

# ГЛАВА VIII

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ОПТИКА

\* \*

### § 84. Классическая теория дисперсии света

1. Все среды, за исключением абсолютного вакуума, обладают *дисперсией*, т. е. зависимостью показателя преломления электромагнитных волн от их частоты. Наилучшим приближением к вакууму является межпланетное и межзвездное пространство. По астрофизическим данным средняя плотность вещества в межпланетном пространстве составляет около одного атома (иона) на  $1 \text{ см}^3$ . В межзвездном пространстве нашей Галактики средняя концентрация вещества — около  $10^{-2}$  атомов на  $1 \text{ см}^3$ , а в межгалактическом пространстве еще меньше. В лучших же вакуумных приборах она не меньше  $10^4$  атомов на  $1 \text{ см}^3$ , а обычно гораздо больше.

Отсутствие дисперсии у межзвездного пространства доказывается астрономическими наблюдениями над затмениями *двойных звезд*. Допустим, например, что красные лучи в межзвездном пространстве распространяются быстрее синих. Тогда при начале затмения должно было бы наблюдаться изменение цвета звезды от нормального к синему, а при окончании — от красного к нормальному. При колоссальных расстояниях до звезд этот эффект не мог бы ускользнуть от наблюдения, даже если бы разница в скоростях красных и синих лучей оказалась ничтожно малой. В действительности в видимой области спектра он обнаружен не был. Еще Араго на основании своих наблюдений над двойной звездой Альголь пришел к заключению, что разность между скоростями красных и синих лучей во всяком случае не может превышать одной стотысячной скорости света.

Конечно, отсутствие дисперсии видимого света в межзвездном пространстве экспериментально доказано лишь с той точностью, которую может обеспечить эксперимент. Наблюдения над *пульсарами* с помощью современных радиоприемных устройств позволили установить наличие дисперсии межзвездного пространства в области радиодиапазона (см. § 87).

2. Феноменологическая теория Максвелла, не содержащая никаких атомно-молекулярных констант, не давала объяснения дисперсии света. Для этого необходимы атомистические представления. Дисперсия света возникает в результате *вынужденных колебаний*

заряженных частиц — электронов и ионов — под действием переменного поля электромагнитной волны.

В классической теории Г. А. Лорентца строение колеблющихся систем — атомов и молекул — и их колебания описываются на основе классических представлений о движении и законов Ньютона. В нашем курсе мы можем в основном ограничиться только такой классической теорией. Теоретическому рассмотрению проще всего поддается *дисперсия в газах*, так как в этом случае в первом приближении можно не учитывать сложное взаимодействие атомов и молекул среды. Для не очень плотных газов основные предположения теории выполняются с меньшей натяжкой, чем в случае конденсированных сред. Поэтому экспериментальную проверку этих предположений лучше всего производить именно на газах, для которых и теория разработана лучше. В дальнейшем мы в основном ограничимся этим простейшим случаем.

Все электроны, входящие в атом, можно разделить на *периферийные*, или *оптические*, и *электроны внутренних оболочек*. На излучение и поглощение света в оптической области спектра оказывают влияние практически *одни только оптические электроны*. Собственные частоты электронов внутренних оболочек слишком велики, так что их колебания в поле световой волны практически не возбуждаются. Поэтому в теории дисперсии можно ограничиться рассмотрением одних только оптических электронов.

Для простоты предположим сначала, что в атоме есть *всего один оптический электрон*. В классической теории дисперсии оптический электрон рассматривается как *затухающий гармонический осциллятор*, колебания которого в поле световой волны описываются уравнением

$$m\ddot{r} = -kr - g\dot{r} + eE',$$

где  $m$  — масса,  $e$  — заряд электрона,  $-kr$  — *квазиупругая возвращающая сила*, стремящаяся вернуть электрон в положение равновесия,  $-g\dot{r}$  — сила, аналогичная *силе трения* и введенная для учета *поглощения света*,  $E'$  — напряженность электрического поля, *действующего* на электрон. Поле  $E'$ , вообще говоря, отличается от среднего макроскопического поля  $E$ , входящего в уравнения Максвелла (см. т. III, § 35), но в случае неплотных газов этим различием можно пренебречь. Разделив на  $m$ , приведем предыдущее уравнение к виду

$$\ddot{r} + 2\gamma\dot{r} + \omega_0^2 r = \frac{e}{m} E', \quad (84.1)$$

где  $\omega_0^2 = k/m$ ,  $2\gamma = g/m$ . Магнитной силой  $\frac{e}{c} [vH]$ , действующей на электрон, мы пренебрегли, так как скорость электрона  $v$  пренебрежимо мала по сравнению со скоростью света  $c$ . Эта сила проявляется лишь в *световом давлении*, которое в обычных условиях мало и

в разбираемом нами вопросе не играет существенной роли (см. задачу 2 к этому параграфу).

Все силы, действующие внутри атомов и молекул, имеют *электрическую природу*. Такими силами определяется и внутренняя структура этих частиц. Однако объяснить этими силами существование и структуру атомов и молекул на основе классических представлений оказалось невозможным. Это было сделано только в рамках *квантовой физики*. Никаких квазиупругих сил и сил трения, пропорциональных скорости заряженных частиц, в атомах и молекулах нет. Правильная теория дисперсии должна принимать во внимание только *реально существующие силы* и основываться на *квантовых законах*. Такую теорию дает квантовая механика. Однако она приводит к поразительному результату, что *в отношении дисперсии и поглощения света атомы и молекулы ведут себя так, как если бы среда представляла собой набор осцилляторов с различными собственными частотами и коэффициентами затухания, подчиняющихся классическим уравнениям движения Ньютона*.

Собственные частоты и коэффициенты затухания не могут быть вычислены на основе классической модели. В классической теории на них надо смотреть как на *формально введенные постоянные*. Вычисление этих постоянных и раскрытие их истинного физического смысла возможно только в *рамках квантовой теории*. На классическую же теорию надо смотреть как на теорию, дающую *модель диспергирующей среды*, которая приводит к правильным окончательным результатам, если к ней применять законы классической механики.

После этого замечания можно перейти к изложению классической теории дисперсии, не опасаясь, что смысл этой теории будет понят неправильно.

3. Предположим, что поле  $E$  представляется плоской волной  $E = Ae^{i(\omega t - kr)} = E_0(r) e^{i\omega t}$ . Амплитуда поля  $E_0 = Ae^{-ikr}$  меняется от точки к точке. Значит, в различных точках траектории электрон подвергается действию поля различной амплитуды. (Указанное обстоятельство приводит к явлению так называемой *пространственной дисперсии*.) Однако мы пренебрежем этим обстоятельством, предполагая, что амплитуда колебаний электрона  $r_0$  мала по сравнению с длиной волны  $\lambda$ . Для теории дисперсии имеет значение не общее, а только *частное решение* уравнения (84.1), представляющее *вынужденные колебания* осциллятора  $r = r_0 e^{i\omega t}$ . Амплитуда  $r_0$  найдется подстановкой этого выражения в (84.1). Если пренебречь различием между  $E$  и  $E'$ , то получится

$$r = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma} E. \quad (84.2)$$

Атом в электрическом поле приобретает дипольный момент  $P = er = \beta E$ , где  $\beta$  — поляризуемость атома, определяемая

формулой

$$\beta = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma}. \quad (84.3)$$

Если  $N$  — число атомов в единице объема, то вектор поляризации среды будет  $\mathbf{P} = N\mathbf{p} = N\beta\mathbf{E}$ , а индукция

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} = \varepsilon\mathbf{E}, \quad (84.4)$$

где

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma}. \quad (84.5)$$

Материальное уравнение  $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$  принимает такой же вид, как и в формальной теории Максвелла, с тем существенным отличием, что диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  теперь *зависит от частоты*  $\omega$ . Поэтому сохраняют силу все ранее полученные результаты, если в них постоянную  $\varepsilon$  заменить функцией  $\varepsilon(\omega)$ . Функция  $\varepsilon(\omega)$  получилась *комплексной*. Этого и следовало ожидать, так как в нашей модели учтено *поглощение света*. Введем комплексный показатель преломления по формуле

$$\sqrt{\varepsilon} = n - ik, \quad (84.6)$$

где  $n$  — *вещественный показатель преломления*, а  $k$  — *показатель затухания среды*. Обе функции  $n(\omega)$  и  $k(\omega)$  зависят от частоты. Таким образом, получают принципиальное, хотя и формальное объяснение не только дисперсия, но и абсорбция света.

Возведем (84.6) в квадрат и сравним вещественные и мнимые части полученного соотношения и соотношения (84.5). Тогда получим

$$n^2 - k^2 = 1 + 4\pi \frac{Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2} (\omega_0^2 - \omega^2), \quad (84.7)$$

$$nk = 4\pi \frac{Ne^2/m}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\gamma^2} \omega\gamma. \quad (84.8)$$

С помощью этих формул показатели преломления и затухания  $n$  и  $k$  можно выразить через частоту  $\omega$  и молекулярные параметры  $N$  и  $e^2/m$ .

Вдали от собственной частоты  $\omega_0$ , где  $2\omega\gamma \ll |\omega_0^2 - \omega^2|$ , мнимой частью в (84.5) можно пренебречь и получить приближенную формулу:

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (84.9)$$

Формула для  $n$  такого вида впервые была получена Зельмейером в 1871 г. <sup>1)</sup> в механической теории эфира. Конечно, в формуле

<sup>1)</sup> Как отметил Рэлей, формула (84.9) была получена двумя годами раньше Максвеллом, который еще в 1869 г. изложил основы механической теории дисперсии в виде экзаменационной задачи. Формулы Максвелла содержали также члены с затуханием,

самого Зельмейера нет никакого намека на связь показателя преломления с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и вообще со всякими величинами, характеризующими электрические свойства среды.

На рис. 297 сплошной линией представлен график функции  $\epsilon = \epsilon(\omega)$ . При переходе через точку  $\omega = \omega_0$  эта функция претерпевает скачок от  $+\infty$  до  $-\infty$ .

Показатель преломления  $n$  представлен штриховой, а показатель затухания  $\kappa$  — штрих-пунктирной линией. Величина  $n$  обращается в нуль на участке, где  $\epsilon(\omega) < 0$ . Показатель затухания  $\kappa$ , наоборот, на этом участке отличен от нуля, обращаясь в нуль при всех остальных частотах. Величина  $\kappa$  описывает именно *затухание*, а не поглощение волн, так как кривые рис. 297 относятся к модели *непоглощающей среды* (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  всюду вещественна).

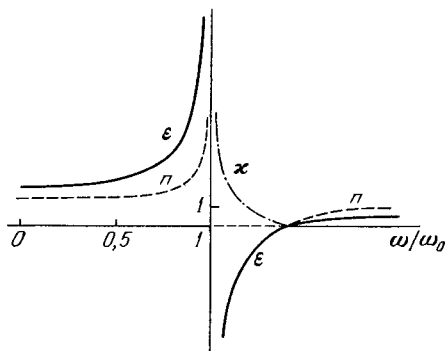


Рис. 297.

Впрочем, эти выводы имеют формальный характер, так как вблизи собственной частоты  $\omega_0$  соотношение  $2\omega\gamma \ll |\omega_0^2 - \omega^2|$  не выполняется, а потому формула (84.9) неприменима. В действительности при переходе через точку  $\omega = \omega_0$  величины  $\epsilon$ ,  $n$ ,  $\kappa$  должны

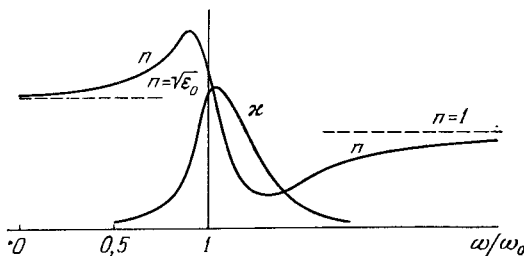


Рис. 298.

меняться непрерывно, нигде не обращаясь в бесконечность. В частности, поднимающаяся ветвь кривой  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  левее точки  $\omega = \omega_0$  должна переходить в опускающуюся, чтобы сомкнуться с другой поднимающейся ветвью, расположенной правее той же точки.

Это замечание позволяет без особого труда представить ход кривых  $n$  и  $\kappa$  в окрестности полосы поглощения. Типичный вид кривых  $n = n(\omega)$  и  $\kappa = \kappa(\omega)$  приведен на рис. 298. Там, где по-

поглощение невелико, показатель преломления  $n(\omega)$  возрастает с частотой. В этом случае говорят, что *дисперсия нормальная*. В области сильного поглощения  $n(\omega)$  уменьшается с частотой. Такую дисперсию называют *аномальной*. Ее трудно наблюдать из-за сильного поглощения.

4. Теоретические соображения, изложенные выше, справедливы не только для электронов, но и для ионов, и притом в последнем случае классические представления более обоснованы ввиду относительно больших масс ионов. Во всех телах наблюдается не одна, а несколько полос поглощения. Чтобы это учесть, в классической модельной теории принимается, что вещество построено из частиц *различного типа* — электронов и ионов, которые ведут себя как заглушающие гармонические осцилляторы с *различными собственными частотами*. В газах можно пренебречь их взаимодействием. Тогда формула (84.5) принимает вид

$$\epsilon = 1 + \sum_k \frac{4\pi N_k e_k^2 / m_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\omega\gamma_k}, \quad (84.10)$$

где  $N_k$ ,  $m_k$ ,  $e_k$ ,  $\omega_k$ ,  $\gamma_k$  — концентрация, масса, заряд, собственная частота и коэффициент затухания осциллятора  $k$ -го типа, а суммирование ведется по всем  $k$ . Каждой собственной частоте соответствует своя линия поглощения, вблизи которой показатель преломления меняется аномально. Общий ход показателя преломления в зависимости от частоты представлен схематически на рис. 299.

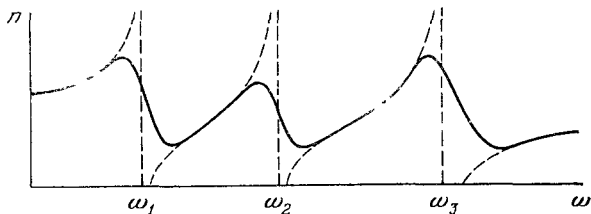


Рис. 299.

Сравнивая формулу (84.10) с опытом, можно найти коэффициенты  $C_k \equiv N_k e_k^2 / m_k$ . По этим данным можно оценить удельные заряды  $e_k / m_k$  и вывести заключения относительно природы осцилляторов. Действительно, заряды  $e_k$  по порядку величины не могут существенно отличаться от элементарного заряда  $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$  СГСЭ, а  $N_k$  — от числа атомов в единице объема, т. е. от  $N_{\text{Ав}} \rho / A$ , где  $N_{\text{Ав}}$  — число Авогадро,  $\rho$  — плотность вещества,  $A$  — атомная масса (по старой терминологии — атомный вес). Таким образом,

$$C_k = \frac{N_k e_k^2}{m_k} \approx \rho \frac{N_{\text{Ав}} e}{A} \frac{e_k}{m_k} = \rho \frac{F e_k}{A m_k},$$

где  $F \equiv N_{\text{Ав}}e = 2,9 \cdot 10^{14}$  СГС · г-эkv<sup>-1</sup> — число Фарадея. С помощью этой формулы и можно оценить величины  $e_k/m_k$ . Таким путем, в согласии с теоретическими представлениями, было найдено, что все осцилляторы отчетливо подразделяются на две группы: у одной удельные заряды по порядку величины такие же, как у электронов, у другой — как у ионов. Первым соответствуют полосы поглощения, лежащие в *ультрафиолетовой* (реже — *в видимой*), вторым — в *инфракрасной области спектра*.

5. Формула (84.10) и соответствующие ей формулы для  $n$  и  $k$  применимы и в случае *металлов*. В инфракрасной области спектра основную роль играют *свободные электроны*, для которых следует положить  $\omega_k = 0$ . Влияют также ионы вблизи их собственных частот. В видимой и примыкающей к ней ультрафиолетовой областях спектра формула (84.10) удовлетворительно согласуется с опытом, если наряду со свободными учесть также электроны, *связанные в ионах металла* (колебания самих ионов в этих областях спектра не играют роли).

6. Учтем теперь, хотя далеко не безупречным способом, взаимодействие молекул, поляризованных электрическим полем световой волны. Для этого воспользуемся методом *действующего поля*. В кристаллах кубической системы, построенных из точечных и изотропных атомов, поле  $E'$ , действующее на молекулу, связано со средним максвелловским полем  $E$  соотношением

$$E' = E + \frac{4\pi}{3} P \quad (84.11)$$

(см. т. III, § 35). То же соотношение приближенно справедливо для изотропных газов и жидкостей, построенных из изотропных молекул, если под  $E'$  понимать действующее поле, усредненное по положениям центров молекул в физически бесконечно малом объеме среды. Формула (84.11) выведена в электростатике, но ею можно приближенно пользоваться и в случае переменных полей, когда длина волны велика по сравнению с межмолекулярными расстояниями.

Будем предполагать, что все молекулы одинаковы и каждая из них содержит только один оптический электрон. Кроме того, пренебрежем затуханием, предполагая, что частота  $\omega$  далека от полосы поглощения. В этих предположениях все, что нужно сделать, — это заменить в уравнении (84.1)  $E'$  выражением (84.11). Последующие вычисления крайне элементарны, но мы опустим их, так как они уже были выполнены в электростатике (см. т. III, § 35). Там по методу, в точности совпадающему с излагаемым здесь, была получена формула Мосотти — Клаузиуса:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} N\beta. \quad (84.12)$$

Подставив сюда  $\varepsilon = n^2$  и выражение для  $\beta$  из формулы (84.3), придем к соотношению

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{4\pi}{3} \frac{Ne^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (84.13)$$

Эта формула была одновременно (1880 г.) получена в электронной теории голландским физиком Г. А. Лорентцом и датским физиком Л. Лоренцом (1829—1891) еще из домаквелловских представлений о свете. Она называется *формулой Лорентца — Лоренца*. Из нее следует, что для данного вещества при неизменной частоте  $\omega$  должно выполняться соотношение

$$r \equiv \frac{1}{\rho} \frac{n^2-1}{n^2+2} = \text{const}, \quad (84.14)$$

поскольку концентрация  $N$  молекул пропорциональна плотности вещества  $\rho$ . Величина, стоящая в левой части этого соотношения, называется *удельной рефракцией*. Таким образом, согласно формуле Лорентца — Лоренца *удельная рефракция вещества не должна изменяться при изменении плотности*.

В ряде случаев формула (84.14) хорошо выполняется. Так, для воздуха при изменении давления от 1 до 200 атм постоянство удельной рефракции выполняется с ошибкой, не превышающей 0,1%. Нередко удельная рефракция остается приблизительно постоянной даже при переходе вещества из парообразного состояния в жидкое. Так, при ожижении газообразного кислорода (изменение плотности в 800 раз) или конденсации водяного пара (изменение плотности в 1200 раз) удельная рефракция остается постоянной с точностью до 2—3%. Эти факты удивительны, так как в приведенных примерах предположения, в которых выведена формула (84.11), несомненно, не выполняются. Имеется, однако, много случаев отступлений от формулы (84.14).

7. Еще более удивительно эмпирическое правило, по которому можно приближенно вычислять рефракцию смеси или химического соединения. Если вещество состоит из одинаковых частиц (атомов или молекул), то  $\delta = Nm$ , где  $m$  — масса одной частицы. Поэтому из формулы (84.12) с учетом соотношения  $\varepsilon = n^2$  получаем

$$\beta = \frac{3}{4\pi} mr. \quad (84.15)$$

Поляризуемость частицы  $\beta$ , а с ней и величина  $mr$  есть свойство *только самой частицы*. Правило, которое было упомянуто выше, состоит в том, что *поляризуемость частицы аддитивна, т. е. поляризуемость сложной частицы равна сумме поляризуемостей частиц, из которых она состоит*. Следовательно,

$$mr = \sum m_i r_i, \quad (84.16)$$



где  $m$  и  $m_i$  — массы составной и составляющих частиц, а  $r$  и  $r_i$  — удельные рефракции соответствующих им химических веществ. Удивительно, что правило это относится не только к механическим смесям, но и к *химическим соединениям*. Возьмем в качестве составляющих частиц атомы, а составных — молекулы. Тогда  $m_i = = A_i m_H$ ,  $m = M m_H$ , где  $m_H$  — масса атома водорода, а  $M$  и  $A_i$  — соответствующие молекулярная и атомные массы (веса по старой терминологии). Поэтому формула (84.16) переходит в

$$Mr = \sum A_i r_i. \quad (84.17)$$

Произведение удельной рефракции на атомную массу называется *атомной*, а на молекулярную массу — *молекулярной рефракцией*. Таким образом, *молекулярная рефракция химического соединения равна сумме атомных рефракций*.

В книге Борна <sup>1)</sup> приведены обширные таблицы, подтверждающие формулу Лорентца — Лоренца и аддитивность атомной рефракции. Там же приведены примеры и значительных отступлений от этих правил.

8. Помимо дисперсии, связанной с вынужденными колебаниями электронов и ионов, существует другой вид дисперсии, на который обратил внимание Дебай. Она проявляется в средах с *полярными молекулами*, главным образом в жидкостях. Полярные — это такие молекулы, которые обладают «твердыми» дипольными моментами, обусловленным несимметричным распределением зарядов внутри молекулы. Полярные молекулы могут обладать и «индуцированными» дипольными моментами, возбуждаемыми внешним электрическим полем. Как правило, индуцированные моменты полярных молекул малы по сравнению с твердыми.

В отсутствие электрического поля дипольные моменты полярных молекул изотропной среды ориентируются в пространстве по всем направлениям и притом хаотически. В этом случае среда никакой электрической поляризации не обладает. При наложении электрического поля оно стремится ориентировать дипольные моменты молекул вдоль поля, причем эта ориентация постоянно нарушается из-за теплового движения. В результате в среде возникает электрическая поляризация (см. т. III, § 36). Если электрическое поле меняется во времени с частотой  $\omega$ , то с той же частотой будет меняться эта «ориентационная» поляризация и обусловленная ею диэлектрическая проницаемость среды. Амплитуды вынужденных вращений полярных молекул зависят от частоты  $\omega$  приложенного электрического поля. С этим связана дисперсия *вращательной части* диэлектрической проницаемости и показателя преломления.

Не входя в подробное количественное рассмотрение, ограничимся качественными замечаниями.

<sup>1)</sup> Макс Борн. Оптика. Государственное научно-техническое издательство Украины. Харьков, Киев, 1937.

В полях низких частот успевает установиться такая же мгновенная поляризация среды, как и в статических полях. В такой области частот величины  $\epsilon$  и  $n$  практически постоянны, т. е. не зависят от  $\omega$ . Если дипольные моменты полярных молекул велики, как, например, у воды и спиртов, то в этой области частот значения  $\epsilon$  и  $n$  велики. Так, в случае воды  $\epsilon = 81$ ,  $n = \sqrt{\epsilon} = 9$ .

В другом предельном случае очень высоких частот дипольные молекулы не успевают заметно поворачиваться за времена порядка периода световых колебаний. В этой области частот практически нет вынужденных вращений молекул, т. е. вращательные части  $\epsilon$  и  $n$  выпадают. Поэтому должна существовать промежуточная область частот, в которой величины  $\epsilon$  и  $n$  аномально сильно уменьшаются до тех значений, которые они принимают в оптической области спектра. Такая область частот у воды и спиртов лежит в диапазоне сантиметровых радиоволн. За пределами этой области (со стороны высоких частот) молекулы начинают вести себя так, как если бы они не были полярными. Этим объясняется резкое расхождение между показателем преломления воды  $n$  в оптической области спектра и значением  $\sqrt{\epsilon}$  в электростатике и области низкочастотных электромагнитных волн.

Этим же объясняется, почему в оптике магнитную проницаемость  $\mu$  почти всегда можно считать равной единице для всех веществ. Действительно, механизм намагничивания — такой же, как и поляризации полярных диэлектриков. Он состоит в ориентации магнитных моментов атомов и молекул во внешнем магнитном поле. Но этот эффект не имеет места в высокочастотных полях, видимой и примыкающих к ней областях спектра.

9. Подводя итоги, дадим схематический обзор дисперсии во всем диапазоне частот электромагнитных волн. В области радиоволн длиннее примерно 1 см существенна только одна собственная частота  $\omega_0 = 0$ , которой обладают свободные электроны или ионы. В указанном радиодиапазоне дисперсией практически могут обладать *только ионизованные газы* (см. § 86). Если свободных электронов или ионов нет, то в этом диапазоне нет и дисперсии.

В полярных диэлектриках дисперсия появляется примерно с сантиметрового диапазона радиоволн. Показатель преломления убывает с частотой, т. е. дисперсия *аномальна*, а поглощение велико.

По мере приближения к собственным частотам ионов дисперсия становится *нормальной*, а внутри самой полосы поглощения, обусловленной колебаниями ионов, — *аномальной*. После прохождения через инфракрасную область поглощения вдали от нее вынужденные колебания ионов практически прекращаются. Здесь, а также в видимой и ультрафиолетовой областях спектра дисперсия вызывается колебаниями *только связанных оптических электронов*. В прозрачной области (точнее, области слабого поглощения) она

имеет *нормальный*, а в области сильного поглощения — *аномальный* характер. Полоса поглощения лежит обычно в области ультрафиолета, а иногда в видимой области.

При переходе через полосу поглощения, т. е. область аномальной дисперсии, обусловленную колебаниями электронов, дисперсия снова становится *нормальной*. Если частота  $\omega$  велика по сравнению со всеми собственными частотами электронов, то в формуле (84.10) величинами  $\omega_k^2$  можно пренебречь по сравнению с  $\omega^2$ . Мы вступили в область *мягкого рентгеновского излучения*. Если не учитывать поглощения и заметить, что в колебаниях принимают участие одни только электроны, то дисперсионной формуле (84.10) в указанной области спектра можно придать вид

$$n^2 = 1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2}. \quad (84.18)$$

Показатель преломления здесь *меньше единицы*, хотя и очень мало отличается от нее. Его удалось измерить, наблюдая отклонение рентгеновских лучей в призме из различных материалов, хотя этот метод и не может дать большой точности.

Более надежные результаты дают измерения предельного угла полного отражения, испытываемого рентгеновскими лучами при переходе из воздуха в твердое тело ( $n < 1$ ). Оказалось, что показатель преломления рентгеновских лучей меньше единицы на величину порядка  $(10^{-5} - 10^{-6})\rho$ , где  $\rho$  — плотность вещества. Так, в случае стекла (крон с плотностью 2,52) для  $\lambda = 0,1279$  нм он оказался равным  $n = 0,999995 = 1 - 5 \cdot 10^{-6}$ .

При увеличении жесткости рентгеновского излучения резонансные явления могут проявляться на *электронах внутренних оболочек атомов*, связанных с ними более сильно, чем оптические электроны. Действительно, удалось наблюдать аномальную дисперсию рентгеновских лучей вблизи частот их истинного фотоэлектрического поглощения.

### ЗАДАЧИ

1. Найти максимальную скорость вынужденных колебаний свободного электрона в поле солнечного излучения вблизи земной поверхности (см. задачу к § 5). Определить также отношение максимальной силы  $F_B$ , действующей на такой электрон со стороны магнитного поля, к максимальной силе  $F_E$ , действующей со стороны электрического поля. Поле солнечного излучения заменить монохроматическим  $\mathbf{E} = E_0 \cos \omega t$  с длиной волны  $\lambda = 550$  нм.

Решение. В уравнении движения свободного электрона  $m\dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{vB}])$  пренебрежем действием магнитного поля. Тогда

$$m\dot{\mathbf{v}} = e\mathbf{E} = eE_0 \cos \omega t, \quad \mathbf{v} = \frac{e}{m\omega} E_0 \sin \omega t, \quad v_{\max} = \frac{eE_0}{m\omega} = \frac{eE_0\lambda}{2\pi mc}.$$

Так как  $\bar{E}^2 = \frac{1}{2} E_0^2 = 5,85 \cdot 10^{-4}$ , то  $E_0 = \sqrt{2\bar{E}^2} = 0,034$  СГСЭ. Подставляя это значение, получим

$$v_{\text{макс}} = 5,3 \text{ см/с}, \quad \frac{F_B}{F_E} = \frac{v_{\text{макс}}}{2c} = 0,9 \cdot 10^{-10}.$$

2. Определить среднюю силу светового давления на гармонический затухающий осциллятор, колеблющийся в поле монохроматической однородной световой волны. Рассчитать также среднюю энергию  $\epsilon$ , поглощаемую осциллятором в одну секунду, и выразить через нее среднюю силу светового давления. Показать, что если бы поглощения света не было, то средняя сила светового давления равнялась бы нулю.

**Решение.** В месте нахождения осциллятора электромагнитное поле имеет вид  $\mathbf{E} = A e^{i\omega t}$ ,  $\mathbf{B} = A b e^{i\omega t}$ , где  $e$  и  $b$  — взаимно перпендикулярные единичные векторы. Пренебрегая сначала действием магнитного поля, дифференцированием (84.2) находим

$$v = \frac{i\omega e/m}{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\omega\gamma} E.$$

Сила, действующая на электрон со стороны магнитного поля,  $F = \frac{e}{c} [\mathbf{vB}]$ . Поскольку, однако, вычисления ведутся в комплексной форме, следует заменить это выражение на

$$F = \frac{e}{4c} [(v + v^*)(B + B^*)].$$

Для средней силы получаем

$$\bar{F} = \frac{e}{4c} \{[v^*B] + [vB^*]\},$$

или после простых преобразований

$$\bar{F} = \frac{m\gamma}{c} v v^* [eb].$$

Отсюда видно, что средняя сила светового давления направлена в сторону векторного произведения  $[eb]$ , т. е. в сторону распространения волны.

Энергия, поглощаемая в единицу времени:

$$\int_0^1 2m\gamma \left( \frac{v + v^*}{2} \right)^2 dt,$$

а ее среднее значение

$$\epsilon = \int_0^1 m\gamma v v^* dt = m\gamma v v^*.$$

Таким образом,

$$F = \epsilon/c. \quad (84.19)$$

Эта формула может быть получена из простых соображений. Излучение, поглощаемое атомом вещества, передает ему не только энергию  $\epsilon$ , но и связанный с ней импульс  $g = \epsilon/c$ , который проявляется в силах светового давления.

Если свет распространяется через поглощающий газ, то, согласно изложенному, он должен производить на него давление. Впервые такое предположение высказал Келлер, изучая формы кометных хвостов. Экспериментальное доказательство существования светового давления на газы было дано П. Н. Лебедевым (1910 г.).