоянны, т. е. не зависят от z . Вектор поляризации в переходном слое будет

$$P_x = \frac{\epsilon_x - 1}{4\pi} E_x, \quad P_z = \frac{\epsilon_z - 1}{4\pi} E_z = \frac{1}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_z}\right) D_z.$$

Чтобы выделить дополнительную поляризацию ΔP переходного слоя, вычтем отсюда вектор поляризации самой однородной среды:

$$\Delta P_x = \frac{\epsilon_x - \epsilon}{4\pi} E_x, \quad \Delta P_z = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{\epsilon_z}\right) D_z,$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость этой среды. Для нахождения τ_{0x} и τ_{0z} полученные выражения надо проинтегрировать по толщине l переходного слоя. Выполнив это и введя обозначения

$$\rho = \int_0^l \epsilon_x(z) dz, \quad q = \int_0^l \frac{dz}{\epsilon_z(z)},$$

найдем

$$\gamma_x = \frac{\rho - ln^2}{n^2 - 1}, \quad \gamma_z = \frac{l - qn^2}{n^2 - 1}. \quad (70.9)$$

Если подставить эти значения в (70.4) и (70.5), то получатся формулы Друде.

2. Считая переходный слой макроскопическим и однородным, получить выражение для коэффициента эллиптичности при угле Брюстера.

О т в е т,

$$\rho = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 + 1} \frac{(n^2 - n'^2)(n'^2 - 1)l}{(n^2 - 1)n'^2}, \quad (70.10)$$

где n' — показатель преломления переходного слоя.

3. Считая эллиптичность ρ положительной, найти значение n' , чтобы при заданных n и l величина ρ получилась максимальной. Найти минимальное значение для l , чтобы при заданном n получилось заданное значение ρ .

О т в е т,

$$n' = \sqrt{n}, \quad l_{\min} = \frac{\rho}{\pi} \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}n-1} \lambda. \quad (70.11)$$

4. Изотропная среда построена из анизотропных молекул. Ее макроскопическая изотропия обусловлена беспорядочными изменениями направлений молекул в результате теплового движения. Дипольный момент анизотропной молекулы, возбуждаемый полем световой волны, вообще говоря, не совпадает по направлению с электрическим полем. Пусть электрический вектор падающей волны лежит в плоскости падения, а сама волна падает под углом Брюстера. Электрический вектор в среде хотя и перпендикулярен к преломленному лучу, но дипольные моменты молекул, вообще говоря, имеют составляющие вдоль луча. Такие молекулы, очевидно, будут излучать в направлении отраженного луча. Будет ли в этом случае выполняться закон Брюстера? (См. § 69, пункт 1.)

Р е ш е н и е. Закон Брюстера останется справедливым. Для макроскопически изотропной среды составляющие дипольных моментов молекул, параллельные преломленному лучу, меняются хаотически во времени. В силу этого излучения отдельных молекул в направлении отраженного луча некогерентны. Они не могут привести к правильному отражению, а только к диффузному рассеянию света. Но если в тонком поверхностном слое анизотропные молекулы преимущественно ориентированы в некотором направлении, то излучения таких молекул становятся частично когерентными, и появляется отраженный свет (см. § 69).