причинно связанными, когда интервал между ними пространственноподобный. Таковы, например, события O и A (рис. 332). В неподвижной системе отсчета S событие A происходит позже события O. В штрихованной системе (x', τ') оба эти события одновременны. Если же взять систему отсчета, движущуюся быстрее системы (x', τ'), но все еще медленнее света, то ее пространственная ось будет на рис. 332 наклонена круче оси X'. В такой системе отсчета событие A произойдет раньше события O. Таким образом, нельзя удовлетворить требованию, чтобы в любой системе отсчета «причина» предшествовала «следствию». Это и доказывает наше утверждение.

Прямая OA с уравнением $\tau = \beta x$ есть мировая линия некоторого движения, происходящего со скоростью $x/\tau = 1/\beta$, т. е. со *сверхсветовой скоростью*. Существование сверхсветовых скоростей не противоречит теории относительности. Последняя допускает любые скорости. Однако в случае распространения состояний со сверхсветовыми скоростями интервал между любыми двумя состояниями будет пространственноподобным, а потому каждое из этих состояний не может быть причиной другого. Такие процессы не могут служить «сигналами» для передачи информации. *Все тела и сигналы, передающие воздействие, не могут распространяться со скоростью, превышающей скорость света в вакууме. Скорость света в вакууме есть максимально возможная скорость распространения взаимодействий* [1]).

§ 106. Лорентцово сокращение длины и замедление времени

1. Если твердый стержень покоится в какой-то системе отсчета, то его длина l_0 определяется сравнением с масштабным стержнем, покоящимся в той же системе отсчета. Величину l_0 можно назвать *собственной длиной стержня*, поскольку она не зависит от выбора системы отсчета, в которой покоится стержень. Но если стержень движется, то необходимо условиться, что понимать под его длиной в покоящейся системе отсчета. Во избежание недоразумений специально подчеркнем, что все измерения расстояний и промежутков времени во всякой системе отсчета должны производиться с помощью масштабных стержней и часов, *неподвижных* в этой системе.

Длиной l движущегося стержня в покоящейся системе отсчета называется расстояние между двумя точками в этой системе, мимо которых концы стержня проходят одновременно. Для нахождения связи между l и l_0 воспользуемся частной формой преобразования Лорентца (105.12). Пусть стержень покоится в системе S' и лежит

---

[1]) За последние примерно 10 лет обсуждается вопрос о существовании гипотетических сверхсветовых частиц — *тахионов*. Ясно, что если бы такие частицы существовали, то они не могли бы служить «сигналами» для передачи взаимодействий. Подробнее см. *Угаров В. А.* Специальная теория относительности. «Наука», Москва, 1977.

на оси X'. Тогда разность координат его концов $\Delta x'$ в системе S' и будет длиной l_0 покоящегося стержня. Разность же координат тех же концов Δx в системе S, взятая в один и тот же момент t, будет длиной l движущегося стержня. Но из первой формулы (105.12) при $t = \text{const}$ следует $\Delta x' = \Delta x/\sqrt{1-\beta^2}$, а потому

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}. \tag{106.1}$$

Таким образом, *длина движущегося стержня короче, чем покоящегося*. Это явление называется *лорентцовым сокращением длины*. Первоначально оно было введено независимо друг от друга Фицжеральдом (1851—1901) и Лорентцом. Но у них это была гипотеза ad hoc, специально придуманная для объяснения отрицательного результата опыта Майкельсона, хотя Лорентц и пытался обосновать ее с точки зрения электронной теории. В теории относительности лорентцово сокращение получается, а его истинный физический смысл устанавливается без каких бы то ни было добавочных предположений. Это, конечно, не исключает возможности атомистического объяснения лорентцова сокращения, а также явления замедления хода движущихся часов, о котором говорится дальше. Но для этого надо располагать не только уравнениями электродинамики, но и пока еще не известными законами, определяющими строение вещества. Когда такие законы будут установлены, можно на их основе рассмотреть и вопрос об изменении длин и времен. Однако, если теория относительности верна, то результат такого рассмотрения заранее известен. Правильные законы природы должны быть *инвариантны относительно преобразования Лорентца*, а потому в вопросе о сокращении длин и замедлении времени они не могут привести к иным результатам, чем теория относительности.

2. Рассмотрим теперь какие-либо два события, интервал между которыми времениподобный. Промежутки времени Δt и $\Delta t'$ между этими событиями, измеренные в «неподвижной» S и «движущейся» S' системах отсчета, вообще говоря, будут разными. Конечно, обе системы S и S' совершенно равноправны, так что между Δt и $\Delta t'$ может существовать любое соотношение $\Delta t \lesseqgtr \Delta t'$. Допустим теперь, что в качестве движущейся системы S' взята такая, в которой оба события происходят *в одном и том же месте пространства*. (В случае времениподобных интервалов такая система существует, см. пункт 5 предыдущего параграфа.) Тогда система S' становится выделенной среди всех прочих инерциальных систем отсчета. Время, измеренное в такой системе, будем обозначать через t_0, а в «неподвижной» системе S — по-прежнему через t. Для нахождения соотношения между Δt и Δt_0 будем предполагать, что в (105.14) координата x' постоянна, т. е. одна и та же для обоих событий. Тогда из последней формулы (105.14) получим $\Delta t = \Delta t'/\sqrt{1-\beta^2}$. Но,

согласно нашему определению, $\Delta t'$ и есть Δt_0. Следовательно,

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1-\beta^2}. \tag{106.2}$$

Из (106.2) видно, что $\Delta t_0 < \Delta t$, т. е. *промежуток времени между двумя событиями минимален в той системе отсчета, в которой эти события одноместны*. Это явление называется *замедлением хода движущихся часов*. Причина такого названия заключается в следующем. Допустим, что взяты какие-то одни часы, помещенные в одну из точек системы S'. Такие часы называются «движущимися», поскольку они движутся вместе с системой S'. Все же часы, покоящиеся в системе S, называются «неподвижными». Ясно, что в системе S' любые два события, происходящие в месте нахождения «движущихся» часов, будут одноместны, так что эти часы измерят промежуток времени Δt_0. Здесь моменты наступления обоих событий отмечаются по *одним и тем же* («движущимся») часам, так что никакой синхронизации не требуется. Напротив, в «неподвижной» системе S моменты наступления событий отмечаются по часам, находящимся в *различных местах пространства*. Для измерения Δt необходимо иметь *двое часов*, синхронизованных между собой по правилу Эйнштейна. С этим и связана *асимметрия* при измерении времени по «неподвижным» и «движущимся» часам, проявляющаяся в неравенстве $\Delta t_0 < \Delta t$.

3. Допустим теперь, что какая-либо частица движется относительно «неподвижной» системы отсчета S по криволинейной траектории с переменной по величине скоростью v. В специальной теории относительности допускаются только такие пространственно-временные системы отсчета, которые движутся относительно S равномерно и прямолинейно. Возьмем бесконечное множество таких систем, движущихся со всевозможными скоростями и во всевозможных направлениях. Система отсчета, относительно которой мгновенная скорость частицы равна нулю, и связанные с ней часы называются *сопутствующими*. При движении частица непрерывно переходит из одной сопутствующей системы отсчета в другую. Разобьем траекторию частицы в системе S на бесконечно короткие отрезки. Пусть dt — время, затрачиваемое в системе S на прохождение одного из таких отрезков. Согласно (106.2), по сопутствующим часам на то же движение потребуется время $dt_0 = dt\sqrt{1-v^2/c^2}$. Конечный промежуток времени, измеренный по неподвижным часам, представится интегралом

$$t_2 - t_1 = \int \frac{dt_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{106.3}$$

взятым по всей траектории движения.

Если часы движутся вместе с частицей, то возникает вопрос, как связана длительность, измеренная по таким часам, с длительностью, измеренной по сопутствующим часам? На этот вопрос нельзя ответить *без рассмотрения конкретного устройства часов*, так как при ускоренном движении появляются силы инерции, влияющие на ход часов. Например, в случае движения пружинных часов силы инерции могут деформировать балансир или другие части их. Деформации могут быть настолько большими, что часы остановятся или сломаются. Маятниковые часы вообще станут непригодными для измерения времени в отсутствие поля тяготения. Сердце живого организма (а оно в принципе может рассматриваться тоже как «часы») перестанет биться, а сам организм погибнет, если ему сообщить достаточно большое ускорение, и т. д. Однако в принципе допустимы и такие часы, на ход которых сила тяжести и силы инерции оказывают ничтожное влияние, в пределе совсем исчезающее. Такие часы условимся называть *идеальными*. Измеряемая ими длительность совпадает с длительностью, измеренной по сопутствующим часам. Этот признак в принципе позволяет экспериментально проверить, являются ли те или иные конкретные часы идеальными или не являются. Ясно, что в формуле (106.3) под t_0 можно понимать время, отсчитываемое *по идеальным часам, движущимся вместе с частицей*. Это время называется *собственным временем*, поскольку оно инвариантно, т. е. не зависит от движения частицы. Из (106.3) видно, что длительности по «неподвижным» и «движущимся» идеальным часам связаны соотношением

$$t_2 - t_1 > t_{02} - t_{01}. \tag{106.4}$$

В частности, если часы вернутся в исходное положение (относительно системы S), то они покажут время, меньшее времени по «неподвижным» часам.

4. Наилучшим приближением к идеальным часам являются *атомные* и в особенности *ядерные часы*. Силы инерции по своему действию эквивалентны гравитационным силам (см. т. I, § 71). В обычных условиях как те, так и другие силы пренебрежимо малы по сравнению с электрическими и еще более мощными ядерными силами, определяющими процессы в электронных оболочках и ядрах атомов. В таких процессах гравитационные силы и силы инерции практически не играют никакой роли.

Рассмотрим, например, атом цезия-133 в *цезиевых эталонных часах*, с помощью которых устанавливается эталон времени — *секунда*. По принятому соглашению электромагнитное излучение такого атома в отсутствие внешних полей совершает $\nu = 9\,192\,631\,770 \approx \approx 10^{10}$ колебаний в секунду. Радиус атома $\sim 10^{-8}$ см. Если атом уподобить гармоническому осциллятору, то при колебаниях будут развиваться громадные ускорения $\sim (2\pi\nu)^2 r \sim 10^{13}$ см/с^2. Если часам сообщить ускорение ~ 1 см/с^2, то для этого потребуются силы в 10^{13} раз слабее. Ясно, что никакого существенного действия на процессы внутри атома они оказать не могут. Только при измерениях времени с относительной точностью $\sim 10^{-12}$—10^{-13} такие ускорения и соответствующие им гравитационные поля, возможно, могут сказаться на ходе часов и результатах измерений. Тогда их надо учитывать. Из сказанного ясно, что из всех часов атомные и ядерные часы являются, пожалуй, единственными, которые пригодны для обнаружения и исследования релятивистского замедления времени, по крайней мере при скоростях, малых по сравнению со скоростью света.

Явление радиоактивного распада атомов или других нестабильных частиц может выполнять роль идеальных часов. Радиоактивный распад подчиняется закону

$$n = n_0 e^{-t/\tau}, \tag{106.5}$$

где n_0 — начальное число частиц, а n — число их через время t. Постоянная τ называется *временем жизни* рассматриваемой нестабильной частицы. О времени t можно судить по отношению n/n_0. Релятивистское замедление времени было подтверждено в явлении распада *мюонов* (μ-мезонов). Так называются нестабильные заряженные частицы, масса которых в 207 раз превышает массу электрона. Заряд мюона равен заряду электрона, но может быть и положительным, и отрицательным. Мюоны образуются в космических лучах в верхних слоях атмосферы (на высотах порядка 10 км). Сравнение интенсивностей потока мюонов в космических лучах на горе и у ее основания показало, что среднее время жизни мюона в лабораторной системе отсчета $\tau \approx 10^{-5}$ с. С другой стороны, космические мюоны можно было замедлить в свинцовом блоке и с помощью специального устройства отфильтровать медленные мюоны. Измерения показали, что время жизни медленного (покоящегося) мюона $\tau_0 \approx 2{,}20 \cdot 10^{-6}$ с. Если бы не было релятивистского замедления времени, то поток космических мюонов, даже если бы они двигались со скоростью света, уменьшался бы в e раз при прохождении расстояния ≈ 600 м. На расстоянии уже 5 км их интенсивность уменьшилась бы в $e^{50/6} \approx 4000$ раз, т. е. мюоны вообще не могли бы достигать поверхности земли. В действительности их интенсивность при прохождении такого расстояния уменьшается примерно в $e^{5/3} \approx 5$ раз. Учет релятивистского замедления времени устраняет это противоречие. Действительно, время жизни мюона в лабораторной системе отсчета τ связано с собственным временем жизни соотношением $\tau = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2}$. Измерение средней кинетической энергии космических мюонов показало, что она $\approx 10^9$ эВ. По этой энергии нетрудно рассчитать $\sqrt{1-\beta^2} \approx 0{,}1$. Поэтому следует ожидать, что $\tau \approx$ $\approx 2{,}2 \cdot 10^{-6}/0{,}1 \approx 2 \cdot 10^{-5}$ с. Это по порядку величины согласуется со значением, полученным на опыте.

5. С построением мощных ускорителей заряженных частиц опыты подобного рода производились в более определенных и лучше кон-

тролируемых условиях. Наиболее подходящими частицами для таких опытов оказались заряженные *пионы* (иначе называемые *π-мезонами*). Их масса в 273 раза больше массы электрона, а заряд равен заряду электрона. Пионы во множестве образуются при взаимодействии протонов высоких энергий с веществом. Среднее время жизни пиона в системе отсчета, где он покоится, $\tau_0 = 2{,}60 \times \times 10^{-8}$ с. На циклотроне Колумбийского университета был получен пучок пионов со скоростью $v = 0{,}75\,c$ ($\beta = 0{,}75$). Если бы не было релятивистского замедления времени, то за время τ_0 пучок проходил бы расстояние $0{,}75 \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 2{,}60 \cdot 10^{-8} = 5{,}85$ м. На самом деле, как показали измерения, расстояние, на котором интенсивность пучка уменьшается в e раз, равно $8{,}5 \pm 0{,}6$ м, т. е. в лабораторной системе время жизни пиона τ в $1{,}45 \pm 0{,}11$ раза больше собственного времени жизни τ_0. Но это хорошо согласуется с формулой $\tau/\tau_0 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, которая дает $\tau/\tau_0 = 1{,}51$.

Результат опыта можно интерпретировать и как проявление *релятивистского сокращения длины*. Действительно, в системе отсчета, где пион покоится, его время жизни равно τ_0. Лаборатория движется относительно пиона со скоростью v. За время τ_0 она проходит в системе пиона расстояние $l = v\tau_0$. Если то же расстояние измерять масштабным стержнем, который покоится в лаборатории, то оно окажется равным $l_0 = l/\sqrt{1-\beta^2} = 8{,}8$ м, что согласуется с опытом.

6. Хафель и Китинг поставили опыт для обнаружения релятивистского замедления хода часов уже в *макроскопических условиях*. В этом опыте четыре экземпляра цезиевых часов в октябре 1971 г. были помещены на реактивных самолетах, облетевших вокруг земного шара в восточном и западном направлениях. Временные интервалы $t_{\text{вост}}$ и $t_{\text{зап}}$, измеренные по часам, двигавшимся соответственно на восток и на запад, сравнивались с интервалами $t_{\text{неп}}$, измеренными эталонными неподвижными часами, находившимися в Морской обсерватории в Вашингтоне. После усреднения по четырем движущимся часам получились такие результаты:

$$t_{\text{вост}} - t_{\text{неп}} = (-59 \pm 10) \cdot 10^{-9}\ \text{с}, \quad t_{\text{зап}} - t_{\text{неп}} = (273 \pm 7) \cdot 10^{-9}\ \text{с}.$$

Посмотрим, что следует ожидать согласно теории относительности. Ускорение центра Земли, вызванное гравитационным притяжением Солнца, составляет примерно 0,18 ускорения, которое получают точки земного экватора из-за осевого вращения Земли. Хотя это ускорение и немало, его можно не принимать во внимание, ввиду *принципа эквивалентности сил тяготения и сил инерции* (см. т. I, § 71). Если не учитывать неоднородность гравитационного поля Солнца, то это поле будет полностью компенсировано центробежной силой инерции, обусловленной вращением центра Земли вокруг Солнца. Таким образом, можно считать, что относительно инерциальной системы отсчета центр Земли движется прямолинейно и равномерно. Поэтому невращающаяся система отсчета с началом координат в центре Солнца практически будет также инерциальной системой отсчета. Ее мы и используем в последующих рассуждениях. Пусть самолеты облетают земной шар по параллели со скоростью v относительно Земли на постоянной высоте h. Их скорости относительно инерциальной системы отсчета будут $V_{\text{вост}} = V_0 + v$, $V_{\text{зап}} = V_0 - v$, где V_0 — скорость наземной лаборатории в той же системе. Сначала будем считать, что $h = 0$. Тогда, если t_0 — собственное время, то

$$t_{\text{неп}} = \int dt_0/\sqrt{1 - V_0^2/c^2} \approx t_0 - \frac{V_0^2}{2c^2} t_0.$$

Аналогично,

$$t_{\text{вост}} \approx t_0 - \frac{(V_0 + v)^2}{2c^2} t_0, \quad t_{\text{зап}} \approx t_0 - \frac{(V_0 - v)^2}{2c^2} t_0.$$

Вычтем отсюда предыдущие выражения и учтем, что в окончательных формулах в пределах точности расчета время t_0 можно заменить на $t_{\text{неп}}$. Тогда получим

$$t_{\text{вост}} - t_{\text{неп}} = -\frac{2V_0 v + v^2}{2c^2} t_{\text{неп}}, \quad t_{\text{зап}} - t_{\text{неп}} = \frac{2V_0 v - v^2}{2c^2} t_{\text{неп}}. \qquad (106.6)$$

Естественно, под $t_{\text{неп}}$ надо понимать время нахождения самолетов в воздухе *без учета времени остановок*, так как время остановок не влияет на величину разностей $t_{\text{вост}} - t_{\text{неп}}$ и $t_{\text{зап}} - t_{\text{неп}}$.

Допустим, что самолет облетает земной шар в течение суток. Тогда для широты Вашингтона потребуется скорость $v = V_0 \approx 1000$ км/ч ≈ 300 м/с. По формулам (106.6) найдем $t_{\text{вост}} - t_{\text{неп}} \approx -130 \cdot 10^{-9}$ с, $t_{\text{зап}} - t_{\text{неп}} \approx +43 \cdot 10^{-9}$ с.

В приведенном вычислении не учтено влияние *гравитационного потенциала Земли* на течение времени (см. § 109, а также т. I, § 72). С учетом этого обстоятельства оба выражения (106.6) надо увеличить на

$$\Delta t_{\text{грав}} = \frac{gh}{c^2} t_{\text{неп}}, \qquad (106.7)$$

где h — высота полета, а g — ускорение свободного падения на поверхности Земли. Если положить $h = 10$ км, то в приведенном выше примере получится $\Delta t_{\text{грав}} = 94 \cdot 10^{-9}$ с, т. е. «гравитационный эффект» того же порядка, что и учтенный выше «кинематический эффект». Хафель и Китинг провели вычисление с учетом этой поправки, выполнив интегрирование по фактически совершенным маршрутам самолетов. Они получили теоретические значения:

$$t_{\text{вост}} - t_{\text{неп}} = (-40 \pm 23) \cdot 10^{-9}\ \text{с}, \quad t_{\text{зап}} - t_{\text{неп}} = (275 \pm 21) \cdot 10^{-9}\ \text{с},$$

удовлетворительно согласующиеся с полученными на опыте. Заметим, что из разности $(t_{\text{зап}} - t_{\text{вост}})$ поправка $\Delta t_{\text{грав}}$ исключается.

Эта разность обусловлена только «кинематическим эффектом» замедления времени. Совпадение теоретических результатов с измеренными на опыте рассматривается как доказательство не вызывающего сомнения релятивистского замедления хода движущихся часов.

7. Остановимся в заключение на так называемом *парадоксе близнецов*. Из двух братьев-близнецов A остается на Земле, а B отправляется в кругосветное путешествие на межзвездном корабле, двигаясь со скоростью, близкой к скорости света. Через 5 лет по своим часам брат B возвращается обратно и находит брата A глубоким стариком. Оказалось, что за время путешествия по часам на Земле прошло 50 лет. Таким образом, открывается возможность за время человеческой жизни совершать не только путешествия к далеким звездным мирам, но и *путешествия в будущее*. Если отвлечься от технической и практической стороны вопроса, то такие путешествия принципиально возможны. В самом деле, биологические процессы не представляют собой какую-то обособленную группу явлений природы. Как и прочие явления природы, они подчиняются законам физики. Если на межзвездном корабле создать условия, близкие к условиям на Земле, то и жизненные процессы на нем будут протекать практически так же, как и на Земле. Биения сердца в человеческом организме выполняют роль часов. Если за время жизни сердце человека на Земле совершает $2 \cdot 10^9$ ударов, то столько же ударов оно совершит и на корабле. Но движущиеся часы идут медленнее неподвижных. Если за время путешествия сердце брата B совершит $1{,}5 \cdot 10^8$ ударов, то на Земле к моменту встречи сердце брата A успеет совершить ударов в 10 раз больше. Но это и есть «парадокс близнецов».

В 1974 г. парадокс близнецов был подтвержден экспериментально на ускорителе в ЦЕРНе (Европейский центр по ядерным исследованиям, Швейцария). Ускоренные мю-мезоны удерживались магнитным полем на круговой орбите радиуса 5 м в течение свыше 150 мкс. За это время они совершали более 10^5 оборотов. Энергия мезонов превышала энергию покоя примерно в 12 раз, так что $1/\sqrt{1-\beta^2} = 12$. Поэтому ожидаемое время жизни мезона в лабораторной системе должно составлять $2{,}2 \cdot 12 = 26{,}4$ мкс. Опыт дал для этого времени $26{,}37 \pm 0{,}05$ мкс.

§ 107. Эффект Допплера и аберрация света

1. Если в «неподвижной» системе S распространяется монохроматическая волна с определенной частотой ω и в определенном направлении, то в «движущейся» системе S' та же волна будет иметь другую частоту ω' и распространяться в другом направлении. Изменение частоты волны при переходе от одной системы отсчета к другой называется *эффектом Допплера* (1803—1853), а изменение направ-