

# ГЛАВА VII

## КРИСТАЛЛООПТИКА

\* \*

### § 75. Плоские волны в кристаллах

1. Большинство кристаллов *оптически анизотропны*, т. е. их оптические свойства в разных направлениях не одинаковы. Наиболее важным проявлением этой анизотропии является *двойное лучепреломление в кристаллах*. Изучение этого явления и связанной с ним поляризации света составит основное содержание настоящей главы.

Фундаментальные уравнения Максвелла справедливы без всяких изменений и в кристаллических средах. В отсутствие электрических зарядов и токов они имеют вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \dot{\mathbf{D}}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{H}}. \quad (75.1)$$

Но материальные уравнения усложняются. Изотропные среды характеризуются скалярной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(\omega)$ . Для характеристики оптических свойств кристаллов требуются девять величин  $\epsilon_{jk}(\omega)$ , образующих *тензор диэлектрической проницаемости*, или *диэлектрический тензор*. Он вводится посредством соотношений

$$D_j = \sum_k \epsilon_{jk} E_k \quad (j, k = x, y, z). \quad (75.2)$$

Для прозрачных кристаллов, как можно показать, исходя из закона сохранения энергии, диэлектрический тензор *симметричен*, т. е.  $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$  (см. § 80). Разумеется, в различных системах координат компоненты диэлектрического тензора имеют разные значения. При переходе от одной системы координат к другой они преобразуются как компоненты всякого тензора. Благодаря тензорной связи между  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  направления этих векторов в кристаллах, вообще говоря, не совпадают.

2. Если среды прозрачны и однородны, то в них могут распространяться плоские монохроматические волны. Каждую из них можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}r)}. \quad (75.3)$$

Рассмотрим сначала свойства таких волн, которые вытекают из одних только фундаментальных уравнений (75.1) без использова-

ния материальных уравнений (75.2). Как и в случае изотропных сред,

$$\operatorname{rot} H = -i \operatorname{grad} H, \quad \dot{D} = -i\omega D, \dots \quad (75.4)$$

Подставив эти выражения в (75.1) и вводя единичный вектор волновой нормали  $N$  по формуле  $k = \frac{\omega}{v} N$ , получим

$$D = -\frac{c}{v} [NH], \quad H = \frac{c}{v} [NE], \quad (75.5)$$

где  $v$  — нормальная скорость волны, т. е. фазовая скорость, с которой распространяется волновой фронт в направлении волновой нормали  $N$ . Присоединим к этим формулам еще выражение для вектора Пойнтинга

$$S = \frac{c}{4\pi} [EH]. \quad (75.6)$$

Фундаментальное значение этого вектора в кристаллооптике состоит в том, что он определяет *направление световых лучей*, т. е. линий, вдоль которых происходит распространение энергии света. Чтобы убедиться в этом, достаточно показать, что направление  $S$  совпадает с направлением вектора групповой скорости  $u = d\omega/dk$  (см. § 8). Это будет сделано в § 81. В кристаллах векторы  $S$  и  $N$ , вообще говоря, не совпадают по направлению. Именно с этим связано двойное лучепреломление, а также коническая рефракция.

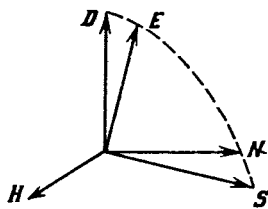


Рис. 257.

Из формул (75.5) видно, что векторы  $D$  и  $H$  взаимно перпендикулярны. Кроме того, они перпендикулярны к волновой нормали  $N$ ,

т. е. параллельны фронту волны. Значит, плоские волны в кристалле поперечны в отношении векторов  $D$  и  $H$ . Однако в общем случае они не поперечны в отношении вектора  $E$ . Четыре вектора  $E, D, N, S$  лежат в одной плоскости, перпендикулярной к вектору  $H$ . Взаимное расположение этих векторов показано на рис. 257. Из него видно, что заданием в кристалле направления вектора  $E$  (или  $D$ ) однозначно определяется направление вектора  $D$  (или  $E$ ) и с точностью до  $180^\circ$  — направления всех остальных векторов  $H, N, S$ . Определяется также величина нормальной скорости волны  $v$ . Действительно, если задано направление вектора  $E$ , то уравнение (75.2) однозначно определит направление вектора  $D$ , а с ним и плоскость  $(E, D)$ , к которой перпендикулярен вектор  $H$ . Тем самым с точностью до  $180^\circ$  определится направление  $H$ , а следовательно, и направления векторов  $N$  и  $S$ . Исключение составляет случай, когда направления векторов  $E$  и  $D$  совпадают. Тогда всякая прямая, перпендикулярная к вектору  $E$ , может служить направлением магнит-

ного поля. Те же рассуждения применимы и к случаю, когда задано направление вектора  $D$ . Для определения  $v$  исключим из (75.5) вектор  $H$ :

$$D = \frac{c^2}{v^2} E - \frac{c^2}{v^2} (NE) N. \quad (75.7)$$

Так как  $(DN) = 0$ , то отсюда скалярным умножением на  $D$  находим

$$v^2 = c^2 \frac{(DE)}{D^2}. \quad (75.8)$$

Таким образом, электрический вектор ( $E$  или  $D$ ) в кристалле в известном смысле является *главным*. Это и понятно, так как именно он определяет электрическую поляризацию среды, а возбуждение последней составляет сущность процесса распространения электромагнитных волн в материальных средах.

## § 76. Оптически одноосные кристаллы

1. Простейшими оптическими свойствами обладают *оптически одноосные кристаллы*, которые к тому же имеют наибольшее практическое значение. Поэтому имеет смысл особо выделить этот простейший частный случай. Оптически одноосными называются кристаллы, свойства которых обладают симметрией вращения относительно некоторого направления, называемого *оптической осью кристалла*.

Разложим электрические векторы  $E$  и  $D$  на составляющие  $E_{\parallel}$ ,  $D_{\parallel}$  вдоль оптической оси и составляющие  $E_{\perp}$ ,  $D_{\perp}$ , перпендикулярные к ней. Тогда

$$D_{\parallel} = \epsilon_{\parallel} E_{\parallel}, \quad D_{\perp} = \epsilon_{\perp} E_{\perp}, \quad (76.1)$$

где  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  — постоянные, называемые *продольной* и *поперечной диэлектрическими проницаемостями кристалла*. К этим двум величинам и сводится диэлектрический тензор одноосного кристалла. К оптически одноосным кристаллам относятся все кристаллы тетрагональной, гексагональной и ромбоэдрической систем. Кристаллы кубической системы являются вырожденным случаем их. Для них  $\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{\perp}$ . Поэтому *кристаллы кубической системы в оптическом отношении ведут себя как оптически изотропные тела*. Плоскость, в которой лежат оптическая ось кристалла и нормаль  $N$  к фронту волны, называется *главным сечением кристалла*. Главное сечение — это не какая-то определенная плоскость, а целое семейство параллельных плоскостей.

Рассмотрим теперь два частных случая.

**С л у ч а й 1.** Вектор  $D$  перпендикулярен к главному сечению кристалла. В этом случае  $D \equiv D_{\perp}$ , а потому  $D = \epsilon_{\perp} E$ . Кристалл