

в какой-либо точке отрезка $P_A P$ или отрезка $P'_A P'$ будет перпендикулярна к соответствующей волновой нормали, проходящей через отрезок AN . Касательная же плоскость к лучевой поверхности в какой-либо точке отрезков PP_B и $P'P'_B$ будет перпендикулярна к волновой нормали, проходящей через отрезок NB . Это означает, что каждой волновой нормали, проходящей через отрезок AN , соответствуют два луча, из которых один проходит через отрезок $P_A P$, а другой — через отрезок $P'_A P'$. Каждой же волновой нормали, проходящей через отрезок NB , соответствуют два луча, проходящие через отрезки PP_B и $P'P'_B$. Таким образом, каждой волновой нормали, наклоненной под малым углом к оптической оси второго рода, соответствуют два луча, один из которых проходит внутри конуса внутренней конической рефракции, а другой вне этого конуса.

Теперь ясно происхождение двойного светлого кольца Поггендорфа. Волновым нормальям, пересекающим плоскость рисунка внутри малого круга радиуса dr с центром в N , соответствует малая доля энергии, которая должна распределиться по сравнительно большой площади dS кольца по обе стороны от окружности K . Если же взять волновые нормали, пересекающие плоскость рисунка внутри кольца со средним радиусом r и той же толщиной dr , то таким волновым нормальям будет соответствовать значительно большая энергия, поскольку она пропорциональна площади кольца $2\pi r dr$. Эта энергия должна распределиться по площади двух колец, одно из которых лежит внутри, а другое вне окружности K . Площади обоих колец с точностью до бесконечно малых высшего порядка попрежнему равны dS . Поэтому освещенность обоих колец будет много больше освещенности центрального кольца в окрестности окружности K . Освещенность должна равняться нулю вдоль окружности K и непрерывно возрастать по мере удаления от этой окружности как в наружную, так и во внутреннюю стороны. Таким образом, там, где по Гамильтону должна была бы получаться максимальная освещенность, в действительности наблюдается темнота.

6. Гамильтоном была предсказана еще *внешняя коническая рефракция*, экспериментально обнаруженная также Ллойдом в 1833 г. Она связана с тем, что световому лучу, идущему вдоль лучевой оси двусосного кристалла, соответствует бесконечная совокупность волновых нормалей, лежащих на конической поверхности. Нет необходимости входить в теорию этого явления. Достаточно сослаться на теорему обращения и описать явление, как оно наблюдалось в установке Ллойда. Обе поверхности плоскопараллельной арагонитовой пластинки были покрыты экранами с малыми отверстиями O и O' (рис. 295), центры которых лежали на оптической оси первого рода. Линза L концентрировала на O сходящийся пучок лучей. Диафрагмы O и O' выделяли только те лучи, которые шли вдоль оптической оси OO' . По выходе из пластинки лучи развевались в конус, и на экране \mathcal{E} наблюдалось светлое кольцо. Разумеется, при достаточно малых размерах отверстий O и O' кольцо будет *двойное*.

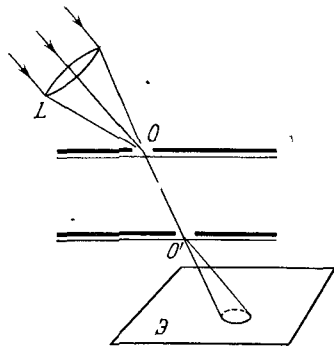


Рис. 295.

§ 83. Замечания об отражении и преломлении света на границе кристаллов

1. Как и в оптике изотропных сред, задача об отражении и преломлении в кристаллооптике может быть полностью решена на основе *граничных условий*, которым должны удовлетворять векторы

электромагнитного поля: по обе стороны границы раздела должны быть равны тангенциальные компоненты векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} . Задача распадается на две части: *геометрическую*, в которой определяются направления распространения, поляризация и скорости отраженных и преломленных волн, а в случае их неоднородности также и затухание волн в пространстве, и *физическую*, в которой определяются амплитуды волн (вообще говоря, комплексные). Остановимся кратко только на геометрической стороне вопроса. Формулы для амплитуд, из-за их громоздкости, выводить не будем, хотя сам вывод и не встречает принципиальных затруднений.

Пусть на плоскую границу раздела падает плоская монохроматическая волна с волновым вектором \mathbf{k}_1 . В случае изотропных сред получается только одна отраженная и только одна преломленная волна. Для анизотропных сред это, вообще говоря, не так. Однако, каково бы ни было число отраженных и преломленных волн, из линейности и однородности граничных условий непосредственно следует, что тангенциальные компоненты волновых векторов падающей, отраженных и преломленных волн должны быть одинаковы (см. § 69). Следовательно, *нормали падающей, отраженных и преломленных волн, а также нормаль к границе раздела все лежат в одной плоскости*. Кроме того, преломление волновых нормалей подчиняется закону преломления Снеллиуса: *отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению соответствующих нормальных скоростей волн*. Практически от этого закона

мало пользы. Его недостаточно для нахождения направления волновой нормали преломленной волны, так как нормальная скорость преломленной волны *неизвестна*. Она зависит от направления падающей волны и *сама поддается определению*. Проще всего это можно сделать графическим методом.

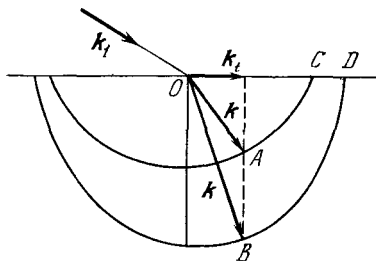


Рис. 296.

2. Рассмотрим одну из преломленных волн. Пусть $\mathbf{k} = \overline{OA}$

или $\mathbf{k} = \overline{OB}$ означает ее волновой вектор. Ввиду граничных условий, тангенциальную составляющую этого вектора \mathbf{k}_t можно считать известной: $\mathbf{k}_t = \mathbf{k}_{1t}$. Она лежит в плоскости падения. Остается найти нормальную составляющую \mathbf{k}_n . Прежде всего, она должна быть направлена вниз, в сторону второй среды, так как преломленная волна должна *уходить от границы раздела*. Для решения задачи можно применить следующее геометрическое построение. Будем проводить из точки O (рис. 296) во вторую среду прямые по всевозможным направлениям и на них откладывать длины волнового вектора \mathbf{k} . Поскольку направления \mathbf{k} и \mathbf{N} совпадают, а каж-

дому направлению N соответствуют два значения нормальной скорости, можно сказать также, что каждому направлению нормали N соответствуют два значения волнового числа k . Поэтому в результате построения получится сложная поверхность, состоящая из двух слоев. Будем называть ее поверхностью *волновых векторов*¹⁾. Она просто связана с поверхностью нормалей. Поскольку $k = \omega/v$, поверхность волновых векторов по отношению к поверхности нормалей является *обратной*: длины ее радиусов-векторов обратно пропорциональны длинам параллельных им радиусов-векторов поверхности нормалей.

Пересечем поверхность волновых векторов плоскостью падения — в сечении получатся две кривые (рис. 296). Отложим от точки O вдоль границы раздела тангенциальную составляющую $k_t = k_{1t}$ волнового вектора k и из конца этой составляющей восстановим перпендикуляр к границе раздела. Он пересечет указанные две кривые, вообще говоря, в двух точках A и B . Соединив эти точки с точкой O , получим два вектора \overline{OA} и \overline{OB} , каждый из которых может быть волновым вектором преломленной волны.

Тем самым определяются направления волновых нормалей N и соответствующие им значения нормальных скоростей. Поверхность волновых векторов позволяет построить поверхность нормалей, а затем лучевую поверхность и найти направления соответствующих лучей и лучевые скорости. Векторы N и s определяют направление магнитного поля H , поскольку оно перпендикулярно к плоскости (N, s) . Определятся и направления векторов D и E , т. е. поляризация обеих волн в кристалле. В общем случае направления лучей и волновых нормалей не совпадают. В оптически двуосных кристаллах оба луча, как правило, выходят из плоскости падения.

Если волна падает на кристалл из изотропной среды, то она может быть поляризована как угодно. В кристалл она вступит в виде двух линейно поляризованных волн. Если же первая среда также кристаллическая, то в направлении k_1 могут распространяться две волны с различными поляризациями и с различными нормальными скоростями. Их надо рассматривать как *независимые волны*. Каждая из них в кристалле расщепится на *две линейно поляризованные волны*. Во второй среде получится всего *четыре волны*.

Может случиться, что длина вектора k_{1t} окажется больше длины одного или обоих отрезков OC и OD , отсекаемых на оси X поверхностью волновых векторов. Тогда построение, выполненное на

¹⁾ Если вместо величины $k = \omega/v$ откладывать величину c/v , т. е. показатель преломления n , то получится поверхность, подобная поверхности волновых векторов. В кристаллооптике ее называют *индикатрисой* или *поверхностью показателей преломления*. Радиус-вектор этой поверхности дает значение показателя преломления для плоской волны, нормаль которой совпадает по направлению с этим радиусом-вектором.

рис. 296, станет невозможным. Возникнет либо одна преломленная волна, либо ни одной. Одна из волн или обе волны испытают *полное отражение*.

3. Таким же способом может быть решен вопрос о направлении и поляризации отраженного света. Надо только построить поверхность волновых векторов не во второй, а в первой среде. Если первая среда изотропна, то поверхность волновых векторов будет сферой. Возникнет только одна отраженная волна, причем угол падения будет равен углу отражения. Если же первая среда анизотропна, то при отражении волна расщепится на две линейно поляризованные волны, идущие в разных направлениях.