угол между $\boldsymbol{D}$ и оптической осью кристалла, а через γ — между $\boldsymbol{E}$ и той же осью. Тогда

$$D_{\parallel} = D\cos\beta = \varepsilon_{\parallel}E_{\parallel} = \varepsilon_{\parallel}E\cos\gamma,$$
$$D_{\perp} = D\sin\beta = \varepsilon_{\perp}E_{\perp} = \varepsilon_{\perp}E\sin\gamma.$$

Отсюда $\operatorname{tg}\beta = (\varepsilon_{\perp}/\varepsilon_{\parallel})\operatorname{tg}\gamma = (n_o/n_e)^2\operatorname{tg}\gamma$. Искомый угол $\delta = \beta - \gamma$. Поэтому

$$\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}(\beta-\gamma) = \frac{n_o^2 - n_e^2}{n_o^2 + n_e^2\operatorname{tg}^2\beta}. \qquad (76.13)$$

Максимум достигается, когда $\operatorname{tg}\beta = n_o/n_e = 1{,}1157$, т. е. при $\beta = 48°7'53''$. Максимальный угол $\delta_{\text{макс}}$ определяется формулой

$$\operatorname{tg}\delta_{\text{макс}} = \frac{n_o^2 - n_e^2}{2n_o n_e} = 0{,}1097. \qquad (76.14)$$

Из нее находим $\delta_{\text{макс}} = 6°15'46''$.

9. Определить показатель преломления $n_{\parallel}$ необыкновенной волны в ромбоэдре исландского шпата, если волновая нормаль параллельна боковому ребру кристалла. Для исландского шпата угол между боковым ребром и оптической осью равен $\alpha = 64°$. Найти для этого случая угол δ между направлениями луча и волновой нормали в кристалле.

Ответ. $n_{\parallel} = \sqrt{(\sin\alpha/n_e)^2 + (\cos\alpha/n_o)^2} = 1{,}515$; $\delta = 4°36'20''$.

§ 77. Поляризационные устройства

1. Двупреломляющие кристаллы (лучше всего исландского шпата) можно использовать для получения поляризованного света. Для этого в опыте типа рис. 259 достаточно задержать один из двух линейно поляризованных пучков света, вышедших из кристалла. Однако гораздо удобнее пользоваться не простыми кристаллами, а их комбинациями, называемыми *поляризационными призмами*. Обычно для изготовления поляризационных призм применяется исландский шпат, иногда кварц и натронная селитра, что значительно удешевляет стоимость поляризационных приборов.

Поляризационная призма состоит из двух или более трехгранных призм из одноосного кристалла с одинаковой или различной ориентацией оптических осей, склеенных между собой прозрачными веществами или разделенных воздушной прослойкой. Для склейки применяются канадский бальзам ($n_D = 1{,}550$), льняное масло ($n_D = 1{,}49$), глицерин ($n_D = 1{,}474$) и другие материалы. Для работы в ультрафиолетовой части спектра применяют призмы, склеенные глицерином, касторовым маслом, а также призмы с воздушной прослойкой.

Различают *однолучевые поляризационные призмы*, из которых выходит только один пучок линейно поляризованного света, и *двухлучевые поляризационные призмы*, из которых выходят два пучка света, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Призмы первого типа действуют по принципу *полного отражения*. Падающий пучок естественного света, проникая в призму, расщеп-

ляется в ней на два пучка, поляризованных линейно во взаимно перпендикулярных плоскостях. Один из этих пучков претерпевает полное отражение на границе склейки призм и отклоняется вбок; другой проходит прямо и используется в дальнейшем.

2. Первая поляризационная призма была изобретена в 1828 г. шотландским физиком Николем (1768—1851). Ее сокращенно называют *николем*. То же название часто применяют и для других призм, действующих по тому же принципу. Для изготовления призмы Николя у продолговатого ромбоэдра, полученного скалыванием из куска исландского шпата, сошлифовывают основания так, чтобы новые основания составляли с боковыми ребрами угол 68° (вместо 71° у естественного кристалла). Затем кристалл разрезают вдоль плоскости, перпендикулярной к новым основаниям и к главному сечению кристалла (последнее нормально к этим основаниям и проходит через оптическую ось кристалла). Отполировав плоскости разреза, оба куска склеивают в прежнем положении тонким слоем канадского бальзама.

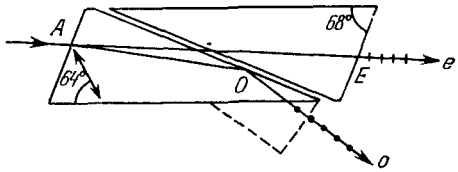

Рис. 261.

Сечение призмы Николя плоскостью главного сечения показано на рис. 261. Двойная стрелка, наклоненная под углом 64° к длинному ребру, указывает направление оптической оси. Такое обозначение применяется в дальнейшем и для других призм. Луч света, падая на искусственное основание кристалла, разделяется внутри кристалла на обыкновенный AO и необыкновенный AE. Показатель преломления канадского бальзама (1,550) имеет промежуточное значение между обыкновенным ($n_o = 1{,}658$) и необыкновенным ($n_e = 1{,}486$) показателями преломления исландского шпата. Углы в призме Николя рассчитаны так, чтобы необыкновенный луч прошел через слой канадского бальзама, а обыкновенный претерпел на нем полное отражение и поглотился зачерненной боковой гранью. (В больших призмах во избежание их нагревания обыкновенный луч выводится наружу специальной призмочкой, наклеенной на боковую грань и изображенной на рис. 261 пунктиром.) В результате свет, вышедший из призмы, окажется линейно поляризованным.

В пучке лучей, падающих на входную грань призмы Николя, обычно встречаются лучи разных направлений. Если луч падает на плоскость разреза слишком наклонно, то претерпит полное отражение не только обыкновенный луч, но и необыкновенный. Если же наклон недостаточен, то через призму пройдет и обыкновенный луч. Через призму может пройти один только необыкновенный луч тогда и только тогда, когда углы падения на входную грань лежат в определенных пределах. Разность углов наклона между крайними лучами

ми падающего пучка, удовлетворяющими этому условию, определяет так называемую *апертуру полной поляризации* призмы. Для призмы Николя она составляет 29°, а отношение длины призмы к ее ширине — 3,28 (см. задачу 1 к этому параграфу).

В *призме Фуко* (рис. 262), устроенной как и николь, канадский бальзам заменен тонким слоем воздуха. Благодаря этому она может

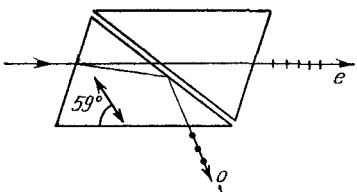

Рис. 262.

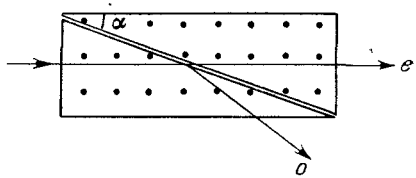

Рис. 263.

применяться для ультрафиолета, тогда как призма Николя непригодна для этой цели, так как канадский бальзам поглощает ультрафиолетовый свет. От николя призма Фуко отличается еще тем, что показатель преломления воздушной прослойки меньше обоих показателей n_o и n_e, а не равен промежуточному значению между ними, как это было в случае канадского бальзама. Поэтому полное отражение от плоскости разреза в призме Фуко осуществляется под меньшими углами, а сама призма Фуко (при заданном поперечном сечении) гораздо короче и, следовательно, дешевле николя. Зато апертура полной поляризации ее составляет всего 8°.

3. Призмы Николя и Фуко имеют скошенные основания. Это вызывает параллельное боковое смещение падающего луча при прохождении его через призму. Следствием этого является кругообразное перемещение выходящего луча при вращении призмы вокруг

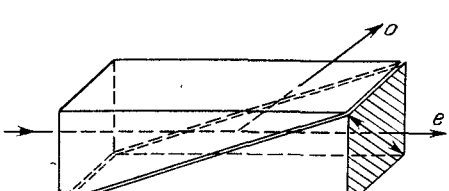

Рис. 264.

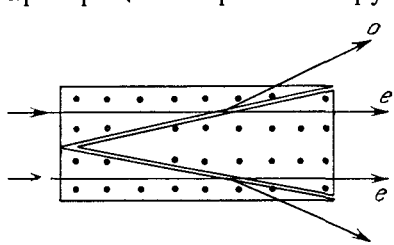

Рис. 265.

ее оси. От этого недостатка свободны призмы, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда: Глазебрука (рис. 263), Глана, Глана — Томпсона, Гартнака — Празмовского, Франка — Риттера (рис. 264), Аренса (рис. 265) и др. Сечение склеенной поляризационной призмы Глазебрука показано на рис. 263. Оптическая ось пер-

пендикулярна к плоскости рисунка, что отмечено точками. Аналогично устроены призмы Глана, Глана — Томпсона и Гартнака — Празмовского. Их отличия от призмы Глазебрука заключаются в следующем. Призма Глана — воздушная. Призмы Глана — Томпсона имеют другие параметры. В призме Гартнака — Празмовского оптическая ось нормальна к плоскости распила, а в призме Франка—Риттера (рис. 264) она параллельна одной из диагоналей основания призмы. Призма Аренса — тройная призма, устройство и действие которой понятно из рис. 265. Параметры поляризационных призм указаны в табл. 8.

Таблица 8

Вид призмы	Апертурный угол полной поляризации	Угол плоскости разреза с боковой гранью	Отношение длины к ширине
Призма Николя	29°	22°	3,28
Укороченная призма Николя, склеенная:			
а) канадским бальзамом	13°	25°	2,83
б) копайским бальзамом	24°	25°	2,83
Призма Фуко	8°	40°	1,53
Призма Глазебрука, склеенная:			
а) канадским бальзамом	35°	12,1°	4,65
б) льняным маслом	42°	14°	4,02
в) глицерином	32,1°	17,3°	3,2
Призма Глана с воздушной прослойкой	7,9°	50,3°	0,83
Призма Глана — Томпсона, склеенная:			
а) канадским бальзамом	27,5°	13,5°	4,15
б) льняным маслом	41°	13,5°	4,15
Призма Гартнака — Празмовского	41,9°	13,9°	4,04
Призма Франка — Риттера, склеенная канадским бальзамом	19°	17,5°	3,17
Призма Аренса, склеенная канадским бальзамом	35°	12,1°	2,32

4. Различные типы *двухлучевых поляризационных призм* представлены на рис. 266. Первая призма состоит из комбинации стеклянной призмы с кристаллической из исландского шпата, оптическая ось которой параллельна преломляющему ребру. Призмы соприкасаются или склеиваются, как показано на рис. 266, *а*. Показатель преломления стекла (1,49) почти точно совпадает с необыкновенным показателем преломления n_e исландского шпата. Падающий пучок неполяризованного света в кристаллической призме разделяется на обыкновенный и необыкновенный. Необыкновенный проходит без преломления. Обыкновенный сильно отклоняется к основанию кристаллической призмы в результате двукратного преломления на ее гранях. Аналогично действуют *призмы Рошона* (рис. 266, *б*) и *Сенармона* (рис. 266, *в*). В *призме Волластона*

(рис. 266, *г*) выходящие лучи линейно поляризованного света отклоняются в разные стороны.

5. У многих кристаллов поглощение света зависит от направления электрического вектора в световой волне. Это явление также используется для получения линейно поляризованного света в так называемых *дихроичных пластинках*. К ним относятся, например, пластинки турмалина и поляроиды В турмалине обыкновенный луч поглощается сильнее необыкновенного Поэтому после прохождения через пластинку турмалина естественный свет становится частично поляризованным в плоскости главного сечения. Если пластинка достаточно толстая (около 1 мм), то в области видимого света

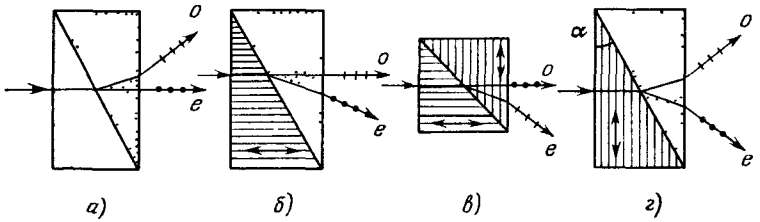

Рис 266

обыкновенный луч поглощается практически полностью, так что прошедший свет окажется полностью линейно поляризованным Для некоторых участков видимого спектра и необыкновенный луч испытывает заметное поглощение Турмалин при надлежащей толщине действует не только как *поляризатор*, но и как *светофильтр*, пропускающий преимущественно желто-зеленую область спектра. Это — существенный недостаток турмалина как поляризатора Зато апертура полной поляризации у него очень велика и ограничена одними только конструктивными условиями

Заметим еще, что с изменением направления волновой нормали меняется и направление электрического вектора в обеих линейно поляризованных волнах, на которые разделяется естественный свет, распространяющийся вдоль этой нормали Вследствие этого меняется и поглощение таких волн, которое к тому же обычно зависит от длины волны Это приводит к зависимости окраски кристалла от направления распространения света Такое явление называется *дихроизмом* (двуцветностью) или, лучше, *плеохроизмом* (многоцветностью) и в большей или меньшей степени присуще большинству двупреломляющих кристаллов

ЗАДАЧИ

1 В поляризационной призме Николя плоскость разреза *BC* (рис. 267) перпендикулярна к основаниям *AB* и *CD* Разрез произведен по диагонали призмы. Определить предельные углы полного отражения от слоя канадского бальзама

для обыкновенной и необыкновенной волн. Найти соответствующие им углы падения на основание AB и апертуру полной поляризации призмы. Найти показатель преломления $n_{||}$ необыкновенной волны в кристалле. Найти также отношение длины l призмы к ширине h ее поперечного сечения. Вычисления произвести для двух случаев: 1) основания призмы сошлифованы ($\gamma = 68°$); 2) для естественного кристалла ($\gamma = 71°$).

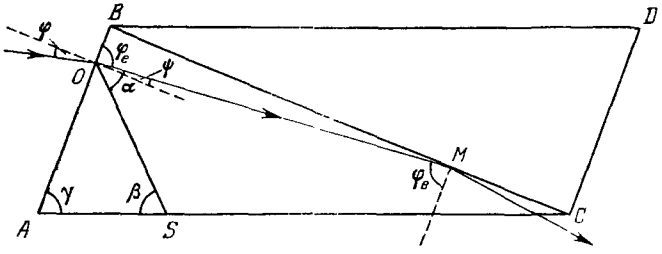

Рис. 267.

Решение. Проведем расчет для необыкновенной волны в предположении, что $\gamma = 68°$. Пусть $\beta = 64°$ — угол между оптической осью кристалла и продольным ребром AC, OM — волновая нормаль для предельного случая полного отражения, φ_e — соответствующий угол падения на слой канадского бальзама BC. Тогда $\sin\varphi_e = n/n_{||}$, где n — показатель преломления канадского бальзама. Показатель преломления $n_{||}$ необыкновенной волны в кристалле для рассматриваемого направления волновой нормали определяется уравнением

$$\frac{1}{n_{||}^2} = \frac{\sin^2\alpha}{n_e^2} + \frac{\cos^2\alpha}{n_o^2}.$$

Как видно из рис. 267, $\alpha = \beta + \gamma - \varphi_e$. Подставив численные значения в предыдущее соотношение, придем к уравнению

$$\operatorname{tg}^2\varphi - 7{,}046608\operatorname{tg}\varphi - 32{,}84593 = 0.$$

Из него находим

$$\operatorname{tg}\varphi = 10{,}250829, \quad \varphi = 84{,}422825°, \quad n_{||} = n/\sin\varphi_e = 1{,}5573726.$$

Угол преломления на основании AB равен $\psi = \pi/2 - \varphi_e = 5{,}5771175°$. По закону Снеллиуса находим угол падения

$$\sin\varphi = n_{||}\sin\psi = 0{,}1513532, \quad \varphi = 8{,}705349°.$$

Чтобы необыкновенная волна не испытывала полного отражения, угол падения φ должен удовлетворять условию $\varphi > 8{,}705349°$.

Аналогичный расчет для обыкновенной волны, разумеется, проще, так как показатель преломления такой волны не зависит от направления ее распространения. Для предельного угла полного отражения в этом случае получаем $\varphi_o = 69{,}20573°$, а для соответствующего угла падения $\varphi = 36{,}05854°$. Чтобы обыкновенная волна испытывала полное отражение, угол падения должен быть меньше этого значения. При угле падения, удовлетворяющем условию $8{,}705349° < \varphi < 36{,}05854°$, прошедший свет будет поляризован полностью. Апертура полной поляризации $\varepsilon = 36{,}06 - 8{,}71 \approx 27{,}35°$. (При вычислениях использовано неточное значение угла β. Десятичные знаки сохранялись для того, чтобы не потерять точность во время расчета.)

Для отношения l/h получаем

$$\frac{l}{h} = \frac{1}{\sin\gamma\cos\gamma} = \frac{2}{\sin 2\gamma} = 2{,}88.$$

Практически призму Николя распиливают не по диагонали, а как указано на рис. 261, чтобы легче монтировать ее. В этом случае отношение l/h несколько больше.

Рассмотрим теперь случай естественного кристалла, когда $\gamma = 71°$. Вычисления для обыкновенной волны остаются без всяких изменений. Вычисления же для необыкновенной волны сильно упрощаются благодаря случайному соотношению: $\beta + \gamma = 135°$, и следовательно, $\sin(\beta + \gamma) = -\cos(\beta + \gamma)$. Приводим окончательные результаты: $n_{||} = 1{,}564955$, $\varphi_e = 82{,}0728°$, $\varphi = 12{,}46454°$, $\varepsilon = 23{,}59°$, $l/h = 3{,}25$. По сравнению с предыдущим случаем параметры поляризационной призмы ухудшились.

Рис. 268.

2. Призма Волластона (рис. 266, *г*) сделана из исландского шпата. Угол $\alpha = 15°$. На какой угол δ будут разведены обыкновенный и необыкновенный лучи?

Ответ. $\delta = 5°17'$.

3. Две поляризационные призмы с воздушной прослойкой изготовлены из исландского шпата. В одной призме оптическая ось перпендикулярна, в другой — параллельна плоскости падения (рис. 268). Опишите действие каждой призмы. Как будет поляризован проходящий свет? Какая призма будет пропускать больше света? В каких пределах должен быть заключен угол α, чтобы из призмы выходил линейно поляризованный свет? Свет падает на грань призмы перпендикулярно.

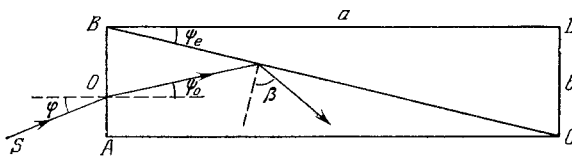

Рис. 269.

Ответ. Через призмы проходит необыкновенный луч. Вторая призма пропускает больше света. В обоих случаях должно выполняться условие $1/n_o < \sin\alpha < 1/n_e$, т. е. $37°6' < \alpha < 42°18'$.

4. В призме Глазебрука (рис. 263) склеивающим веществом является либо канадский бальзам ($n = 1{,}550$), либо льняное масло ($n = 1{,}494$). Найти наивыгоднейшую апертуру полной поляризации призмы и соответствующее ей отношение длины a к ширине b для обоих склеивающих материалов. Пучок падающих лучей, дающих полную поляризацию, должен быть симметричен относительно оси, параллельной боковому ребру призмы.

Решение. В рассматриваемом случае электрический вектор необыкновенной волны всегда параллелен оптической оси, а обыкновенной — перпендикулярен к ней. Поэтому направления лучей и волновых нормалей совпадают между собой. Необыкновенный луч не может претерпеть полное отражение от плоскости разреза призмы, так как n_e меньше показателя преломления склеивающего вещества. Наибольший наклон необыкновенного луча, идущего сверху вниз направо (рис. 269), определяется направлением диагонали BC. Угол

преломления для такого луча $\psi_e = \arcsin\left(1/\sqrt{1+(a/b)^2}\right)$, а угол падения

$$\varphi = \arcsin\frac{n_e}{\sqrt{1+(a/b)^2}}. \qquad (77.1)$$

Если угол падения превышает это значение, то необыкновенный луч на плоскость разреза не попадет, а поглотится боковой гранью AC. Подберем теперь отношение a/b так, чтобы обыкновенный луч SO, падающий под углом φ в направлении снизу вверх направо, встретил плоскость разреза BC под предельным углом полного отражения $\beta = \arcsin(n/n_o)$. Тогда всякий обыкновенный луч, падающий снизу вверх под меньшим углом, а также приходящий сверху вниз полностью отразится от плоскости разреза BC. Апертура полной поляризации будет $\varepsilon = 2\varphi$. Как видно из рис. 269, $\beta = \frac{\pi}{2} - (\psi_e + \psi_o)$, и следовательно, $\cos(\psi_e + \psi_o) = n/n_o$. Добавив сюда закон преломления $\sin\varphi = n_o \sin\psi_o = n_e \sin\psi_e$, получим полную систему уравнений для нахождения искомых величин: отношения a/b и апертуры 2φ. Из нее находим удобные расчетные формулы:

$$(n_o^2 - n^2)\left(\frac{a^2}{b^2}\right)^2 + \left[n_o^2 - n_e^2 - 2n(n+n_e)\right]\frac{a^2}{b^2} - (n+n_e)^2 = 0, \qquad (77.2)$$

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \frac{n_e}{\sqrt{1+(a/b)^2}}. \qquad (77.3)$$

Они дают для канадского бальзама $a/b = 5{,}32$, $\varepsilon = 31°51'$, для льняного масла $a/b = 4{,}25$, $\varepsilon = 39°50'$.

5. Решить предыдущую задачу в предположении, что слой склеивающего вещества заменен прослойкой воздуха.

Решение. Для того чтобы обыкновенный луч, падающий на грань AB под углом φ снизу вверх направо (рис. 270), испытал полное отражение от плоскости разреза BC, необходимо, чтобы угол падения на эту плоскость превосходил предельный угол полного отражения:

$$\alpha - \psi_o \geqslant \beta_o, \quad \sin\beta_o = 1/n_o. \qquad (77.4)$$

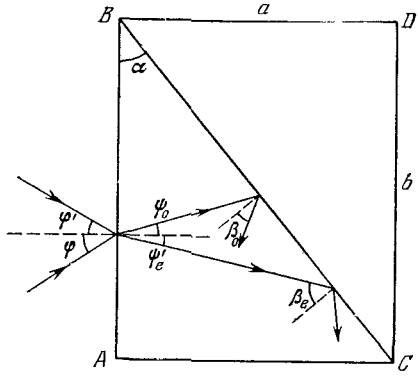

Рис. 270.

Для того чтобы необыкновенный луч, падающий на грань AB под углом φ' сверху вниз направо, прошел через плоскость разреза BC, необходимо, чтобы он падал на BC под углом, не превосходящим предельного угла полного отражения:

$$\alpha + \psi_e' \leqslant \beta_e, \quad \sin\beta_e = 1/n_e. \qquad (77.5)$$

Наибольшей апертуре призмы соответствуют в (77.4) и (77.5) знаки равенства. В этом случае угол $\varphi + \varphi'$ равен апертуре ε полной поляризации призмы. Потребовав дополнительно $\varphi = \varphi'$, будем иметь

$$\alpha - \psi_o = \beta_o, \quad \alpha + \psi_e' = \beta_e, \qquad (77.6)$$

причем

$$\sin\varphi = n_o \sin\psi_o = n_e \sin\psi_e', \qquad (77.7)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = a/b. \qquad (77.8)$$

Отсюда могут быть найдены все интересующие нас величины. Из (77.6) получаем

$$\psi_o+\psi_e'=\beta_e-\beta_o=5°12'. \tag{77.9}$$

Таким образом, углы ψ_o, ψ_e', φ малы и их синусы можно заменить самими углами. Это дает для апертуры

$$\varepsilon=2\varphi=\frac{2n_on_e}{n_o+n_e}(\beta_e-\beta_o)=8°9' \tag{77.10}$$

и для отношения сторон

$$\frac{a}{b}=\operatorname{tg}(\beta_o+\psi_o)=\operatorname{tg}\left(\beta_o+\frac{\varphi}{n_o}\right)=0{,}826. \tag{77.11}$$

§ 78. Анализ поляризованного света

1. В линейной поляризации света можно убедиться с помощью поляризационной призмы (николя) или любого поляризатора, способного давать полностью линейно поляризованный свет. (С целью сокращения всякий поляризатор в дальнейшем называется *николем*.) Для этого николь ставят на пути исследуемого света. При вращении николя вокруг направления луча интенсивность проходящего света, вообще говоря, будет изменяться. Если при некотором положении николя проходящий свет полностью гасится, то падающий свет был поляризован *линейно*.

Если падающий свет естественный или поляризован по кругу, то при вращении николя интенсивность проходящего света меняться не будет. Для отличия одного случая от другого применяется *пластинка в четверть волны* (короче, $\lambda/4$) или *компенсатор*. Пластинка в четверть волны есть кристаллическая пластинка, которая вносит дополнительную разность фаз в $\pi/2$ между проходящими через нее лучами, поляризованными во взаимно перпендикулярных плоскостях. Эти плоскости определяют в плоскости пластинки два направления, называемые *главными направлениями пластинки*. Обычно пластинка $\lambda/4$ вырезается из одноосного кристалла (например, кварца) параллельно его оптической оси. Тогда дополнительная разность фаз в $\pi/2$ вносится между обыкновенным и необыкновенным лучами. Но пластинку $\lambda/4$ можно изготовить и из двуосного кристалла, например слюды. В дальнейшем для определенности предполагается, что пластинка $\lambda/4$ вырезана из одноосного кристалла. В свете, поляризованном по кругу, разность фаз между любыми двумя взаимно перпендикулярными колебаниями равна $\pm\pi/2$. Если на пути такого света поставить пластинку $\lambda/4$, то она внесет дополнительную разность фаз $\pm\pi/2$. Результирующая разность фаз получится 0 или π, и свет станет поляризованным *линейно*. Его можно полностью погасить поворотом николя. Если же падающий свет естественный, то он останется таковым и после прохождения через пластинку $\lambda/4$. В этом случае гашения не будет.

2. Для отличия правой круговой поляризации от левой можно воспользоваться тем же приспособлением. Допустим, что свет рас-