

## ЗАДАЧИ

1. Как надо ориентировать пластинку из двусосного кристалла, чтобы получить на кристалл-рефрактометре три главных показателя преломления?

О т в е т. Перпендикулярно к любой из диэлектрических осей кристалла,

2. Исходя из соображений симметрии, показать, что все кристаллы три-, тетра- и гексагональной систем оптически одноосны.

## § 81. Лучи, волновые нормали и связь между ними

1. Распространение света в кристаллах, как и любых волн в анизотропных средах, характеризуется замечательной *двойственностью*, или *взаимностью*. Она обусловлена тем, что в анизотропных средах каждой волновой нормали соответствует луч, т. е. прямая, вдоль которой происходит распространение энергии волны. Поскольку энергия распространяется с групповой скоростью, для исследования свойств лучей и обоснования самого понятия луча надо вычислить групповую скорость в анизотропной среде. В этом случае такую скорость называют также *лучевой скоростью*. Для ее вычисления воспользуемся формулой (8.16), подставив в нее  $\omega = k v(k)$ . Дифференцируя по  $k_i$  и учитывая, что  $\partial k / \partial k_i = k_i / k$ , получим

$$\frac{\partial \omega}{\partial k_i} = v \frac{k_i}{k} + k \frac{\partial v}{\partial k_i}.$$

Отсюда для вектора групповой скорости находим

$$\mathbf{u} = v\mathbf{N} + k \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}}, \quad (81.1)$$

где  $\mathbf{N} = \mathbf{k}/k$  — единичный вектор волновой нормали, а  $v$  — *нормальная скорость*, т. е. скорость распространения фазы в направлении волновой нормали.

Групповая скорость  $\mathbf{u}$  в анизотропной среде отличается от нормальной скорости  $v$  добавочным слагаемым  $k \partial v / \partial \mathbf{k}$ . Это слагаемое в свою очередь содержит составляющую вдоль нормали  $\mathbf{N}$ . Чтобы определить ее, заметим, что  $\mathbf{k} = k\mathbf{N}$ , а потому указанная составляющая равна  $k \partial v / \partial k$ . Поэтому для самой групповой скорости  $\mathbf{u}_N$  в направлении волновой нормали  $\mathbf{N}$  можно написать

$$\mathbf{u}_N = \left( v + k \frac{\partial v}{\partial k} \right) \mathbf{N} = \left( v - \lambda \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right) \mathbf{N}. \quad (81.2)$$

Этот результат совпадает с формулой Рэлея (8.6) для групповой скорости в изотропной среде. Этого и следовало ожидать, так как он относится не ко всему вектору групповой скорости, а только

---

На эту возможность указывал еще Г. А. Лорентц. Только в 1960 г. Е. Ф. Гросс и А. А. Каплянский, исследуя спектры поглощения на монокристаллических образцах  $\text{Cu}_2\text{O}$ , экспериментально обнаружили необычное для кубических кристаллов явление анизотропного поглощения света.

к его проекции на направление волновой нормали. А вычисление такой проекции можно провести в точности так же, как и вычисление групповой скорости в изотропной среде.

Отличие  $u_N$  от  $v$  обусловлено *дисперсией волн*, т. е. зависимостью нормальной скорости  $v$  от частоты  $\omega$ . Дисперсия в равной мере свойственна и изотропным, и анизотропным средам. Специфика распространения световых волн в кристаллах обусловлена не столько дисперсией, сколько *отличием направлений волновых нормалей и лучей*. Чтобы не вводить излишних усложнений, пренебрежем совсем дисперсией, т. е. будем считать кристаллы *недиспергирующими*. Тогда  $dv/d\lambda = 0$ , а потому  $u_N = vN$ , или  $u_N = v$ . Но  $u_N = (uN)$ , так что

$$(uN) = v. \quad (81.3)$$

2. Наряду с поверхностью нормалей, введенной в предыдущем параграфе, введем еще *лучевую поверхность*, называемую иногда также *волновой поверхностью*. Для этого из произвольной точки  $O$  во всевозможных направлениях будем проводить лучи и откладывать на них величины лучевой скорости в этих направлениях. Геометрическое место концов отложенных отрезков есть замкнутая поверхность, которая и называется *лучевой поверхностью*.

Если лучевую поверхность и поверхность нормалей строить из общего центра  $O$ , то между этими двумя поверхностями существует простая и важная связь. Для установления этой связи умножим формулу (81.3) на  $k$  и придадим ей вид

$$(uk) = \omega. \quad (81.4)$$

Отсюда следует, что бесконечно малые изменения величин  $u$ ,  $k$ ,  $\omega$  связаны соотношением  $(u \delta k) + (k \delta u) = \delta \omega$ . По определению групповой скорости  $(u \delta k) = \delta \omega$ . Следовательно,  $(k \delta u) = 0$ , или

$$(N \delta u) = 0. \quad (81.5)$$

Но  $u$  есть радиус-вектор лучевой поверхности, а потому всякий бесконечно малый вектор  $\delta u$  лежит в плоскости, касательной к этой поверхности в соответствующей точке касания. Поэтому из формул (81.5) и (81.3) следует, что *касательная плоскость к лучевой поверхности перпендикулярна к соответствующей волновой нормали и отсекает на ней отрезок, равный нормальной скорости волны*. Отсюда в свою очередь следует, что *лучевая поверхность есть огибающая плоских волн, распространившихся из ее центра за единицу времени в различных направлениях*. Этими теоремами и устанавливается искомая геометрическая связь между лучевой поверхностью и поверхностью нормалей.

Можно также сказать, что *касательная плоскость к лучевой поверхности есть фронт волны, соответствующий лучу, проведенному в точку касания*. В таком виде теорема допускает простую

интерпретацию. Действительно, лучевая поверхность есть поверхность равных фаз, до которой световое возмущение от точечного источника доходит в течение одной секунды. Малый участок такой поверхности может рассматриваться как плоский. Если размеры участка очень велики по сравнению с длиной волны, то его распространение в течение ближайшего времени будет с достаточной точностью подчиняться законам геометрической оптики. Согласно этим законам, участок должен распространяться как безграничная плоская волна в направлении луча, причем лучевая и нормальная скорости будут связаны соотношением (81.3). Отсюда непосредственно следует, что волновой фронт есть касательная плоскость к лучевой поверхности.

Эта простая интерпретация не может, однако, заменить строгое доказательство. В ее основе лежит утверждение, что расходящийся пучок, исходящий из точечного источника, ведет себя совершенно так же, как система не зависящих друг от друга плоских волн, распространение которых чисто геометрически представляется с помощью лучевой поверхности. Впервые (1852 г.) Ламе (1795—1870) указал, что здесь необходимо решить сложную математическую задачу: точно представить волновой комплекс, исходящий в анизотропной среде из одного точечного центра (аналог шаровой волны в изотропной среде). Ламе решил эту задачу для *упругой анизотропной среды*. При этом он действительно (при исключении продольных волн) пришел к френелевой форме лучевой поверхности. В электромагнитной теории аналогичный вопрос сводится к решению задачи о поле *точечного диполя Герца, помещенного в однородную анизотропную среду*.

3. Все изложенное выше справедливо для *любых волн в анизотропных средах*. Специфичность электромагнитных волн в кристаллах состоит в том, что для них направление луча совпадает с направлением *вектора Пойнтинга*. Докажем это утверждение для рассматриваемого нами случая недиспергирующих кристаллов. В этом случае лучевая скорость вдоль волновой нормали равна  $u_N = vN = v^2 N/v$ , или на основании формулы (75.8)

$$u_N = \frac{c^2}{D^2 v} (DE) N. \quad (81.6)$$

Найдем теперь составляющую лучевой скорости  $u_{\perp} = k \partial v / \partial k$ , перпендикулярную к волновой нормали. Умножая формулу (80.6) на  $k^2$ , представим ее в виде

$$\sum_{\alpha} \frac{k_{\alpha}^2}{v^2 - a_{\alpha}^2} = 0.$$

Дифференцируя это соотношение по  $k_i$ , получим

$$\sum_{\alpha} \frac{k_{\alpha} \partial k_{\alpha} / \partial k_i}{v^2 - a_{\alpha}^2} - \sum_{\alpha} \frac{k_{\alpha}^2}{(v^2 - a_{\alpha}^2)^2} v \frac{\partial v}{\partial k_i} = 0,$$

или, с учетом соотношений  $\partial k_\alpha / \partial k_i = \delta_{\alpha i}$  и  $k_i = k N_i$ ,

$$(u_\perp)_i v \sum_\alpha \frac{N_\alpha^2}{(v^2 - a_\alpha^2)^2} = \frac{N_i}{v^2 - a_i^2}.$$

Из формулы (80.5) находим

$$\frac{1}{v^2 - a_\alpha^2} = - \frac{D_\alpha}{c^2 (NE) N_\alpha}, \quad \sum_\alpha \frac{N_\alpha^2}{(v^2 - a_\alpha^2)^2} = \frac{1}{c^4} \frac{D^2}{(NE)^2}.$$

После подстановки этих значений в предыдущее соотношение и перехода к векторной форме получим

$$u_\perp = - \frac{c^2 (NE)}{v D^2} D. \quad (81.7)$$

Следовательно,

$$u = u_N + u_\perp = \frac{c^2}{v D^2} \{ (DE) N - (NE) D \} = \frac{c^2}{v D^2} [E [ND]].$$

Согласно первой формуле (75.5),

$$[ND] = - \frac{c}{v} [N [NH]] = \frac{c}{v} H,$$

а по формуле (75.8)  $v^2 D^2 = c^2 (DE) = c^2 H^2$ , так что

$$v D = c H. \quad (81.8)$$

В результате получим

$$u = \frac{c}{H^2} [EH].$$

Таким образом, лучевая скорость  $u$ , а с ней и самый луч действительно направлены вдоль вектора Пойнтинга. Так как векторы  $E$  и  $H$  взаимно перпендикулярны, то  $[EH] = E H s$ , где  $s$  — единичный вектор в направлении луча. С учетом этого

$$u \equiv u s = \frac{cE}{H} s. \quad (81.9)$$

При доказательстве предполагалось, что скалярное произведение  $(NE)$  не равно нулю. Если  $(NE) = 0$ , то вектор  $E$  параллелен одной из диэлектрических осей кристалла. В этом случае теорема очевидна.

4. Обоснование понятия луча и определение его направления были даны выше через групповую скорость в анизотропной среде. Мы не воспользовались сразу теоремой Пойнтинга, чтобы показать, что это понятие и его общие свойства не специфичны для

электромагнитных волн, а относятся к волнам *любой физической природы*. Кроме того, теорема Умова — Пойнтинга строго доказана для потоков энергии только через *замкнутые поверхности*. Локализация потока энергии в пространстве требует дополнительных соображений. Такая локализация не вызывает затруднений в рамках применимости геометрической оптики, т. е. в той же области, к которой относится понятие луча. Тогда теорема Умова — Пойнтинга открывает наиболее простой и общий метод для решения всех вопросов, связанных с понятием луча.

Пусть, например,  $AB$  — участок плоского волнового фронта, вырезаемый диафрагмой, поставленной на пути распространения электромагнитной волны (рис. 288). Если размеры участка велики по сравнению с длиной волны, то справедлива геометрическая оптика. Надо только определить направление световых лучей. С этой целью построим на основании  $AB$  цилиндр  $ABA'B'$ , образующие которого совпадают с направлениями вектора Пойнтинга. Тогда поток электромагнитной энергии через боковую поверхность цилиндра будет тождественно равен нулю. Останутся только потоки через основания  $AB$  и  $A'B'$ . Энергия, втекающая через  $AB$ , целиком выйдет через  $A'B'$ . Но так же ведут себя и световые лучи геометрической оптики. Поэтому направления лучей и вектора Пойнтинга должны совпадать и притом *не только в случае недиспергирующих сред* (как предполагалось в доказательстве, приведенном выше), *но и в случае сред, обладающих дисперсией*.

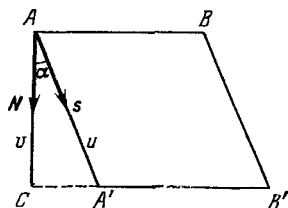


Рис. 288.

5. Двойственность, характерная для кристаллооптики, о которой говорилось в начале этого параграфа, в электромагнитной теории выражается общим положением, называемом *теоремой обращения*. Эта важная теорема помогает ориентироваться в обилии сложных формул кристаллооптики, давая руководящую нить при установлении внутренних связей между ними. Выражаясь упрощенно, можно сказать, что теорема обращения сокращает вдвое число формул и теорем кристаллооптики, подлежащих запоминанию. Для вывода этой теоремы умножим первое уравнение (75.5) векторно на  $\mathbf{s}$ . Получим

$$[\mathbf{sD}] = -\frac{c}{v} [\mathbf{s}[NH]] = \frac{c}{v} \{ (Ns) H - (sH) N \} = \frac{c}{v} (Ns) H.$$

Из (81.3) следует  $u(Ns) = v$ . Исключая  $(Ns)$ , найдем  $H = \frac{u}{c} [\mathbf{sD}]$ . Таким же путем можно получить  $E = -\frac{u}{c} [\mathbf{sH}]$ . Таким образом,

получаются два ряда формул:

$$\begin{aligned}
 D &= -\frac{c}{v} [NH], & E &= -\frac{u}{c} [sH], \\
 H &= \frac{c}{v} [NE], & H &= \frac{u}{c} [sD], \\
 N &= \frac{1}{DH} [DH], & s &= \frac{1}{EH} [EH], \\
 D_\alpha &= \epsilon_\alpha E_\alpha, & E_\alpha &= \frac{1}{\epsilon_\alpha} D_\alpha.
 \end{aligned} \tag{81.10}$$

Все результаты, относящиеся к распространению плоских волн в однородных кристаллах, были получены нами как следствия первого ряда формул. Но формулы второго ряда можно формально получить из формул первого ряда заменой всех величин по следующей схеме:

$$\begin{array}{cccccc}
 D & H & N & c & v & \epsilon_\alpha \\
 E & H & s & 1/c & 1/u & 1/\epsilon_\alpha
 \end{array} \tag{81.11}$$

Следовательно, любое соотношение между величинами, характеризующими распространение плоских волн в однородных кристаллах, останется справедливым, если все входящие в него величины заменить на соответствующие согласно схеме (81.11). Соответствующими считаются величины, стоящие друг под другом в рядах (81.11). Этот результат и называется теоремой обращения.

6. Применяя теорему обращения, легко найти лучевую скорость в кристалле, если известно направление луча  $s$ . Для этого в уравнении (80.6) или (80.7) заменяем  $N$  на  $s$ ,  $v$  на  $1/u$ ,  $a_\alpha$  на  $1/a_\alpha$  и получаем

$$\sum_{\alpha} \frac{s_{\alpha}^2}{(1/u)^2 - (1/a_{\alpha})^2} = 0, \tag{81.12}$$

или

$$\sum_{\alpha} \frac{a_{\alpha}^3 s_{\alpha}^2}{u^2 - a_{\alpha}^2} = 0. \tag{81.13}$$

Это уравнение называется законом Френеля для лучевой скорости в кристалле. Оно вполне аналогично закону Френеля для нормальной скорости и может быть исследовано теми же способами. Но в этом нет необходимости, так как все результаты получаются непосредственно из теоремы обращения. Достаточно перечислить их.

Уравнение (81.13) второй степени относительно  $u^2$ . Для каждого направления  $s$  оно имеет два положительных вещественных корня  $u_1^2$  и  $u_2^2$ , причем

$$a_x \geq u_1 \geq a_y \geq u_2 \geq a_z. \tag{81.14}$$

В каждом направлении в кристалле могут распространяться два линейно поляризованных луча, вообще говоря, с различными лучевыми скоростями  $u_1$  и  $u_2$ . Электрические векторы в этих двух лучах взаимно перпендикулярны.

Лучевая поверхность, как и поверхность нормалей, состоит из двух слоев. Это есть поверхность четвертого порядка. Рассмотрим ее сечения координатными плоскостями  $XU$ ,  $YZ$  и  $ZX$ . При этом можно воспользоваться прежним рис. 287, так как качественно сечения лучевой поверхности координатными плоскостями не отличаются от соответствующих сечений поверхности нормалей. Отличия, трудно передаваемые чертежом, лучше выразить словами или математическими формулами. При сечении поверхности нормалей получаются круги и овалы. Сечениями лучевой поверхности будут круги и эллипсы.

Сечение плоскостью  $XU$ . Луч  $s$  лежит в плоскости  $XU$ , т. е.  $s_z = 0$ . Лучевая скорость может иметь два значения:

$$u_2 = a_z, \quad \frac{1}{u_1^2} = \frac{s_x^2}{a_y^2} + \frac{s_y^2}{a_x^2}. \quad (81.15)$$

Скорость  $u_2$  не зависит от направления луча. Ей соответствует круговое сечение лучевой поверхности. Скорость  $u_1$  меняется с изменением направления луча. Соответствующее сечение имеет форму эллипса. Действительно, уравнение рассматриваемого сечения в векторной форме имеет вид  $r = u_1 s$ , откуда  $s_x = x/u_1$ ,  $s_y = y/u_1$ . Подставляя эти значения в (81.15), получаем

$$\frac{x^2}{a_y^2} + \frac{y^2}{a_x^2} = 1, \quad (81.16)$$

т. е. уравнение эллипса с полуосями  $a_y$  и  $a_x$ . Ввиду соотношений (81.14)  $u_1 \geq u_2$ , так что круг находится целиком внутри эллипса. Вектор  $E$  должен быть перпендикулярен к  $s$ . Из соображений симметрии ясно, что вектор  $E$  одной волны параллелен оси  $Z$ , а вектор  $E$  другой волны параллелен плоскости  $XU$ . Первому направлению вектора  $E$  соответствует круговое, второму — эллиптическое сечение лучевой поверхности.

Сечение плоскостью  $YZ$ . В этой плоскости лучевые скорости могут иметь два значения:

$$u_1 = a_x, \quad \frac{1}{u_2^2} = \frac{s_y^2}{a_z^2} + \frac{s_z^2}{a_y^2}. \quad (81.17)$$

Скорость  $u_1$  не зависит от направления луча. Ей соответствует круговое сечение лучевой поверхности и вектор  $E$ , параллельный оси  $X$ . Скорость  $u_2$  меняется с изменением направления луча. Соответствующее сечение есть эллипс

$$\frac{y^2}{a_z^2} + \frac{z^2}{a_y^2} = 1, \quad (81.18)$$

а вектор  $E$  лежит в плоскости  $ZX$ . Согласно (81.14)  $u_1 \geq u_2$ , так что эллипс целиком помещается внутри круга.

Сечение плоскостью  $ZX$ . Скорость луча определяется двумя выражениями:

$$u_1 = a_y, \quad \frac{1}{u_2^2} = \frac{s_z^2}{a_x^2} + \frac{s_x^2}{a_z^2}. \quad (81.19)$$

Скорости  $u_1$  соответствует круговое сечение лучевой поверхности и вектор  $E$ , параллельный оси  $Y$ . Для  $u_2$  получается эллипс

$$\frac{z^2}{a_x^2} + \frac{x^2}{a_z^2} = 1, \quad (81.20)$$

а вектор  $E$  лежит в плоскости  $ZX$ . Эллипс и круг пересекаются друг с другом в четырех точках (рис. 287). В соответствии с этим в плоскости  $ZX$  имеются два направления  $AA'$  и  $BB'$ , симметричные относительно оси  $Z$ , вдоль которых оба луча распространяются с одинаковыми лучевыми скоростями. Такие направления называются *оптическими осями первого рода*, *лучевыми осями* или *бирадиалами*.

Если в кристалле все три главные скорости  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  различны, то в нем существуют две и только две оптические оси первого рода. Они лежат в плоскости  $ZX$  и симметрично расположены относительно оси  $Z$ . Угол  $\gamma$ , образуемый одной из оптических осей первого рода с осью  $Z$ , определяется формулой

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{s_x}{s_z} = \sqrt{\frac{(1/a_x^2) - (1/a_y^2)}{(1/a_y^2) - (1/a_z^2)}} = \frac{a_z}{a_x} \sqrt{\frac{a_x^2 - a_y^2}{a_y^2 - a_z^2}}. \quad (81.21)$$

Сравнение этой формулы с формулой (80.17) приводит к соотношению

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a_z}{a_x} \operatorname{tg} \beta, \quad (81.22)$$

из которого следует:  $\gamma < \beta$ , т. е. *оптические оси первого рода расположены ближе к оси  $Z$ , чем оптические оси второго рода*. Обычно  $a_x$  и  $a_z$  не очень сильно отличаются друг от друга. Поэтому угол между оптическими осями первого и второго рода, как правило, мал и при рассмотрении многих явлений может не приниматься во внимание. Для слюды он составляет около  $40'$ .

Если две из трех главных скоростей равны между собой, то оптические оси второго рода сливаются в одну ось, направленную либо параллельно оси  $Z$  (когда  $a_x = a_y$ ), либо параллельно оси  $X$  (когда  $a_y = a_z$ ). В этом случае оптическая ось первого рода совпадает с оптической осью второго рода. Наконец, когда все три главные скорости равны между собой, любое направление в кристалле обладает свойствами оптической оси.



По числу оптических осей первого рода кристаллы разделяются на: 1) *двуосные*, 2) *одноосные* и 3) *оптически изотропные*. Эта классификация совпадает с классификацией, основанной на числе оптических осей второго рода.

7. Отметим еще одно следствие теоремы обращения, которое понадобится нам в следующем параграфе. Умножая скалярно уравнение (75.7) на  $\mathbf{s}$  и принимая во внимание, что  $(E\mathbf{s}) = 0$ , получим

$$(D\mathbf{s}) = -\frac{c^2}{v^2} (NE) (N\mathbf{s}) = -\frac{c^2}{uv} (NE). \quad (81.23)$$

Преобразуем (80.3) с помощью теоремы обращения:

$$\left(\frac{1}{u^2} - \frac{1}{a_\alpha^2}\right) E_\alpha = -\frac{1}{c^2} (\mathbf{s}D) s_\alpha,$$

или на основании (81.23)

$$\frac{a_\alpha^2 - u^2}{a_\alpha^2} E_\alpha = \frac{u}{v} (NE) s_\alpha.$$

Умножим и разделим левую часть этого соотношения на  $\varepsilon_\alpha$  и учтем, что  $D_\alpha = \varepsilon_\alpha E_\alpha$ ,  $a_\alpha^2 \varepsilon_\alpha = c^2$ . Тогда

$$(a_\alpha^2 - u^2) D_\alpha = \frac{c^2 u}{v} (NE) s_\alpha. \quad (81.24)$$

Сравнение этого соотношения с (80.3) дает

$$u (a_\alpha^2 - v^2) s_\alpha = v (a_\alpha^2 - u^2) N_\alpha, \quad (81.25)$$

откуда

$$\frac{us_\alpha}{a_\alpha^2 - u^2} = \frac{vN_\alpha}{a_\alpha^2 - v^2}. \quad (81.26)$$

Умножая это соотношение на  $N_\alpha$ , суммируя по  $\alpha$  и принимая во внимание (80.6), получим

$$\sum_\alpha \frac{N_\alpha s_\alpha}{a_\alpha^2 - u^2} = 0, \quad (81.27)$$

или

$$N_x s_x (a_y^2 - u^2) (a_z^2 - u^2) + N_y s_y (a_z^2 - u^2) (a_x^2 - u^2) + \\ + N_z s_z (a_x^2 - u^2) (a_y^2 - u^2) = 0$$

— соотношение более общее, чем (81.27), так как справедливость его, как легко показать, не связана с предположением, что  $a_\alpha^2 - u^2 \neq 0$ .

8. Теорема о связи между лучевой поверхностью и поверхностью нормалей (см. пункт 2) позволяет геометрически построить одну из этих поверхностей, если известна другая. Пусть, например,  $ACB$  — участок лучевой поверхности с центром  $O$  (рис. 289). В каждой точке этой лучевой поверхности проведем касательную пло-

скость и опустим на неё перпендикуляр из центра  $O$ . Геометрическое место оснований таких перпендикуляров будет поверхностью нормалей. Наоборот, чтобы по заданной поверхности нормалей построить лучевую поверхность, надо из центра  $O$  провести во всевозможных направлениях радиусы-векторы и в точках пересечения их с поверхностью нормалей построить плоскости, перпендикулярные к ним. Огибающая таких плоскостей и будет лучевой поверхностью.

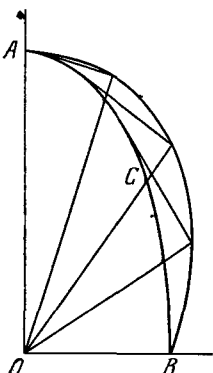


Рис. 289.

Допустим, что в некоторый момент времени  $t$  в кристалле известно положение плоского волнового фронта. Для того чтобы построить волновой фронт в более поздний момент времени  $t'$ , можно на основании доказанной теоремы поступить следующим образом. Из каждой точки исходного волнового фронта опишем элементарную волну, радиусы-векторы которой получаются умножением на  $(t' - t)$  соответствующих радиусов-векторов лучевой поверхности. Плоскость, касательная ко всем элементарным волнам, и даст положение волнового фронта в момент времени  $t'$ . Из двух возможных касательных плоскостей следует выбрать ту,

которой соответствует волна требуемой поляризации. Направление луча найдется соединением центра элементарной волны с соответствующей точкой касания.

Это построение является обобщением построения Гюйгенса для изотропных сред. Оно было впервые введено Гюйгенсом для объяснения двойного преломления. Гюйгенс постулировал, что элементарная волна в кристаллах состоит из двух волн: сферической и эллипсоидальной. Сферические волны порождают обыкновенную, а эллипсоидальные — необыкновенную волны. Это предположение Гюйгенса оправдалось, но оно верно только для оптически одноосных кристаллов.

## § 82. Коническая рефракция

1. Когда волновая нормаль  $N$  параллельна одной из оптических осей второго рода, нормальные скорости обеих волн  $v_1$  и  $v_2$  совпадают между собой, а направления векторов  $D$  становятся неопределенными. Значит, в направлении оптической оси второго рода может распространяться плоская волна любой поляризации, причем скорость распространения не зависит от характера поляризации. В этом отношении рассматриваемый случай аналогичен распространению волн в изотропной среде. Однако, если кристалл двуосный, между ними имеется существенное различие.

В изотропной среде направления векторов  $D$  и  $E$ , а также  $N$  и  $S$  всегда совпадают. Для волны, распространяющейся вдоль оптической оси двуосного кристалла, положение меняется. В этом случае вектор  $D$  может принимать любое направление, перпендикулярное к  $N$ . Так как  $N$  лежит в плоскости  $ZX$ , то одним