

— существенно положительная величина. В плоской волне $\epsilon(EE^*) = \mu(HH^*)$. Поэтому

$$\frac{d(\omega\epsilon)}{d\omega} + \frac{\mu}{\epsilon} \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} > 0.$$

Это неравенство должно соблюдаться для любых сред, у которых знаки ϵ и μ совпадают, поскольку оно выведено в предположении, что в среде может распространяться однородная монохроматическая волна, для которой $k^2 = \epsilon\mu\omega^2/c^2 > 0$. В том же предположении имеет смысл говорить о групповой скорости. Преобразовав предыдущее неравенство к виду

$$\mu \frac{\omega}{k} \frac{d\omega}{dk} = \mu v u > 0,$$

легко получить требуемый результат.

§ 89. Поглощение света и уширение спектральных линий

1. В классической теории дисперсии поглощение (затухание) излучения учитывается формально с помощью тормозящей силы $-g\mathbf{r} = -2m\gamma\mathbf{v}$ в уравнении (84.1). Благодаря этому амплитуда колебаний убывает во времени экспоненциально по закону $\exp(-\gamma t)$, а энергия колебаний — по закону

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{-2\gamma t} = \mathcal{E}_0 e^{-t/\tau}. \quad (89.1)$$

Физическая природа тормозящей силы $-g\mathbf{v}$ при этом остается нераскрытой.

Планк развил теорию дисперсии и поглощения света в предположении, что колеблющийся осциллятор (электрон), двигаясь ускоренно, непрерывно теряет энергию на излучение. Эта убыль энергии на излучение определяется формулой

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} \dot{\mathbf{v}}^2 \quad (89.2)$$

(см. т. III, § 141). Применим эту формулу к осциллятору. Если потеря энергии осциллятора за период колебаний относительно мала, то колебания будут отличаться от гармонических мало. Тогда можно считать, что средние за период колебаний значения кинетической и потенциальной энергий осциллятора одинаковы, а потому среднее значение его полной энергии равно удвоенному среднему значению кинетической энергии. Но полная энергия \mathcal{E} слабо затухающего осциллятора в течение периода колебаний остается почти постоянной, так что $\bar{\mathcal{E}} \approx \mathcal{E}$. В случае слабо затухающих колебаний $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_0 \sin(\omega_0 t + \delta)$, $\dot{\mathbf{v}} = \omega_0 \mathbf{v}_0 \cos(\omega_0 t + \delta)$. Возведя последнее соотношение в квадрат и усреднив по периоду колебаний, получим

$$\langle \dot{\mathbf{v}}^2 \rangle = \omega_0^2 \langle \mathbf{v}^2 \rangle = \omega_0^2 \mathcal{E}/m.$$

Усреднив теперь по времени формулу (89.2), найдем

$$-\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{2e^2\omega_0^2}{3mc^3} \mathcal{E}.$$

Стсюда снова получается формула вида (89.1). Таким образом, излучение проявляется так, как если бы на колеблющийся заряд действовала тормозящая сила $-2m\gamma v$, причем

$$\gamma = \frac{1}{3} \frac{e^2\omega_0^2}{mc^3}. \quad (89.3)$$

Затухание, обусловленное излучением, называется *естественным затуханием*. Время естественного затухания $\tau_{\text{изл}}$, в течение которого энергия убывает в e раз, равно

$$\tau_{\text{изл}} = \frac{1}{2\gamma} = \frac{3mc^3}{2e^2\omega_0^2} = \frac{3mc}{8\pi^2e^2} \lambda^2 = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{\lambda}{r}\right) \left(\frac{\lambda}{c}\right), \quad (89.4)$$

где $r = e^2/(mc^2) = 2,8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона. Для длины волны $\lambda = 600$ нм эта формула дает $\tau_{\text{изл}} = 1,63 \cdot 10^{-8}$ с.

2. Затухание делает колебания немонахроматическими. Это приводит к *уширению спектральных линий*. Ширина спектральной линии, обусловленная затуханием вследствие излучения, называется *естественной шириной спектральной линии*. Для ее вычисления поле излучения $E = E_0 \exp(-\gamma t) \sin \omega_0 t$ надо разложить в интеграл Фурье. Квадраты коэффициентов этого разложения определяют *относительные спектральные плотности излучения* $I(\omega)$, т. е. распределение энергии в спектральной линии по спектру частот. Результат выражается ранее выведенной формулой (29.10), которую здесь мы запишем в виде

$$I(\omega) = \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + 1/(2\tau_{\text{изл}})^2}, \quad (89.5)$$

заменяв прежнее время τ на $2\tau_{\text{изл}}$. (Прежнее время τ определяло *затухание по амплитуде*, а здесь через $\tau_{\text{изл}}$ обозначено *время затухания по энергии*.) Форма спектральной линии приведена на рис. 307 для значения параметра $\omega_0\tau_{\text{изл}} = 5$, которое, конечно, слишком мало. (В приведенном выше численном примере $\omega_0\tau_{\text{изл}} = 2\pi c\tau_{\text{изл}}/\lambda \approx \approx 5 \cdot 10^5$.) Время затухания для спектральных линий, излучаемых

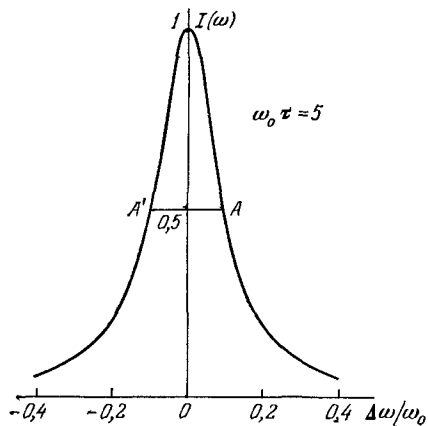


Рис. 307.

газами, в действительности много больше, а сами спектральные линии много уже, чем на кривой рис. 307.

Ширину спектральной линии принято характеризовать расстоянием между точками A и A' , расположенными по разные стороны от центра линии, в которых интенсивность света равна половине интенсивности в центре линии. Это расстояние называется *полушириной спектральной линии*. Естественная полуширина спектральной линии, как это следует из формулы (89.5), равна

$$\Delta\omega = 1/\tau_{\text{изл}} = 2\gamma. \quad (89.6)$$

В квантовой физике, где излучение связывают с переходом атома с более высокого энергетического уровня на более низкий (из возбужденного состояния в нормальное), величина $\tau_{\text{изл}}$ имеет смысл *времени жизни возбужденного состояния*. Здесь, как и в классической физике, формула (89.6) является следствием общего соотношения (29.8), согласно которому $\Delta\omega \cdot \tau_{\text{изл}} \sim 1$.

Естественное затухание свечения изолированных атомов и соответствующее ему уширение спектральных линий на опыте исследовалось В. Вином в 1919—1927 гг. В его опытах каналовые лучи, состоявшие из светящихся атомов, проходили через узкое отверстие ($0,1 \times 3$ мм²) в пространство, где с помощью мощных насосов поддерживался высокий вакуум ($< 0,001$ мм рт. ст.). В этом пространстве атомы двигались без столкновений, но их свечение постепенно затухало по мере удаления от входного отверстия. По затуханию свечения можно было оценить время естественного затухания. Для этого надо было знать среднюю скорость движения атомов каналовых лучей. Она измерялась по доплеровскому смещению спектральных линий при наблюдении вдоль направления каналовых лучей и оказалась порядка $5 \cdot 10^7$ см/с (для атомов водорода). Из своих опытов Вин нашел для времени затухания τ около 10^{-8} с. Эта величина несколько менялась от одного вещества к другому и от одной спектральной линии к другой. Полученные результаты совпадали с предсказаниями теории, но только по порядку величины, а простая зависимость (89.4) времени затухания от длины волны ($\tau \sim \lambda^2$) не подтвердилась. Впрочем, полного количественного согласия и нельзя было ожидать от простой классической теории, основанной на модели гармонического осциллятора.

3. Все изложенное относится к излучению *изолированного атома*. В случае *среды*, состоящей из атомов, надо принять во внимание, что атом не только теряет энергию на излучение, но и получает энергию, излучаемую другими атомами. Если бы среда была *оптически однородна*, то, как показал Л. И. Мандельштам, эти два процесса в точности компенсировали бы друг друга. В отсутствие других причин затухания колебания атома были бы незатухающими. Плоская бегущая волна распространялась бы в среде без ослабления.

Дело меняется при нарушении оптической однородности среды. Однородность может нарушиться либо за счет включения *посторонних частиц* (например, пыли или капелек тумана в воздухе), либо за счет *тепловых флуктуаций*, возникающих в среде. В этом случае потеря энергии атомами на излучение при распространении волны будет приводить к ее ослаблению. Однако это не есть истинное поглощение света с переходом электромагнитной энергии волны в другие формы энергии (тепло), а *рассеяние света*, где такого превращения нет. *Истинное поглощение*, когда энергия волны превращается в другие формы (тепло), вызывается другими причинами. Кроме того, ослабление волны, обусловленное излучением, слишком мало по сравнению с тем ослаблением, которое во многих случаях наблюдается в действительности.

4. Одна из причин поглощения света состоит в том, что атомы, внутри которых происходят колебания, совершая тепловое движение, претерпевают *столкновения друг с другом*. При каждом столкновении резко и неправильно меняются амплитуды и фазы гармонических колебаний, происходит переход в тепло энергии регулярных колебаний, т. е. *поглощение света*. Исходя из этих представлений, Г. А. Лорентц развил теорию уширения спектральных линий, обусловленного столкновениями между атомами (молекулами) газа. Такое уширение называется *ударным уширением*. Лорентц показал, что в газах столкновения между молекулами при тепловом движении статистически приводят также к экспоненциальному закону затухания интенсивности волны и к форме спектральных линий такого же вида, что и при естественном затухании.

Мы не будем проводить детальные вычисления, как это сделал сам Лорентц. При таких вычислениях надо было бы вводить специальные предположения относительно характера нарушения регулярности амплитуд и фаз колебаний при столкновениях, так что результат оказался бы верным все равно с точностью до численного коэффициента. А в пределах такой точности его можно получить из общих соображений без всяких вычислений, если воспользоваться общей формулой (29.8).

Обозначим через $\tau_{уд}$ среднее время свободного пробега атома от одного столкновения до следующего. Можно считать, что между двумя последовательными столкновениями колебания внутри атома происходят гармонически, а при каждом столкновении обрываются. Затем они опять возобновляются, но уже с новыми значениями амплитуд и фаз, никак не связанными с амплитудами и фазами до столкновения. Но такие обрывающиеся во времени колебания при разложении в спектр будут заполнять интервал частот $\Delta\omega$, подчиняющийся соотношению $\Delta\omega \cdot \tau_{уд} \approx 1$. Отсюда следует, что ударное уширение спектральных линий определяется формулой

$$\Delta\omega \sim 1/\tau_{уд}. \quad (89.7)$$

Число столкновений, претерпеваемых атомом в единицу времени, определяется формулой кинетической теории газов $z = N\sigma v$, где N — число атомов в единице объема, σ — газокинетическое поперечное сечение атома, $v \approx \sqrt{kT/m}$ — средняя скорость теплового движения атома (см. т. II, § 86). Следовательно,

$$\tau_{\text{уд}} \approx \frac{1}{N\sigma v}. \quad (89.8)$$

Ударные затухание и уширение спектральных линий особенно существенны в *плотных газах* и при *высоких температурах*. Для уменьшения влияния столкновений надо уменьшать плотность газа. Вот почему в опытах Вина при изучении естественного затухания свечения атомов каналовые лучи направлялись в высокий вакуум. В обычных условиях столкновения значительно сильнее влияют на затухание волны, чем излучение. Однако формула (89.8) дает для времени затухания все же большие, а следовательно, для уширения спектральных линий — меньшие значения, чем наблюдаются на опыте. Следовательно, должны существовать другие причины поглощения света и уширения спектральных линий.

Таковыми причинами могут быть воздействия на излучающий атом различных *силовых полей*, в первую очередь электрических полей, создаваемых окружающими атомами. В постоянных электрических полях спектральные линии претерпевают расщепление (эффект Штарка). В переменных полях изменение спектральных линий носит более сложный характер. Это — одна из основных причин уширения спектральных линий.

5. Другой причиной уширения спектральных линий является изменение частоты излучаемого света из-за *эффекта Доплера*. Пусть ω_0 — частота волны, излучаемой неподвижной молекулой (атомом). Если молекула равномерно движется, то частота волны, излучаемой ею в направлении оси X , в лабораторной системе отсчета изменяется и в нерелятивистском приближении определяется формулой

$$\omega = \omega_0 (1 + v_x/c), \quad (89.9)$$

где v_x — скорость молекулы в направлении оси X .

Согласно закону распределения скоростей Максвелла, вероятность того, что x -составляющая скорости молекулы газа лежит в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$, равна

$$d\omega = A_1 \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x,$$

где m — масса молекулы, а A_1 — постоянная нормировки (см. т. II, § 72). Заменяв в этом выражении переменную v_x на ω по формуле (89.9), получим

$$d\omega = A_1 \frac{c}{\omega_0} \exp\left[-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2\right] d\omega.$$

Так как излучения различных молекул газа *некогерентны*, то эта величина определяет вероятность излучения в спектральный интервал $(\omega, \omega + d\omega)$. Интенсивность света $I(\omega) d\omega$, приходящаяся на этот интервал, будет пропорциональна $d\omega$. В результате получится

$$I(\omega) = I_0 \exp \left[-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right], \quad (89.10)$$

где I_0 — новая постоянная. Очевидно, $I_0 = I(\omega_0)$, т. е. I_0 есть спектральная интенсивность в середине линии. По обе стороны от середины линии спектральная интенсивность убывает экспоненциально по закону (89.10). Полуширина спектральной линии, как нетрудно вычислить, определяется формулой

$$\Delta\omega = 2 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2} \omega_0 = 2 \sqrt{\ln 2} \frac{v_m}{c} \omega_0 = 1,67 \frac{v_m}{c} \omega_0, \quad (89.11)$$

где $v_m = \sqrt{2kT/m}$ — наиболее вероятная скорость молекулы.

Эффект Допплера является основной причиной уширения спектральных линий в разреженных газах при высоких температурах.

6. В основе теории дисперсии и абсорбции света, как она изложена в этой главе, лежат *линейные уравнения*. По этой причине показатели преломления n и затухания κ в этой теории *постоянны*, т. е. *не зависят от интенсивности света*. Амплитуда монохроматической волны при ее распространении убывает по закону $A = A_0 \exp(-2\pi\kappa x/\lambda)$, а интенсивность — по закону

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (89.12)$$

где $\alpha = 4\pi\kappa/\lambda$ — *коэффициент затухания (поглощения)*, зависящий, вообще говоря, от длины волны. Формула (89.12) выражает так называемый *закон Бугэра* (1698—1758), постулированный им в 1729 г. Сущность этого закона состоит в том, что для монохроматического света коэффициент затухания (поглощения) α не зависит от интенсивности света. С. И. Вавилов, исследуя на опыте поглощение света в некоторых растворах, установил, что постоянство коэффициента поглощения α соблюдается с точностью не менее 5% в крайне широком интервале изменения интенсивности света — от 20 до $2,5 \cdot 10^{-19}$ Вт/см², т. е. от интенсивности прямых солнечных лучей, сконцентрированных в фокусе линзы, до ничтожных интенсивностей, соответствующих порогу зрительного восприятия глаза.

Интерпретируем эти результаты с точки зрения *квантовых представлений* о поглощении света. При поглощении световая волна переводит молекулу (атом) с основного энергетического уровня W_0 на возбужденный уровень W_n , увеличивая тем самым запас поглощенной энергии. Способность молекулы поглощать свет в возбужденном состоянии *иная*, чем в основном. Если в опытах Вавилова коэффициент поглощения оставался одним и тем же при всех интен-

сивностях, то отсюда следует, что в этих опытах число возбужденных молекул было пренебрежимо мало по сравнению с числом невозбужденных, т. е. было относительно мало среднее время жизни молекулы в возбужденном состоянии. И действительно, для веществ, с которыми имел дело Вавилов в своих опытах, это время не превышало 10^{-8} с. Можно было бы ожидать, что при больших временах жизни и больших интенсивностях света число молекул в основном состоянии (которые практически только и поглощают свет) уменьшится и закон Бугера перестанет выполняться. Выбрав специально вещества с большими временами жизни в возбужденном состоянии, Вавилов наблюдал уменьшение коэффициента поглощения при увеличении интенсивности света. Это было первым примером, где наблюдалось *нарушение принципа суперпозиции в оптике*.

После открытия лазеров, сделавших возможным получение световых волн с напряженностями электрических полей, сравнимыми с внутримолекулярными и внутриатомными, класс подобных «нелинейных» оптических явлений быстро расширился. Их изучением занимается *нелинейная оптика* — самостоятельная обширная и быстро развивающаяся наука. Краткое представление об этих явлениях будет дано в последней (XI) главе этого тома.

§ 90. Двойное преломление в электрическом и магнитном полях

1. Электромагнитная природа света и вещества заставляет ожидать, что оптические свойства вещества должны изменяться при его внесении в электрическое и магнитное поле. Действительно, такие изменения были обнаружены на опыте. Сначала Фарадей в 1846 г. открыл магнитооптическое явление — *вращение плоскости поляризации света в магнитном поле*. Затем Керр (1824—1907) в 1875 г. открыл «электрооптическое явление», названное его именем. В 1877 г. тот же Керр нашел, что намагниченное железное зеркало иначе отражает поляризованный свет, чем ненамагниченное. В дальнейшем были открыты и другие *электрооптические и магнитооптические явления*.

Электрооптический эффект Керра состоит в том, что многие изотропные тела при введении в постоянное электрическое поле становятся оптически анизотропными. Они начинают вести себя подобно одноосным двупреломляющим кристаллам, оптическая ось которых параллельна приложенному электрическому полю.

Сам Керр наблюдал это явление сначала на стекле, вводимом в электрическое поле. В этом случае, а также в случае всех других твердых тел оптическая анизотропия может быть вторичным явлением, а именно может возникать в результате механических деформаций, производимых электрическим полем. Однако последующие исследования самого Керра и других ученых показали, что явление