действительно поглощающих сред

$$\begin{aligned} n_\varphi^2 &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{(a-\sin^2\varphi)^2+b^2}+(a+\sin^2\varphi)\right], \\ \varkappa_\varphi^2 &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{(a-\sin^2\varphi)^2+b^2}-(a-\sin^2\varphi)\right]. \end{aligned} \tag{72.10}$$

В частности, при $\varphi = 0$

$$n^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2+b^2}+a\right), \quad \varkappa^2 = \frac{1}{2}\left(\sqrt{a^2+b^2}-a\right). \tag{72.11}$$

Особые случаи в выборе знака могут иметь место только при $b \equiv 2n\varkappa = 0$, т. е. либо при $n = 0$, $\varkappa \neq 0$, либо при $n \neq 0$, $\varkappa = 0$. В обоих случаях диэлектрическая проницаемость вещественна, т. е. среда непоглощающая. Однако величины n_φ и $\varkappa_\varphi$ сохраняют смысл и для таких случаев. Например, теорию полного отражения на границе прозрачных сред (см. § 66) можно представить как частный случай теории, изложенной в этом параграфе.

§ 73. Формулы Френеля. Измерение оптических констант металлов

1. Формулы Френеля (65.7) или (65.8) применимы и для металлов, если под $\sin\psi$ и $\cos\psi$ понимать комплексные величины

$$\sin\psi = \frac{\sin\varphi}{\nu}, \quad \cos\psi = \frac{1}{\nu}\sqrt{\nu^2-\sin^2\varphi}. \tag{73.1}$$

Здесь надо взять то значение квадратного корня, которое имеет отрицательную мнимую часть — только тогда неоднородная волна, проникшая в поглощающую среду, будет затухать при удалении от границы раздела.

При нормальном падении

$$\frac{R_\perp}{\mathscr{E}_\perp} = -\frac{R_\parallel}{\mathscr{E}_\parallel} = -\frac{\nu-1}{\nu+1} = -\frac{(n-1)-i\varkappa}{(n+1)+i\varkappa}. \tag{73.2}$$

Для отражательной способности металла получаем

$$R = \left|\frac{R_\perp}{\mathscr{E}_\perp}\right|^2 = \frac{(n-1)^2+\varkappa^2}{(n+1)^2+\varkappa^2}. \tag{73.3}$$

2. При отражении от металла оба отношения $R_\perp/\mathscr{E}_\perp$ и $R_\parallel/\mathscr{E}_\parallel$, вообще говоря, комплексны, т. е. появляются *скачки фаз*. Они, как правило, *различны* для составляющих $\boldsymbol{E}_\parallel$ и $\boldsymbol{E}_\perp$. *Если падающий свет поляризован линейно под углом к плоскости падения, то отраженный свет будет поляризован эллиптически.* Исследуя эллиптическую поляризацию отраженного света, можно определить оптические константы металла n и $\varkappa$. На этом основан *метод Друде*, излагаемый ниже.

Световой луч, пройдя через поляризатор P (рис. 256), поляризуется линейно. Для простоты расчета предположим, что азимут поляризации равен 45° ($\mathscr{E}_\perp = \mathscr{E}_\parallel$). Обобщение на случай произвольного азимута не встречает затруднений. Отраженный луч сначала проходит через компенсатор K, а затем через анализатор A. Изменяя установку компенсатора и вращая анализатор вокруг направления отраженного луча, можно погасить отраженный луч. В этом случае после прохождения через компенсатор свет становится поляризованным линейно. Азимут его поляризации называется *азимутом восстановленной линейной поляризации* отраженного света. Компенсатором K можно измерить разность фаз Δ между $\boldsymbol{E}_\parallel$ и $\boldsymbol{E}_\perp$ отраженной волны, а анализатором A — азимут β ее восстановленной линейной поляризации. По этим данным можно вычислить оптические константы металла n и $\varkappa$.

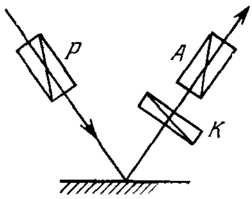

Рис. 256.

Действительно, из формул Френеля (65.8) при $\mathscr{E}_\perp = \mathscr{E}_\parallel$ получаем

$$\frac{R_\parallel}{R_\perp} = -\frac{\cos(\varphi+\psi)}{\cos(\varphi-\psi)}.$$

Очевидно,

$$\frac{R_\parallel}{R_\perp} = re^{i\Delta}, \quad r = \operatorname{tg}\beta.$$

Отсюда

$$\frac{1-re^{i\Delta}}{1+re^{i\Delta}} = \frac{\cos\varphi\cos\psi}{\sin\varphi\sin\psi} = \frac{\sqrt{\nu^2-\sin^2\varphi}}{\operatorname{tg}\varphi\sin\varphi}.$$

Далее,

$$\nu^2-\sin^2\varphi = (n-i\varkappa)^2-\sin^2\varphi = n^2-\varkappa^2-2in\varkappa-\sin^2\varphi.$$

На основании (72.7) и (72.2)

$$\nu^2-\sin^2\varphi = n_\varphi^2-\varkappa_\varphi^2-2in_\varphi\varkappa_\varphi\cos\chi-n_\varphi^2\sin^2\chi = (n_\varphi\cos\chi-i\varkappa_\varphi)^2.$$

Следовательно,

$$\nu\cos\psi = \sqrt{\nu^2-\sin^2\varphi} = n_\varphi\cos\chi-i\varkappa_\varphi, \tag{73.4}$$

$$\frac{1-re^{i\Delta}}{1+re^{i\Delta}} = \frac{n_\varphi\cos\chi-i\varkappa_\varphi}{\operatorname{tg}\varphi\sin\varphi}.$$

Умножая числитель и знаменатель левой части на $1+re^{-i\Delta}$, получим

$$\frac{1-r^2-2ir\sin\Delta}{1+r^2+2r\cos\Delta} = \frac{n_\varphi\cos\chi-i\varkappa_\varphi}{\operatorname{tg}\varphi\sin\varphi},$$

а отделяя вещественную часть от мнимой и используя соотношение $r = \operatorname{tg}\beta$,

$$n_\varphi \cos\chi = \operatorname{tg}\varphi \sin\varphi \frac{1-\operatorname{tg}^2\beta}{1+\operatorname{tg}^2\beta+2\operatorname{tg}\beta\cos\Delta},$$

$$\varkappa_\varphi = 2\operatorname{tg}\varphi\sin\varphi\frac{\operatorname{tg}\beta\sin\Delta}{1+\operatorname{tg}^2\beta+2\operatorname{tg}\beta\cos\Delta},$$

или

$$\begin{aligned} n_\varphi\cos\chi &= \operatorname{tg}\varphi\sin\varphi\frac{\cos 2\beta}{1+\sin 2\beta\cos\Delta}, \\ \varkappa_\varphi &= \operatorname{tg}\varphi\sin\varphi\frac{\sin 2\beta\sin\Delta}{1+\sin 2\beta\cos\Delta}. \end{aligned} \tag{73.5}$$

Из этих формул можно определить $n_\varphi \cos\chi$ и $\varkappa_\varphi$. После этого легко вычислить инварианты Кеттелера по формулам

$$\begin{aligned} a &= n_\varphi^2 - \varkappa_\varphi^2 = n_\varphi^2\cos^2\chi + \sin^2\varphi - \varkappa_\varphi^2, \\ b &= n_\varphi\varkappa_\varphi\cos\chi. \end{aligned} \tag{73.6}$$

Наконец, с помощью формул (72.11) по инвариантам Кеттелера можно вычислить главные показатели преломления и затухания n и $\varkappa$.

Для упрощения расчетов измерения можно производить при таком угле падения $\bar\varphi$, когда $\Delta = \pi/2$. Такой угол называется *главным углом падения*, а соответствующий ему азимут $\bar\beta$ — *главным азимутом*. При $\varphi = \bar\varphi$ формулы (73.5) принимают вид

$$n_{\bar\varphi}\cos\bar\chi = \operatorname{tg}\bar\varphi\sin\bar\varphi\cos 2\bar\beta, \quad \varkappa_{\bar\varphi} = \operatorname{tg}\bar\varphi\sin\bar\varphi\sin 2\bar\beta. \tag{73.7}$$

Наиболее трудным моментом при экспериментальном определении n и $\varkappa$ является приготовление металлических поверхностей. При обработке отражающих поверхностей на них возникают *переходные слои*, свойства которых зависят от способа обработки. Если толщина переходного слоя того же порядка, что и глубина проникновения света в металл, то измерения дают оптические постоянные не цельного металла, а переходного слоя на его поверхности. В табл. 7 приведены для ориентировки значения $\varkappa$ и n некоторых металлов, полученные по методу Друде ($\lambda = 589{,}3$ нм). Отражательная способность R вычислена по формуле (73.3).

3. Запишем формулу (73.3) в виде

$$R = \frac{(n^2+\varkappa^2+1)-2n}{(n^2+\varkappa^2+1)+2n}. \tag{73.8}$$

Как видно из табл. 7, почти для всех металлов $2n$ мало по сравнению с $n^2 + \varkappa^2 + 1$. Благодаря этому отражательная способность металлов *очень велика* — для многих металлов она близка к единице. «Металлический блеск», присущий металлам, объясняется их большой отражательной способностью. Так как $\varkappa$ и n изменяются в зависимости от длины волны, некоторые металлы — в особенности медь и золото — обладают резко выраженным цветом. Металл кажется нам, например, красным, если он сильнее всего отражает красные лучи. Поэтому, грубо говоря, поверхностная окраска металла является дополнительной к цвету лучей, проходящих через тонкие металлические пленки. Например, очень тонкие золотые пленки в проходящем свете кажутся зелеными.

Таблица 7

Металл	$\varkappa$	n	R, %
Натрий	2,61	0,05	97,5
Серебро, цельное	3,64	0,18	95,1
Магний, цельный	4,42	0,37	93,1
Золото, цельное	2,82	0,37	84,9
Золото, электролитическое	2,83	0,47	81,5
Ртуть	4,41	1,62	75,4
Медь, цельная	2,62	0,64	73,2
Никель, цельный	3,32	1,79	62,0
Никель, электролитический	3,48	2,01	62,0
Никель, гальванически распыленный	1,97	1,30	43,3
Железо, гальванически распыленное	1,63	1,51	32,6

Для слабо поглощающих тел отражательная способность определяется почти исключительно главным показателем преломления n и практически не зависит от $\varkappa$. К таким телам относятся красящие вещества. В этом случае поверхностная окраска тел обусловлена не избирательным отражением, а *избирательным поглощением* в слое красящего вещества. Поэтому окраска тел кажется одинаковой в отраженном и проходящем свете. Слои лаковых красок свободны от неоднородностей, которые сделали бы эти слои мутными. Сквозь слои таких красок видны детали поверхности тела. Свет от источника попадает на поверхность тела и на ней рассеивается. Таким образом, на пути к глазу он дважды проходит через поглощающий слой краски, претерпевая при этом избирательное поглощение. Свет, отраженный от передней поверхности лака, может дать слабый беловатый оттенок. Если поверхность слоя лака гладкая, то такой беловатый оттенок практически ограничивается областью зеркального отражения. Клеевые краски искусственно делаются мутными путем введения в них различных неоднородностей. Свет, падающий на слой краски, рассеивается на этих неоднородностях, не достигая поверхности тела. Таким образом, значительная доля света рассеивается верхними слоями краски, не претерпевая избирательного поглощения. Благодаря этому появляется заметный беловатый оттенок.

Различие в происхождении поверхностной окраски слабо и сильно поглощающих сред можно иллюстрировать и следующим примером. Покроем поверхность прозрачной стеклянной пластинки слоем фиолетовых чернил. Чернила, пока они не засохли, являются «слабо поглощающей средой». Они кажутся фиолетовыми как в отраженном, так и в проходящем свете: окраска обусловлена избирательным поглощением света, проходящего через слой чернил и испытывающего рассеяние в нем. Когда чернила засохнут, они превращаются в «сильно поглощающую среду». В проходящем свете они по-прежнему кажутся фиолетовыми — окраска обусловлена избирательным поглощением. В отраженном же свете засохший слой чернил приобретает дополнительный желтовато-зеленый металлический блеск, вызванный избирательным отражением.

Зависимость оптических констант многих металлов от длины волны выражена весьма резко. Так, серебро, характеризующееся в видимой области большим коэффициентом отражения (около 95%), имеет в ультрафиолете резко выраженную область плохого отражения и большой прозрачности — вблизи $\lambda = 316$ нм отражательная способность серебра снижается до 4,2%, т. е. становится такой же, как у стекла. Вуд показал, что тонкие пленки щелочных металлов прозрачны в ультрафиолетовой части спектра, но совершенно не пропускают видимых лучей. Ему удалось даже обнаружить угол Брюстера при отражении ультрафиолетовых лучей от этих металлов.

Для многих поглощающих тел отражательная способность имеет резко выраженный максимум в некоторой, иногда весьма узкой, области спектра. Путем многократных отражений от таких тел можно получить лучи с довольно высокой степенью монохроматичности. Такие лучи называются *остаточными*. Этот метод применяли Рубенс (1865—1922) и его сотрудники для получения монохроматических инфракрасных лучей.

4. В заключение остановимся на отражательной способности металлов для длинных волн (радиоволны, инфракрасные лучи). В этой области проводимость σ практически не зависит от частоты ω и равна своему статическому значению σ_0. Как показывает формула (71.4), мнимая часть ε'' диэлектрической проницаемости с уменьшением частоты растет. Для длинных волн вещественной частью ε' можно пренебречь, полагая

$$\varepsilon(\omega) = -i\,\frac{4\pi\sigma_0}{\omega}. \tag{73.9}$$

Тогда из соотношений (71.8) получаем

$$n = \varkappa = \sqrt{\frac{\varepsilon''}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma_0}{\omega}} = \sqrt{\sigma_0 T} = \sqrt{\frac{\lambda\sigma_0}{c}}, \tag{73.10}$$

где T — период колебаний, λ — длина волны в вакууме.

Соотношения (73.10) впервые были получены Друде. Для видимого света они не оправдываются. Так, для меди $\sigma_0 = 5{,}14\cdot10^{17}$ с$^{-1}$. Полагая $\lambda = 589{,}3$ нм $= 5{,}893\cdot10^{-5}$ см, из формул (73.10) найдем

$n = \varkappa \approx 33$, тогда как опыт дает $n = 0,64$, $\varkappa = 2,62$. Соотношениями (73.10) можно пользоваться только для длинных волн. В этом случае (73.8) переходит в

$$R = \frac{2n^2 - 2n + 1}{2n^2 + 2n + 1} \approx 1 - \frac{2}{n}\left(1 - \frac{1}{n} + \ldots\right),$$

или

$$R = 1 - \frac{2}{\sqrt{\sigma_0 T}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{\sigma_0 T}} + \ldots\right). \tag{73.11}$$

Эта формула проверялась Гагеном и Рубенсом для инфракрасных лучей ($\lambda = 4$; 8; 12; 25,5 мкм). Они нашли, что при $\lambda > 5$ мкм формула (73.11) начинает оправдываться количественно. Для радиоволн величина $1/\sqrt{\sigma_0 T}$ очень близка к нулю, а отражательная способность — к единице: металлы отражают радиоволны практически полностью.

ЗАДАЧА

В каких случаях возможно полное отражение света от среды?

Решение. Если свет поляризован перпендикулярно к плоскости падения, то условие полного отражения будет

$$\left|\frac{R_\perp}{\mathscr{E}_\perp}\right|^2 = \frac{\cos\varphi - \nu\cos\psi}{\cos\varphi + \nu\cos\psi} \cdot \frac{\cos\varphi - \nu^*\cos^*\psi}{\cos\varphi + \nu^*\cos^*\psi} = 1,$$

или $\cos\varphi\,(\nu\cos\varphi + \nu^*\cos^*\psi) = 0$. Пользуясь формулой (73.4), ему можно придать вид

$$n_\varphi \cos\varphi \cos\chi = 0. \tag{73.12}$$

Такое же условие получится и в случае света, поляризованного в плоскости падения. Полное отражение может наступить в одном из трех случаев: 1) $\cos\varphi = 0$; 2) $n_\varphi = 0$; 3) $\cos\chi = 0$. Первый случай соответствует скользящему падению. Во втором случае $n_\varphi = 0$, а потому, ввиду (72.7), $n\varkappa = 0$. В третьем случае $\cos\chi = 0$ и, следовательно, $n\varkappa$ также равно нулю. Итак, если $\varphi \neq \pi/2$, то для полного отражения необходимо, чтобы $n\varkappa = 0$. Это условие может осуществиться в двух случаях: 1) $n = 0$, $\varkappa \neq 0$; 2) $n \neq 0$, $\varkappa = 0$.

Случай 1. $n = 0$, $\varkappa \neq 0$. Отражение будет полным при любом угле падения. Действительно, в рассматриваемом случае $\nu = n - i\varkappa = -i\varkappa$, и формулы Френеля принимают вид

$$\frac{R_\perp}{\mathscr{E}_\perp} = \frac{\cos\varphi + i\varkappa\cos\psi}{\cos\varphi - i\varkappa\cos\psi}, \quad \frac{R_\parallel}{\mathscr{E}_\parallel} = -\frac{i\varkappa\cos\varphi + \cos\psi}{-i\varkappa\cos\varphi + \cos\psi}.$$

В них

$$\cos\psi = \sqrt{1 - \sin^2\psi} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\varphi}{\nu^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\sin\varphi}{\varkappa}\right)^2},$$

откуда видно, что $\cos\psi$ — величина всегда вещественная. В знаменателях формул Френеля стоят величины, комплексно сопряженные с числителями. Следовательно, $|R_\perp/\mathscr{E}_\perp|^2 = |R_\parallel/\mathscr{E}_\parallel|^2 = 1$. В рассматриваемом случае $\varepsilon = \nu^2 = -\varkappa^2 < 0$, т. е. среда непоглощающая с отрицательной диэлектрической проницаемостью. Такой случай осуществляется при отражении радиоволн от плазмы (см. § 87).

Случай 2. $n \neq 0$, $\varkappa = 0$. В этом случае $\nu = n$, $\varepsilon = n^2 > 0$, т. е. среда прозрачна. Полное отражение будет иметь место при $n < 1$, если φ превосходит предельный угол $\varphi_0 = \arcsin n$ (см. § 66).

§ 74. Аномальный скин-эффект и эффективная диэлектрическая проницаемость

1. Проникновение электромагнитной волны в тонкий поверхностный слой металла есть частный случай *скин-эффекта*, рассмотренного нами в т. III, § 144. Самый слой, в который проникает электромагнитное поле, называется *скин-слоем*. Толщина скин-слоя определяется формулой (72.5). Она выводится на основе макроскопических уравнений Максвелла (71.5). Из тех же уравнений следует, что напряженность поля в скин-слое убывает *экспоненциально*. Такой скин-слой называется *нормальным*.

Для применимости макроскопических уравнений Максвелла необходимо, чтобы *межатомные расстояния были малы по сравнению не только с длиной волны, но и с толщиной скин-слоя*. Это условие можно считать выполненным для всех металлов. Более жестким является условие применимости понятия диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$, как оно было введено в § 71. Там было учтено, что электроны и ионы, движением которых создаются токи проводимости и поляризации, движутся в электрическом поле, которое меняется во времени, но не было принято во внимание его *изменение в пространстве*. Это допустимо, когда *средняя длина свободного пробега электронов мала по сравнению с расстояниями, на которых заметно меняется напряженность электрического поля, т. е. по сравнению с длиной волны и толщиной скин-слоя*. Только тогда электрон от столкновения до столкновения движется практически в однородном поле. Если же средняя длина свободного пробега электрона порядка или больше толщины скин-слоя или длины волны, то результаты § 71 требуют пересмотра. Понятие диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ может потерять смысл. Тогда напряженность поля и ток будут убывать вглубь металла *не экспоненциально*, а по более сложному закону. Соответствующий скин-эффект называется *аномальным*.

Если воспользоваться значениями $\varkappa$ из табл. 7, то легко убедиться, что у всех металлов, приведенных в этой таблице, величина $h = \lambda/(4\pi\varkappa)$ для видимого света порядка 10^{-6} см. Того же порядка при комнатных температурах и средняя длина свободного пробега электронов. Это указывает на аномальный характер скин-эффекта. Только для плохих проводников, у которых длина свободного пробега меньше, скин-эффект при комнатных температурах нормальный. В области же низких температур, где средняя длина свободного пробега достигает для очень чистых образцов значений порядка