

§ 71. Уравнения Максвелла и волны в металлах

1. Как и в диэлектриках, распространение электромагнитных волн в металлах описывается уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \dot{\mathbf{D}} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{B}}, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \tag{71.1}$$

По сравнению с диэлектриками добавляется член с током проводимости \mathbf{j} . В статических и низкочастотных полях ток обусловлен движением практически одних только *свободных электронов*. Движение связанных электронов, а тем более атомных ядер в этой области спектра не играет никакой роли. Но уже в инфракрасной области, где лежат собственные частоты колебаний атомных ядер, движения последних начинают существенно влиять на оптическое поведение металлов (резонанс). В дальнейшем, в видимой и ультрафиолетовой областях спектра, в колебания вовлекаются и *связанные электроны*.

Смещения связанных зарядов вызывают *поляризацию металлов*, аналогичную поляризации диэлектриков. Появляется *ток поляризации*. Однако в высокочастотных полях нет существенной разницы между движениями свободных и связанных частиц. Нерационально связывать ток проводимости с движением только свободных, а ток поляризации — только связанных электронов. Этим понятиям надо дать точные определения, в соответствии с тем, как они используются в теории.

Можно поступить следующим образом. Вынужденное колебание заряженной частицы (электрона или атомного ядра) в поле световой волны можно разложить на колебание, происходящее в фазе (или противофазе) с электрическим полем, и колебание, сдвинутое относительно него по фазе на 90° . Ток, обусловленный первыми колебаниями, условимся называть *током проводимости* и обозначать его плотность через \mathbf{j} . Токи проводимости вызывают поглощение электромагнитных волн. Токи же, обусловленные ко-

лебаниями, сдвинутыми по фазе на 90° , назовем *токами поляризации*. С ними не связано поглощение волн. Плотность тока поляризации можно представить в виде $\dot{j}_{\text{пол}} = \dot{P}$, где P — вектор поляризации. На последнее соотношение можно смотреть как на определение вектора P . Тем самым в металлах раскрывается и точный смысл вектора индукции $D = E + 4\pi P$, который входит в уравнения (71.1).

Магнитные свойства вещества, не играющие существенной роли в оптической области спектра, мы учитывать не будем. Металлы будем считать *оптически изотропными*, хотя все металлы (за исключением, конечно, жидких) и имеют кристаллическую структуру. Однако кристаллы кубической системы оптически изотропны. Другие металлы, как правило, *макроскопически изотропны*, так как они состоят из множества хаотически ориентированных кристалликов, размеры которых малы по сравнению с длиной волны. Для изотропных металлов материальные уравнения имеют вид

$$D = \epsilon' E, \quad (71.2)$$

$$j = \sigma E. \quad (71.3)$$

Величина σ называется *электрической проводимостью*, а ϵ' — *диэлектрической проницаемостью* металла. (Мы пользуемся обозначением ϵ' , сохраняя ϵ для обозначения комплексной величины, вводимой ниже.) Обе величины ϵ' и σ являются функциями частоты ω . Поэтому в уравнениях (71.2) и (71.3) поле E должно предполагаться монохроматическим. Немонохроматические поля надо разлагать на монохроматические составляющие и применять принцип суперпозиции.

С наличием проводимости σ связано *поглощение света* в металлах. С точки зрения излагаемой здесь формальной теории поглощение света есть не что иное, как превращение электромагнитной энергии в *джоулево тепло*.

Материальные уравнения (71.2) и (71.3) дают лишь грубое описание оптических свойств металлов (см. § 74). В ряде вопросов, в особенности для коротких волн (ультрафиолетовые, видимые и короткие инфракрасные лучи), они приводят к выводам, не совсем согласующимся с опытом. Более удовлетворительная теория должна основываться на *квантовой теории металлов*. Однако изложение такой теории далеко выходит за рамки этой книги.

2. Для монохроматических полей $\dot{D} = i\omega D = i\omega\epsilon' E$, так что правая часть первого уравнения (71.1) преобразуется в $\frac{1}{c}(i\omega\epsilon' + 4\pi\sigma) E$. Если ввести величину

$$\epsilon = \epsilon' - i\frac{4\pi\sigma}{\omega} \equiv \epsilon' - i\epsilon'', \quad (71.4)$$

называемую *комплексной диэлектрической проницаемостью*, то система уравнений (71.1) примет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{i\omega}{c} \varepsilon \mathbf{E}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{H}, \quad (71.5)$$

т. е. формально совпадает с соответствующими уравнениями для диэлектриков. Граничные условия также имеют одинаковый вид, они требуют непрерывности тангенциальных компонент векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на границе раздела сред. Как следствие таких граничных условий и уравнений (71.5), получается непрерывность нормальных компонент вектора $\varepsilon \mathbf{E}$ (см. § 63). Поэтому любое соотношение оптики прозрачных сред, полученное из уравнений (71.5) и граничных условий с помощью линейных вещественных операций, может быть формально перенесено в оптику металлов и других поглощающих сред простой заменой вещественной величины ε на комплексную. Требуется только дополнительное исследование физического содержания и смысла полученного соотношения.

Для характеристики оптических свойств металлов применяется также *комплексный показатель преломления* v . Он определяется соотношением

$$v^2 = \varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''. \quad (71.6)$$

Полагая

$$v = n - ik, \quad (71.7)$$

где n и k вещественны и существенно положительны, получим

$$n^2 - k^2 = \varepsilon', \quad 2nk = \varepsilon''. \quad (71.8)$$

Величина n называется *главным показателем преломления* металла. Величину k называют *главным показателем затухания*. Этот термин надо предпочесть обычно употребляемому термину «показатель поглощения», так как *затухание волны может происходить и без поглощения*. Примером может служить плазма, когда частота ω меньше так называемой *плазменной частоты* (см. § 87). Для нее величина ε вещественна, но *отрицательна*, т. е. $\varepsilon'' = 0$. В этом случае поглощения нет, но есть затухание, так как $\sqrt{\varepsilon}$ — величина чисто мнимая, а потому $k \neq 0$.

Если среда однородна, то в ней могут распространяться плоские монохроматические волны вида (5.3). Для них должны выполняться соотношения

$$\mathbf{E} = -\frac{c}{\omega \varepsilon} [k\mathbf{B}], \quad \mathbf{B} = \frac{c}{\omega} [k\mathbf{E}], \quad (71.9)$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon' - i\varepsilon''). \quad (71.10)$$

В поглощающей среде волновой вектор k всегда комплексный, а соответствующая плоская волна *всегда неоднородна*. Это естест-

венно, так как при наличии поглощения плоская волна не может распространяться без затухания. Положим

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' - i\mathbf{k}'', \quad (71.11)$$

где \mathbf{k}' и \mathbf{k}'' — вещественные векторы. Тогда на основании (71.10)

$$k'^2 - k''^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon', \quad 2(\mathbf{k}'\mathbf{k}'') = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon''. \quad (71.12)$$

Вектор \mathbf{k}' указывает направление распространения *плоскостей равных фаз*. В направлении вектора \mathbf{k}'' убывает амплитуда волны. В общем случае *плоскости равных фаз и плоскости равных амплитуд не перпендикулярны между собой*. Перпендикулярность всегда имеет место только для непоглощающих сред, когда $\epsilon'' = 0$.

§ 72. Геометрические законы отражения и преломления света на границе металла

1. Пусть из вакуума на плоскую границу металла падает плоская монохроматическая однородная волна, распространяющаяся вдоль волнового вектора \mathbf{k}_1 (рис. 255). Возникнет однородная отраженная волна с волновым вектором \mathbf{k}'_1 и неоднородная волна, прошедшая в металл. Комплексный волновой вектор прошедшей волны обозначим через \mathbf{k} (без индекса). Как было показано ранее, из граничных условий получаются соотношения

$$k_{1x} = k'_{1x} = k_x. \quad (72.1)$$

Из них следует, что геометрические законы отражения света от металлов такие же, что и для непоглощающих сред. Различие есть лишь в законах преломления.

Прежде всего отметим, что плоскости равных амплитуд прошедшей волны параллельны границе металла. Действительно, представим комплексный вектор \mathbf{k} в виде (71.11). Из (72.1) следует, что тангенциальная составляющая вектора \mathbf{k} вещественна, а потому вектор \mathbf{k}'' перпендикулярен к поверхности металла. Это и доказывает наше утверждение. Прошедшая волна затухает в направлении вектора \mathbf{k}'' . Поэтому вектор \mathbf{k}'' надо направить вниз, т. е. в сторону металла, так как затухание волны в металле должно идти в этом, а не в противоположном направлении. В сторону металла должен

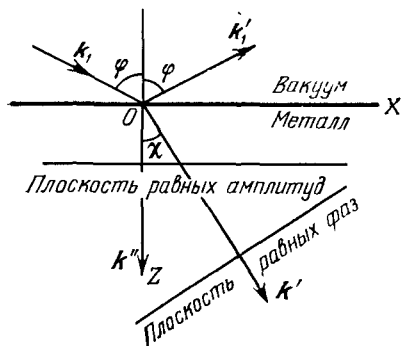


Рис. 255.