

венно, так как при наличии поглощения плоская волна не может распространяться без затухания. Положим

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}' - i\mathbf{k}'', \quad (71.11)$$

где  $\mathbf{k}'$  и  $\mathbf{k}''$  — вещественные векторы. Тогда на основании (71.10)

$$k'^2 - k''^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon', \quad 2(\mathbf{k}'\mathbf{k}'') = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon''. \quad (71.12)$$

Вектор  $\mathbf{k}'$  указывает направление распространения *плоскостей равных фаз*. В направлении вектора  $\mathbf{k}''$  убывает амплитуда волны. В общем случае *плоскости равных фаз и плоскости равных амплитуд не перпендикулярны между собой*. Перпендикулярность всегда имеет место только для непоглощающих сред, когда  $\epsilon'' = 0$ .

## § 72. Геометрические законы отражения и преломления света на границе металла

1. Пусть из вакуума на плоскую границу металла падает плоская монохроматическая однородная волна, распространяющаяся вдоль волнового вектора  $\mathbf{k}_1$  (рис. 255). Возникнет однородная отраженная волна с волновым вектором  $\mathbf{k}'_1$  и неоднородная волна, прошедшая в металл. Комплексный волновой вектор прошедшей волны обозначим через  $\mathbf{k}$  (без индекса). Как было показано ранее, из граничных условий получаются соотношения

$$k_{1x} = k'_{1x} = k_x. \quad (72.1)$$

Из них следует, что геометрические законы отражения света от металлов такие же, что и для непоглощающих сред. Различие есть лишь в законах преломления.

Прежде всего отметим, что плоскости равных амплитуд прошедшей волны параллельны границе металла. Действительно, представим комплексный вектор  $\mathbf{k}$  в виде (71.11). Из (72.1) следует, что тангенциальная составляющая вектора  $\mathbf{k}$  вещественна, а потому вектор  $\mathbf{k}''$  перпендикулярен к поверхности металла. Это и доказывает наше утверждение. Прошедшая волна затухает в направлении вектора  $\mathbf{k}''$ . Поэтому вектор  $\mathbf{k}''$  надо направить вниз, т. е. в сторону металла, так как затухание волны в металле должно идти в этом, а не в противоположном направлении. В сторону металла должен

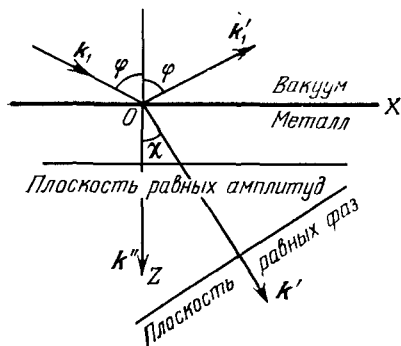


Рис. 255.

быть направлен и вектор  $k'$ , поскольку угол между векторами  $k'$  и  $k''$  острый, как это следует из второго соотношения (71.12).

Вектор  $k'$  перпендикулярен к плоскости равных фаз прошедшей волны. Угол  $\chi$ , образуемый этим вектором с положительным направлением оси  $Z$ , называется *вещественным углом преломления*. Отношение

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = n_{\varphi}, \quad (72.2)$$

вообще говоря, зависит от угла падения  $\varphi$ . Оно положительно и называется *показателем преломления*. Так как  $k_x = k'_x = k' \sin \chi$ , то из соотношения (72.1) следует

$$k' = k_1 \frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = \frac{\omega}{c} n_{\varphi}. \quad (72.3)$$

По аналогии с (72.3) введем другую положительную величину  $\kappa_{\varphi}$ , определяемую соотношением

$$k'' = \frac{\omega}{c} \kappa_{\varphi}. \quad (72.4)$$

Ее называют *показателем затухания*. Физический смысл показателя затухания легко установить, рассмотрев выражение для поля прошедшей волны. Таким путем не представляет труда установить, что на глубине

$$z = h_{\varphi} = \frac{\lambda_0}{4\pi\kappa_{\varphi}}, \quad (72.5)$$

где  $\lambda_0$  — длина волны в вакууме, интенсивность света (пропорциональная квадрату амплитуды) убывает в  $e$  раз. Величина  $h_{\varphi}$  называется *глубиной проникновения света в металл*. Таким образом, *показатель затухания  $\kappa_{\varphi}$  можно определить как отношение длины световой волны в вакууме к умноженной на  $4\pi$  глубине проникновения света в металл*.

Для металлов показатель затухания в видимой области спектра обычно порядка единицы. Например, для золота при нормальном падении  $\kappa_{\varphi} = 2,82$ ,  $h_{\varphi} = \lambda_0/4\pi\kappa_{\varphi} = \lambda_0/35,4$ . Отсюда находим, что на протяжении длины волны интенсивность света в золоте убывает в  $\exp(\lambda_0/h_{\varphi}) \approx 2,4 \cdot 10^{15}$  раз.

Пленки металлов с толщиной порядка длины волны, как правило, практически непрозрачны для света. Об оптических свойствах металлов обычно судят *по отраженному свету*. Тем не менее необходимо изучить законы проникновения света в металл, так как без этого нельзя понять и законы отражения. Свет, отраженный от металла (как и от диэлектрика), возникает в результате интерференции когерентных вторичных волн, излучаемых электронами и атомными ядрами металла. Но вторичные волны, очевидно, возбуждаются падающей волной, проникшей в металл. Если бы поле

в металл совсем не проникало, то отражение света было бы невозможно.

2. Выразим теперь  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  через оптические константы металла  $n$ ,  $\kappa$  и угол падения  $\varphi$ . Подставляя выражения (72.3) и (72.4) в формулы (71.12), получим

$$n_\varphi^2 - \kappa_\varphi^2 = \varepsilon', \quad 2n_\varphi \kappa_\varphi \cos \chi = \varepsilon''. \quad (72.6)$$

Сравнивая с (71.8), находим

$$n_\varphi^2 - \kappa_\varphi^2 = n^2 - \kappa^2, \quad n_\varphi \kappa_\varphi \cos \chi = n\kappa. \quad (72.7)$$

Кеттелер (1839—1900), впервые получивший эти соотношения, назвал их *главными уравнениями распространения световых волн в металлах и поглощающих средах*. Они показывают, что величины

$$a \equiv n^2 - \kappa^2, \quad b \equiv 2n\kappa \cos \chi \quad (72.8)$$

не зависят от угла падения  $\varphi$ , а только от рода металла, его физического состояния и от длины световой волны. Величины  $a$  и  $b$  называются *инвариантами Кеттелера* и могут служить для характеристики оптических свойств металлов (вместо  $n$  и  $\kappa$ ).

Если  $\varphi = 0$ , то  $\chi = 0$ , и уравнения (72.7) дают  $n_\varphi = \pm n$ ,  $\kappa_\varphi = \pm \kappa$ . Здесь надо взять знак плюс, так как по определению величины  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  существенно положительны. Таким образом, при нормальном падении показатели преломления и затухания  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  принимают свои главные значения  $n$  и  $\kappa$ .

Для нахождения  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  как функций угла падения  $\varphi$  перепишем второе уравнение (72.7) в виде

$$n_\varphi^2 \kappa_\varphi^2 \cos^2 \chi = n_\varphi^2 \kappa_\varphi^2 (1 - \sin^2 \chi) = n_\varphi^2 \kappa_\varphi^2 - \kappa_\varphi^2 \sin^2 \varphi = \frac{1}{4} b^2.$$

Решая его совместно с первым уравнением, найдем

$$\begin{aligned} n_\varphi^2 &= \frac{1}{2} \left[ \pm \sqrt{(a - \sin^2 \varphi)^2 + b^2} + (a + \sin^2 \varphi) \right], \\ \kappa_\varphi^2 &= \frac{1}{2} \left[ \pm \sqrt{(a - \sin^2 \varphi)^2 + b^2} - (a - \sin^2 \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (72.9)$$

Знаки перед квадратными корнями должны быть одинаковы в обеих формулах, чтобы разность  $n_\varphi^2 - \kappa_\varphi^2$  была равна  $a$ . Кроме того,  $n_\varphi$  и  $\kappa_\varphi$  должны быть непрерывными функциями угла  $\varphi$ . Для действительно поглощающих сред инвариант  $b$  не равен нулю, как это видно из выражения  $b = 2n\kappa \cos \chi = \varepsilon''$ . Поэтому квадратный корень в формулах (72.9) не может обращаться в нуль и менять знак при изменении угла  $\varphi$ . Но при  $\varphi = 0$  величины  $n_\varphi^2$  и  $\kappa_\varphi^2$  могут быть существенно положительными тогда и только тогда, когда оба квадратных корня в (72.9) взяты со знаком плюс. Значит, знак плюс следует брать и при любых значениях угла  $\varphi$ . Таким образом, для

действительно поглощающих сред

$$\begin{aligned} n_{\varphi}^2 &= \frac{1}{2} [V(a - \sin^2 \varphi)^2 + b^2 + (a + \sin^2 \varphi)], \\ \kappa_{\varphi}^2 &= \frac{1}{2} [V(a - \sin^2 \varphi)^2 + b^2 - (a - \sin^2 \varphi)]. \end{aligned} \quad (72.10)$$

В частности, при  $\varphi = 0$

$$n^2 = \frac{1}{2}(V a^2 + b^2 + a), \quad \kappa^2 = \frac{1}{2}(V a^2 + b^2 - a). \quad (72.11)$$

Особые случаи в выборе знака могут иметь место только при  $b \equiv 2n\kappa = 0$ , т. е. либо при  $n = 0$ ,  $\kappa \neq 0$ , либо при  $n \neq 0$ ,  $\kappa = 0$ . В обоих случаях диэлектрическая проницаемость вещественна, т. е. среда непоглощающая. Однако величины  $n_{\varphi}$  и  $\kappa_{\varphi}$  сохраняют смысл и для таких случаев. Например, теорию полного отражения на границе прозрачных сред (см. § 66) можно представить как частный случай теории, изложенной в этом параграфе.

### § 73. Формулы Френеля. Измерение оптических констант металлов

1. Формулы Френеля (65.7) или (65.8) применимы и для металлов, если под  $\sin \psi$  и  $\cos \psi$  понимать комплексные величины

$$\sin \psi = \frac{\sin \varphi}{v}, \quad \cos \psi = \frac{1}{v} \sqrt{v^2 - \sin^2 \varphi}. \quad (73.1)$$

Здесь надо взять то значение квадратного корня, которое имеет отрицательную мнимую часть — только тогда неоднородная волна, проникающая в поглощающую среду, будет затухать при удалении от границы раздела.

При нормальном падении

$$\frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} = -\frac{R_{\parallel}}{\mathcal{E}_{\parallel}} = -\frac{v-1}{v+1} = -\frac{(n-1)-i\kappa}{(n+1)+i\kappa}. \quad (73.2)$$

Для отражательной способности металла получаем

$$R = \left| \frac{R_{\perp}}{\mathcal{E}_{\perp}} \right|^2 = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}. \quad (73.3)$$

2. При отражении от металла оба отношения  $R_{\perp}/\mathcal{E}_{\perp}$  и  $R_{\parallel}/\mathcal{E}_{\parallel}$ , вообще говоря, комплексны, т. е. появляются скачки фаз. Они, как правило, различны для составляющих  $\mathbf{E}_{\parallel}$  и  $\mathbf{E}_{\perp}$ . Если падающий свет поляризован линейно под углом  $k'$  плоскости падения, то отраженный свет будет поляризован эллиптически. Исследуя эллиптическую поляризацию отраженного света, можно определить оптические константы металла  $n$  и  $\kappa$ . На этом основан метод Друде, излагаемый ниже.