

ного поля. Те же рассуждения применимы и к случаю, когда задано направление вектора D . Для определения v исключим из (75.5) вектор H :

$$D = \frac{c^2}{v^2} E - \frac{c^2}{v^2} (NE) N. \quad (75.7)$$

Так как $(DN) = 0$, то отсюда скалярным умножением на D находим

$$v^2 = c^2 \frac{(DE)}{D^2}. \quad (75.8)$$

Таким образом, электрический вектор (E или D) в кристалле в известном смысле является *главным*. Это и понятно, так как именно он определяет электрическую поляризацию среды, а возбуждение последней составляет сущность процесса распространения электромагнитных волн в материальных средах.

§ 76. Оптически одноосные кристаллы

1. Простейшими оптическими свойствами обладают *оптически одноосные кристаллы*, которые к тому же имеют наибольшее практическое значение. Поэтому имеет смысл особо выделить этот простейший частный случай. Оптически одноосными называются кристаллы, свойства которых обладают симметрией вращения относительно некоторого направления, называемого *оптической осью кристалла*.

Разложим электрические векторы E и D на составляющие E_{\parallel} , D_{\parallel} вдоль оптической оси и составляющие E_{\perp} , D_{\perp} , перпендикулярные к ней. Тогда

$$D_{\parallel} = \epsilon_{\parallel} E_{\parallel}, \quad D_{\perp} = \epsilon_{\perp} E_{\perp}, \quad (76.1)$$

где ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} — постоянные, называемые *продольной* и *поперечной диэлектрическими проницаемостями кристалла*. К этим двум величинам и сводится диэлектрический тензор одноосного кристалла. К оптически одноосным кристаллам относятся все кристаллы тетрагональной, гексагональной и ромбоэдрической систем. Кристаллы кубической системы являются вырожденным случаем их. Для них $\epsilon_{\parallel} = \epsilon_{\perp}$. Поэтому *кристаллы кубической системы в оптическом отношении ведут себя как оптически изотропные тела*. Плоскость, в которой лежат оптическая ось кристалла и нормаль N к фронту волны, называется *главным сечением кристалла*. Главное сечение — это не какая-то определенная плоскость, а целое семейство параллельных плоскостей.

Рассмотрим теперь два частных случая.

С л у ч а й 1. Вектор D перпендикулярен к главному сечению кристалла. В этом случае $D \equiv D_{\perp}$, а потому $D = \epsilon_{\perp} E$. Кристалл

ведет себя как изотропная среда с диэлектрической проницаемостью ϵ_{\perp} . Для нее

$$D = \epsilon_{\perp} E, \quad (76.2)$$

и из уравнений (75.5) получаем

$$D = \frac{c}{v} H, \quad H = \frac{c}{v} E, \quad (76.3)$$

или

$$\epsilon_{\perp} E = \frac{c}{v} H, \quad H = \frac{c}{v} E, \quad (76.4)$$

откуда

$$v = v_{\perp} \equiv v_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}. \quad (76.5)$$

Таким образом, если электрический вектор перпендикулярен к главному сечению, то скорость волны не зависит от направления ее распространения. Такая волна называется обыкновенной.

С л у ч а й 2. Вектор D лежит в главном сечении. Так как вектор E лежит также в главном сечении (см. рис. 257), то $E = E_N + E_D$, где E_N — составляющая этого вектора вдоль N , а E_D — вдоль D . Из векторного произведения $[NE]$ составляющая E_N выпадает. Поэтому вторую формулу (75.5) можно записать в виде

$$H = \frac{c}{v} [NE_D].$$

Очевидно,

$$E_D = \frac{ED}{D} = \frac{E_{\parallel} D_{\parallel} + E_{\perp} D_{\perp}}{D} = \frac{(D_{\parallel}^2/\epsilon_{\parallel}) + (D_{\perp}^2/\epsilon_{\perp})}{D},$$

или

$$E_D = D \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{\cos^2 \alpha}{\epsilon_{\perp}} \right) = D \left(\frac{N_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{N_{\parallel}^2}{\epsilon_{\perp}} \right),$$

где α — угол между оптической осью и волновой нормалью (рис. 258). Если ввести обозначение

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{N_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{N_{\parallel}^2}{\epsilon_{\perp}}, \quad (76.6)$$

то получится $D = \epsilon E_D$, и мы придем к соотношениям

$$\epsilon E_D = \frac{c}{v} H, \quad H = \frac{c}{v} E_D, \quad (76.7)$$

формально тождественным с соотношениями (76.4). Роль величины ϵ_{\perp} теперь играет величина ϵ , определяемая выражением (76.6).

Поэтому нормальная скорость волны будет определяться выражением

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = c \sqrt{\frac{N_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{N_{\parallel}^2}{\epsilon_{\perp}}} \equiv v_{\parallel}. \quad (76.8)$$

Она меняется с изменением направления волновой нормали N . По этой причине волну, электрический вектор которой лежит в главном сечении кристалла, называют *необыкновенной*. Зависимость ее скорости v_{\parallel} от направления распространения обусловлена тем, что с изменением направления волновой нормали N меняется угол между электрическим вектором и оптической осью кристалла. Когда $N_{\perp} = 0$, т. е. необыкновенная волна распространяется вдоль оптической оси кристалла, то из формулы (76.8) получаем $v = c/\sqrt{\epsilon_{\perp}} = v_{\perp} \equiv v_o$. В этом случае, как это очевидно заранее, нет разницы между обыкновенной и необыкновенной волнами. Если же $N_{\parallel} = 0$, т. е. необыкновенная волна распространяется перпендикулярно к оптической оси, то скорость волны будет равна

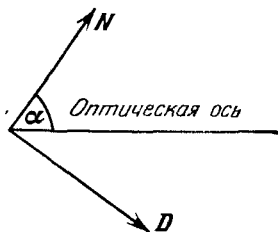


Рис. 258

$$v = v_e \equiv c/\sqrt{\epsilon_{\parallel}}. \quad (76.9)$$

Термин «оптическая ось» был введен для обозначения такой прямой, вдоль которой обе волны в кристалле распространяются с одинаковыми скоростями. Таких прямых в общем случае две (см. §§ 80 и 81). Поэтому в этом случае кристалл называется *оптически двuosным*. В рассматриваемом нами частном случае оптические оси совпадают между собой, сливаясь в одну прямую, а потому кристалл и называется *оптически одноосным*.

2. Так как уравнения Максвелла в кристаллах линейны и однородны, то в общем случае волна, вступающая в кристалл из изотропной среды, разделяется внутри кристалла на две линейно поляризованные волны: обыкновенную, вектор электрической индукции которой перпендикулярен к главному сечению, и необыкновенную с вектором электрической индукции, лежащим в главном сечении. Эти волны распространяются в кристалле в различных направлениях и с различными скоростями v_{\perp} и v_{\parallel} . В направлении оптической оси скорости обеих волн совпадают, так что в этом направлении может распространяться волна любой поляризации.

К обеим волнам применимы все рассуждения, которыми мы пользовались при выводе геометрических законов отражения и преломления (см. § 64). Но в кристаллах они относятся к *волновым нормальям*, а не к *световым лучам*. Волновые нормали отраженной и обеих преломленных волн лежат в плоскости падения. Их направ-

ления формально подчиняются закону Снеллиуса

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi_{\perp}} = n_{\perp}, \quad \frac{\sin \varphi}{\sin \psi_{\parallel}} = n_{\parallel}, \quad (76.10)$$

где n_{\perp} и n_{\parallel} — показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн, т. е.

$$n_{\perp} = \frac{c}{v_{\perp}} = n_o, \quad n_{\parallel} = \frac{c}{v_{\parallel}} = \left(\frac{N_{\perp}^2}{\epsilon_{\parallel}} + \frac{N_{\parallel}^2}{\epsilon_{\perp}} \right)^{-1/2}. \quad (76.11)$$

Из них $n_{\perp} \equiv n_o$ не зависит, а n_{\parallel} зависит от угла падения. Постоянная n_o называется *обыкновенным показателем преломления кристалла*. Когда необыкновенная волна распространяется перпендикулярно к оптической оси ($N_{\perp} = 1$, $N_{\parallel} = 0$),

$$n_{\parallel} = \sqrt{\epsilon_{\parallel}} \equiv n_e. \quad (76.12)$$

Величину n_e называют *необыкновенным показателем преломления кристалла*. Ее нельзя смешивать с показателем преломления n_{\parallel} необыкновенной волны. Величина n_e есть *постоянная*, а n_{\parallel} — *функция направления распространения волны*. Обе величины совпадают только тогда, когда волна распространяется перпендикулярно к оптической оси.

3. Теперь легко понять происхождение *двойного лучепреломления*. Допустим, что плоская волна падает на плоскопараллельную пластинку из одноосного кристалла. При преломлении на первой поверхности пластинки волна внутри кристалла разделится на обыкновенную и необыкновенную. Эти волны поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и распространяются внутри пластинки в *разных направлениях и с разными скоростями*. *Волновые нормали обеих волн лежат в плоскости падения. Обыкновенный луч, поскольку его направление совпадает с направлением волновой нормали, также лежит в плоскости падения. Но необыкновенный луч, вообще говоря, выходит из этой плоскости.* (В случае двуосных кристаллов деление на обыкновенную и необыкновенную волны теряет смысл — внутри кристалла обе волны «необыкновенные». При преломлении волновые нормали обеих волн, конечно, остаются в плоскости падения, однако оба луча, вообще говоря, выходят из нее.)

Если падающая волна ограничена диафрагмой, то в пластинке получатся два пучка света, которые при достаточной толщине пластинки окажутся *разделенными пространственно*. При преломлении на второй границе пластинки из нее выйдут *два пучка света*, параллельные падающему лучу. Они будут линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Если падающий свет естественный, то всегда выйдут два пучка. Если же падающий свет линейно поляризован в плоскости главного сечения или перпендикулярно к ней, то двойного преломления не получится — из плас-

тинки выйдет *только один пучок* с сохранением исходной поляризации.

Двойное преломление возникает и при нормальном падении света на пластинку. В этом случае преломление испытывает необыкновенный луч, хотя волновые нормали и волновые фронты не преломляются. Примером может служить кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси кристалла (рис. 259). Параллельный пучок света, ограниченный диафрагмой, падает нормально к поверхности пластинки. Волновые фронты, обозначенные на рисунке тонкими горизонтальными линиями, всюду параллельны той же поверхности. Обыкновенный пучок лучей *o* преломления не испытывает. Необыкновенный *e* в пластинке отклоняется вбок, но по выходе из нее снова идет в первоначальном направлении.

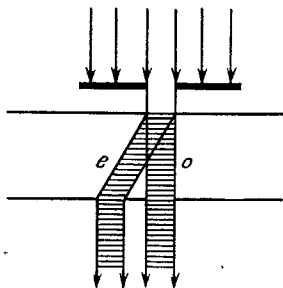


Рис. 259.

4. Двойное лучепреломление было открыто в 1669 г. Бартолинусом (1625—1698) на кристаллах исландского (известкового) шпата. Гюйгенс дал объяснение этого явления, введя гипотезу, что элементарная (вторичная) волна в кристалле распадается на две волны: сферическую (обыкновенную) и эллипсоидальную (необыкновенную). Гюйгенс же открыл и поляризацию света при двойном лучепреломлении.

Исландский шпат есть разновидность углекислого кальция (CaCO_3). Он встречается в природе в виде довольно больших и оптически чистых кристаллов. Его обыкновенный показатель преломления $n_o = 1,6585$, необыкновенный $n_e = 1,4863$ (для желтой линии). Благодаря большому различию n_o и n_e двойное преломление в исландском шпате выражено очень отчетливо. И до сих пор кристаллы исландского шпата наиболее удобны для демонстрации двойного лучепреломления и являются наилучшим материалом для изготовления поляризационных призм и других поляризационных приборов, хотя теперь известно много естественных и искусственных кристаллов с аналогичными свойствами.

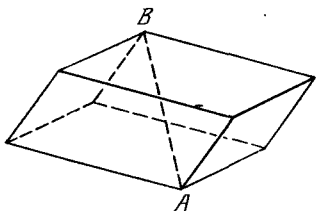


Рис. 260.

Кристаллы исландского шпата принадлежат к гексагональной системе, но встречаются в различных формах. Каждый кристалл раскалыванием легко привести к форме ромбоэдра, ограниченного шестью подобными параллелограммами с углами $78^\circ 08'$ и $101^\circ 52'$ (рис. 260). В двух противоположных вершинах *A* и *B* сходятся стороны трех тупых углов, в остальных — стороны одного тупого и двух острых. Прямая, проходящая через точку *A* или *B* и одина-

ково наклоненная к ребрам, сходящимся в этих точках, а также всякая прямая, ей параллельная, есть оптическая ось кристалла. Если отшлифовать кристалл так, чтобы все ребра его имели одинаковую длину, то линия AB и будет оптической осью.

5. Для демонстрации двойного преломления берут ромбоэдр исландского шпата, вставленный в круглую вращающуюся оправу, устанавливаемую на подставке оптической скамьи. Луч света должен проходить перпендикулярно к противоположным граням ромбоэдра. Перед конденсором проекционного фонаря на той же оптической скамье устанавливают ирисовую диафрагму. В отсутствие исландского шпата длиннофокусный объектив фонаря дает изображение отверстия диафрагмы на удаленном экране. При введении непосредственно за диафрагмой исландского шпата изображение раздваивается. Уменьшая диаметр диафрагмы, можно добиться, чтобы оба изображения не накладывались друг на друга. При освещении естественным светом изображения получаются одинаково яркими. Если вращать исландский шпат вокруг главной оптической оси установки, то при правильной юстировке одно изображение остается неподвижным, а другое движется вокруг него по кругу. Когда кристалл исландского шпата делает поворот, второе изображение совершает полный оборот. С помощью поляроида, поставленного за объективом, легко убедиться, что оба пучка света линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Неподвижное изображение дает обыкновенный, а вращающееся — необыкновенный пучок света. Увеличив диафрагму, можно частично наложить одно изображение на другое. При вращении поляроида перекрывающиеся части изображения периодически становятся светлыми и темными: когда максимальна освещенность одной части, освещенность другой обращается в нуль. Освещенность же перекрывающейся части при вращении поляроида все время остается неизменной — эта часть освещается неполяризованным светом.

ЗАДАЧИ

1. Если пластинку исландского шпата положить на страницу печатного текста, то происходит раздвоение букв. Будет ли происходить удвоение изображения, если через ту же пластинку смотреть на удаленный предмет?

О т в е т. Не будет.

2. Показатели преломления кристалла можно измерить с помощью кристалл-рефрактометра, действующего по следующему принципу. Пластинка исследуемого кристалла кладется на плоскую поверхность стеклянного полушария с очень высоким (до 2) показателем преломления N . Свет падает со стороны стеклянного полушария вдоль его радиуса и отражается от пластинки. Показатель преломления n исследуемого вещества вычисляется по предельному углу полного отражения по формуле $n = N \sin \varphi$. В случае отражения от кристалла существуют два предельных угла, соответствующих двум преломленным лучам в кристалле.

Как надо ориентировать на кристалл-рефрактометре плоскопараллельную пластинку, вырезанную произвольным образом из одноосного кристалла, чтобы получить оба главных показателя преломления кристалла n_o и n_e ?

Р е ш е н и е. Для определения обыкновенного показателя преломления n_o пластинка, очевидно, может быть ориентирована как угодно. Чтобы получить необыкновенный показатель преломления n_e (т. е. максимальное или минимальное значение $n_{||}$), пластинку надо ориентировать так, чтобы плоскость, проходящая через оптическую ось кристалла и нормаль к границе раздела пластинки со стеклом кристалл-рефрактометра, была перпендикулярна к плоскости падения.

Действительно, при полном отражении световое поле проникает во «вторую» среду, вообще говоря, в виде неоднородной (поверхностной) волны. Но если свет падает строго под предельным углом полного отражения, то волна во второй среде будет еще однородна. Ее волновая нормаль параллельна линии пересечения плоскости падения с плоскостью раздела сред. Повернем кристалл так, чтобы его оптическая ось стала перпендикулярна к этой линии. Тогда волна в кристалле будет распространяться перпендикулярно к оптической оси. При такой ориентировке кристалла электрический вектор необыкновенной волны будет параллелен оптической оси. Значит, на кристалл-рефрактометре в этом случае будет измерен главный показатель преломления необыкновенной волны, т. е. величина n_e .

3. При измерении показателей преломления кристаллической пластинки на кристалл-рефрактометре оказалось, что один показатель преломления сохраняет постоянное значение n_o при всех поворотах стеклянного полушария. Другой показатель преломления изменяется так, что значение n_o для него 1) максимально, 2) минимально. Определить оптический знак кристалла ¹⁾ и ориентировку пластинки относительно оптической оси.

О т в е т. Пластинка вырезана параллельно оптической оси. 1) Кристалл отрицателен. 2) Кристалл положителен.

4. Как будут меняться при вращении полушария кристалл-рефрактометра оба показателя преломления пластинки, если она вырезана перпендикулярно к оптической оси?

О т в е т. Оба показателя преломления будут оставаться постоянными и равными соответственно n_o и n_e .

5. Как надо вырезать призму из одноосного кристалла, чтобы методом наименьшего отклонения преломленного луча измерить обыкновенный n_o и необыкновенный n_e показатели преломления кристалла?

О т в е т. Оптическая ось должна быть параллельна преломляющему ребру призмы.

6. Узкий параллельный пучок неполяризованного света падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную не перпендикулярно к оптической оси. После этого пучок падает на вторую такую же пластинку, параллельную первой, а затем попадает на экран. Главные сечения пластинок образуют между собой угол 30° . Какая картина будет наблюдаться на экране?

О т в е т. На экране образуются четыре пятна, интенсивности которых относятся как $1 : 3 : 1 : 3$. Два из них с интенсивностями $1 : 3$ поляризованы линейно, два других с такими же интенсивностями поляризованы также линейно, но в перпендикулярной плоскости.

7. Ветровое стекло и фары автомашины прикрыты поляроидами, главные сечения которых параллельны между собой и составляют угол 45° с горизонтом. У всех машин они должны быть повернуты в одну и ту же сторону (считая по ходу машины). Показать, что при таком устройстве водитель машины будет видеть дорогу, освещенную светом его фар, но ему не будет мешать слепящее действие фар встречных машин.

8. Определить максимальный угол $\delta_{\text{макс}}$ между направлениями луча и волновой нормали в кристалле исландского шпата.

Р е ш е н и е. Векторы N , S , D , E в необыкновенной волне лежат в одной плоскости, причем угол δ между N и S равен углу между D и E . Обозначим через β

¹⁾ Одноосный кристалл называется *положительным*, если обыкновенный показатель преломления n_o меньше необыкновенного n_e ($n_o < n_e$). В противоположном случае ($n_o > n_e$) кристалл называется *отрицательным*,

угол между D и оптической осью кристалла, а через γ — между E и той же осью. Тогда

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= D \cos \beta = \varepsilon_{\parallel} E_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel} E \cos \gamma, \\ D_{\perp} &= D \sin \beta = \varepsilon_{\perp} E_{\perp} = \varepsilon_{\perp} E \sin \gamma. \end{aligned}$$

Отсюда $\operatorname{tg} \beta = (\varepsilon_{\perp} / \varepsilon_{\parallel}) \operatorname{tg} \gamma = (n_o / n_e)^2 \operatorname{tg} \gamma$. Искомый угол $\delta = \beta - \gamma$. Поэтому

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} (\beta - \gamma) = \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 + n_e^2 \operatorname{tg}^2 \beta}. \quad (76.13)$$

Максимум достигается, когда $\operatorname{tg} \beta = n_o / n_e = 1,1157$, т. е. при $\beta = 48^{\circ}7'53''$. Максимальный угол δ_{\max} определяется формулой

$$\operatorname{tg} \delta_{\max} = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2n_o n_e} = 0,1097. \quad (76.14)$$

Из нее находим $\delta_{\max} = 6^{\circ}15'46''$.

9. Определить показатель преломления n_{\parallel} необыкновенной волны в ромбоэдре исландского шпата, если волновая нормаль параллельна боковому ребру кристалла. Для исландского шпата угол между боковым ребром и оптической осью равен $\alpha = 64^{\circ}$. Найти для этого случая угол δ между направлениями луча и волновой нормали в кристалле.

О т в е т. $n_{\parallel} = \sqrt{(\sin \alpha / n_e)^2 + (\cos \alpha / n_o)^2} = 1,515$; $\delta = 4^{\circ}36'20''$.

§ 77. Поляризационные устройства

1. Двупреломляющие кристаллы (лучше всего исландского шпата) можно использовать для получения поляризованного света. Для этого в опыте типа рис. 259 достаточно задержать один из двух линейно поляризованных пучков света, вышедших из кристалла. Однако гораздо удобнее пользоваться не простыми кристаллами, а их комбинациями, называемыми *поляризационными призмами*. Обычно для изготовления поляризационных призм применяется исландский шпат, иногда кварц и натронная селитра, что значительно удешевляет стоимость поляризационных приборов.

Поляризационная призма состоит из двух или более трехгранных призм из одноосного кристалла с одинаковой или различной ориентацией оптических осей, склеенных между собой прозрачными веществами или разделенных воздушной прослойкой. Для склейки применяются канадский бальзам ($n_D = 1,550$), льняное масло ($n_D = 1,49$), глицерин ($n_D = 1,474$) и другие материалы. Для работы в ультрафиолетовой части спектра применяют призмы, склеенные глицерином, касторовым маслом, а также призмы с воздушной прослойкой.

Различают *однолучевые поляризационные призмы*, из которых выходит только один пучок линейно поляризованного света, и *двухлучевые поляризационные призмы*, из которых выходят два пучка света, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Призмы первого типа действуют по принципу *полного отражения*. Падающий пучок естественного света, проникая в призму, расщеп-