(со стороны коротких волн) — вверх (рис. 304). В вершине крюка должно быть $dy_k/dx = 0$, или $dy_k/d\lambda = 0$, т. е.

$$k + l\frac{dn}{d\lambda} - l_{\text{ст}}\frac{dn_{\text{ст}}}{d\lambda} = 0,$$

или

$$l\frac{dn}{d\lambda} = -k + l_{\text{ст}}\frac{dn_{\text{ст}}}{d\lambda}. \tag{86.6}$$

Последнее слагаемое, как уже указывалось, пренебрежимо мало, а первое может быть вычислено по формуле (86.5). Таким образом, по формуле (86.6) можно вычислить значения дисперсии газа $dn/d\lambda$ для тех значений λ, которые соответствуют вершинам крюков, т. е. точкам загиба интерференционных полос.

Уже в начале своих исследований Рождественский убедился, что вдали от линии поглощения формула Зельмейера правильно передает ход показателя преломления в зависимости от длины волны. Эту формулу следует писать в виде

$$n^2 = 1 + 4\pi\frac{Nfe^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2} = 1 + \frac{Nf\lambda_0^2\lambda^2e^2/m}{\pi c^2(\lambda^2 - \lambda_0^2)}, \tag{86.7}$$

где f — сила осциллятора. Обозначим через $\Delta\lambda$ расстояние вершины одного из крюков от линии поглощения λ_0 (тогда расстояние между вершинами обоих крюков будет $2\Delta\lambda$). Вычислим по формуле (86.7) производную $dn/d\lambda$, учитывая при этом, что $|\Delta\lambda| \ll \lambda_0$ и $n - 1 \ll 1$. Тогда из формулы (86.6), пренебрегая последним слагаемым, найдем

$$f = \frac{4\pi c^2 k}{Nl\lambda_0^3 e^2/m} = \frac{4\pi c^2(n_{\text{ст}} - 1)\,l_{\text{ст}}}{Nl\lambda_0^4 le^2/m}(\Delta\lambda)^2. \tag{86.8}$$

Таким образом, силу осциллятора можно найти по расстоянию между вершинами крюков.

§ 87. Дисперсия плазмы

1. Плазма есть ионизованный газ, в котором электроны и ионы могут рассматриваться как свободные частицы с собственными частотами, равными нулю (см. т. III, § 121). Диэлектрическая проницаемость плазмы определяется в основном *свободными электронами*. Влиянием ионов можно пренебречь, так как их массы практически бесконечно велики по сравнению с массами легких электронов. Полагая в формуле (84.5) $\omega_0 = 0$ и пренебрегая затуханием, получим для плазмы

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2, \tag{87.1}$$

где введено обозначение

$$\omega_p^2 = 4\pi Ne^2/m, \tag{87.2}$$

а N означает концентрацию свободных электронов. Величина ω_p называется *плазменной* или *ленгмюровской частотой*. Частота ω_p играет для плазмы роль *собственной частоты*. Однако она характеризует не отдельные частицы, а *весь коллектив заряженных частиц*, из которых состоит плазма.

Чтобы понять, как может появиться такая «собственная частота» у коллектива частиц, каждая из которых в отдельности собственными частотами не обладает, рассмотрим следующий пример. Допустим, что нейтральная плазма занимает пространство между бесконечными плоскостями, перпендикулярными к оси X. Среднее электрическое поле в такой нейтральной плазме равно нулю. Сместим все электроны плазмы параллельно оси X на малое расстояние x (рис. 305), а ионы оставим несмещенными. Тогда на границах плазмы возникнут электрические заряды с поверхностной плотностью $\sigma = Nex$, и в плазме возникнет электрическое поле $E = 4\pi\sigma = 4\pi Nex$. На каждый электрон будет действовать квазиупругая сила $F = 4\pi Ne^2x$. Если плазму предоставить самой себе, то возникнет свободное гармоническое колебание электронов с собственной частотой $\sqrt{4\pi Ne^2/m}$. Но это и есть плазменная частота.

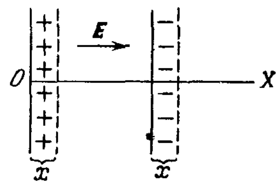

Рис. 305.

2. Для плазменной частоты $\omega = \omega_p$ диэлектрическая проницаемость ε обращается в нуль. При $\omega > \omega_p$ величина ε (а с ней и показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$) положительна, но меньше единицы. При $\omega < \omega_p$ диэлектрическая проницаемость ε отрицательна, а показатель преломления чисто мнимый, т. е. $n = -i\varkappa$. Поэтому длинные электромагнитные волны (частота которых $\omega < \omega_p$) в плазме распространяться не могут. Они могут проникать только в тонкий поверхностный слой плазмы, испытывая от него полное отражение. Действительно, предположим, что падающая волна поляризована перпендикулярно к плоскости падения. (Случай другой поляризации разбирается так же.) Тогда по формуле Френеля

$$\frac{R}{\mathscr{E}} = \frac{\cos\varphi - \sqrt{\varepsilon}\cos\psi}{\cos\varphi + \sqrt{\varepsilon}\cos\psi} = \frac{\cos\varphi + i\varkappa\cos\psi}{\cos\varphi - i\varkappa\cos\psi},$$

причем $\sin\varphi/\sin\psi = \sqrt{\varepsilon} = -i\varkappa$. Следовательно, $\cos\psi = \sqrt{1-\sin^2\psi} = \sqrt{1+\sin^2\varphi/\varkappa^2}$. Таким образом, $\cos\psi$ — величина вещественная, а потому $|R/\mathscr{E}| = 1$, что и доказывает наше утверждение.

Изложенное играет исключительно важную роль в осуществлении на Земле *дальней радиосвязи*. В земной атмосфере имеется ионизованная область, называемая *ионосферой*. Она начинается примерно с высоты 60 км и простирается, по-видимому, до высот $\sim$20 000 км. Основными источниками ионизации ионосферы являются ультрафиолетовое излучение Солнца и мягкое (от 0,8 до 30 нм) рентгеновское излучение солнечной короны. Другим источником служит корпускулярное излучение Солнца. Концентрация электронов N меняется с высотой неравномерно. Имеется несколько относительных максимумов ионизации, расположенных на различных высотах. Область ионосферы, содержащая один из таких максимумов, условно называется *ионосферным слоем*. Слои, расположенные в порядке возрастания высоты, обозначаются через D, E_1, E_2, F_1, F_2. Максимумы электронной концентрации в них меняются примерно в пределах 10^4 — 10^6 электронов на см^3. Концентрация электронов зависит от географической широты места и испытывает регулярные суточные и годичные изменения. Летом она больше, чем зимой, днем больше, чем ночью. Кроме того, наблюдаются *спорадические* изменения концентрации, вызванные вспышками на Солнце и пр.

Посмотрим теперь, как радиоволны, излученные какой-либо радиостанцией A, находящейся на земной поверхности, могут достигнуть приемника B, расположенного также на земной поверхности на расстоянии нескольких тысяч километров. Прямой путь через землю исключен, так как радиоволны в земле сильно поглощаются из-за ее высокой электрической проводимости. Показатель преломления неионизованного воздуха очень мало отличается от единицы, так что рефракция радиоволн практически не играет роли. Если бы не было ионосферы, то единственным способом достигнуть приемника B была бы дифракция. Но приемник B расположен глубоко в области геометрической тени на расстоянии в тысячи или десятки тысяч длин волн от ее границы. При таких условиях интенсивность дифрагированной волны в точке нахождения приемника B будет ничтожно мала, и никакой приемник практически не сможет обнаружить эту волну. Положение меняется при наличии ионосферы, так как радиоволна может *отразиться от ионосферы* и таким путем достигнуть приемника. Только благодаря такому отражению возможна передача радиосигналов на земной поверхности на многие тысячи километров.

3. Найдем связь между фазовой v и групповой u скоростями электромагнитных волн в плазме при $\omega > \omega_p$. Используя выражение (87.1), для волнового числа k получаем

$$c^2k^2 = \omega^2\varepsilon = \omega^2 - \omega_p^2.$$

Дифференцирование этого соотношения дает: $c^2k\,dk = \omega\,d\omega$, т. е. $(\omega/k)\,(d\omega/dk) = c^2$, или

$$vu = c^2. \tag{87.3}$$

Фазовая скорость в плазме

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}} \tag{87.4}$$

всегда больше скорости света в вакууме. Для групповой скорости соотношение (87.3) дает

$$u = c^2/v = c\sqrt{1-\omega_p^2/\omega^2}. \tag{87.5}$$

Она всегда меньше c, как это и должно быть.

Отметим интересное астрофизическое применение формулы (87.5). После открытия Хьюишем в 1967 г. *пульсаров* (*нейтронных звезд*) сразу же было обнаружено, что *длинноволновые сигналы доходят от пульсаров до Земли медленнее коротковолновых.* (В этом можно убедиться, принимая один и тот же сигнал с помощью двух радиоприемников, настроенных на разные частоты.) Это было объяснено влиянием *межзвездной плазмы*, через которую проходит сигнал. Квазимонохроматический сигнал распространяется в межзвездной плазме с групповой скоростью (87.5). Время распространения сигнала от пульсара до Земли определяется интегралом $t=\int dx/u$ по всему пути сигнала. Концентрация свободных электронов N, а с ней и плазменная частота ω_p имеют разные значения в разных точках пути. Однако всюду $\omega_p \ll \omega$, так что можно ограничиться первым членом разложения подынтегрального выражения по степеням отношения ω_p^2/ω^2. Это дает

$$t = \frac{1}{c}\int dx\,(1-\omega_p^2/\omega^2)^{-1/2} = \frac{1}{c}\int dx\left(1+\frac{1}{2}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right).$$

По сравнению с вакуумом время распространения сигнала увеличивается на

$$\Delta t = \frac{1}{2c\omega^2}\int \omega_p^2\,dx = \frac{\lambda^2 e^2}{2\pi c m c^2}\int N\,dx = \frac{\lambda^2 r}{2\pi c}\int N\,dx,$$

где $r = e^2/(mc^2) \approx 2{,}8\cdot 10^{-13}$ см — *классический радиус электрона.*

Интеграл $\int N\,dx$ имеет смысл полного числа электронов в цилиндрическом канале, поперечное сечение которого равно 1 см^2, а длина — пути, пройденному сигналом от пульсара до Земли. Он является одной из интегральных характеристик межзвездной плазмы на пути распространения сигнала. Несмотря на ничтожную концентрацию такой плазмы, из-за колоссальности расстояний до пульсаров величина этого интеграла оказалась достаточной, чтобы обнаружить запаздывание (в области сантиметровых волн) длинноволновых сигналов относительно коротковолновых. Таким путем впервые были оценены расстояния до пульсаров. В предположении, что на пути от пульсаров к Земле около 10% атомов водорода ионизовано, было найдено, что расстояния до большинства зарегистрированных пульсаров лежат между 200 и 7000 световых лет.