

Эта разность обусловлена только «кинематическим эффектом» замедления времени. Совпадение теоретических результатов с измеренными на опыте рассматривается как доказательство не вызывающего сомнения релятивистского замедления хода движущихся часов.

7. Остановимся в заключение на так называемом *парадоксе близнецов*. Из двух братьев-близнецов  $A$  остается на Земле, а  $B$  отправляется в кругосветное путешествие на межзвездном корабле, двигаясь со скоростью, близкой к скорости света. Через 5 лет по своим часам брат  $B$  возвращается обратно и находит брата  $A$  глубоким стариком. Оказалось, что за время путешествия по часам на Земле прошло 50 лет. Таким образом, открывается возможность за время человеческой жизни совершать не только путешествия к далеким звездным мирам, но и *путешествия в будущее*. Если отвлечься от технической и практической стороны вопроса, то такие путешествия принципиально возможны. В самом деле, биологические процессы не представляют собой какую-то обособленную группу явлений природы. Как и прочие явления природы, они подчиняются законам физики. Если на межзвездном корабле создать условия, близкие к условиям на Земле, то и жизненные процессы на нем будут протекать практически так же, как и на Земле. Биения сердца в человеческом организме выполняют роль часов. Если за время жизни сердце человека на Земле совершает  $2 \cdot 10^9$  ударов, то столько же ударов оно совершит и на корабле. Но движущиеся часы идут медленнее неподвижных. Если за время путешествия сердце брата  $B$  совершит  $1,5 \cdot 10^8$  ударов, то на Земле к моменту встречи сердце брата  $A$  успеет совершить ударов в 10 раз больше. Но это и есть «парадокс близнецов».

В 1974 г. парадокс близнецов был подтвержден экспериментально на ускорителе в ЦЕРНе (Европейский центр по ядерным исследованиям, Швейцария). Ускоренные мю-мезоны удерживались магнитным полем на круговой орбите радиуса 5 м в течение свыше 150 мкс. За это время они совершали более  $10^5$  оборотов. Энергия мезонов превышала энергию покоя примерно в 12 раз, так что  $1/\sqrt{1-\beta^2} = 12$ . Поэтому ожидаемое время жизни мезона в лабораторной системе должно составлять  $2,2 \cdot 12 = 26,4$  мкс. Опыт дал для этого времени  $26,37 \pm 0,05$  мкс.

## § 107. Эффект Допплера и аберрация света

1. Если в «неподвижной» системе  $S$  распространяется монохроматическая волна с определенной частотой  $\omega$  и в определенном направлении, то в «движущейся» системе  $S'$  та же волна будет иметь другую частоту  $\omega'$  и распространяться в другом направлении. Изменение частоты волны при переходе от одной системы отсчета к другой называется *эффектом Допплера* (1803—1853), а изменение направ-

ления — *абберацией света*. При изложении теории этих явлений мы ограничимся случаем, когда световая волна распространяется *в вакууме*. Тогда в обеих системах отсчета пространство, в котором распространяется волна, будет *изотропным*. При наличии же среды изотропия сохранится только в той системе отсчета, в которой среда покоится. В системе отсчета, относительно которой среда движется, появляется анизотропия, вносящая осложнения в теорию эффекта Доплера и абберации в материальных средах.

В релятивистской теории изменение частоты и направления распространения волны проще всего можно определить из условия равенства фаз одной и той же волны в обеих системах отсчета. Предполагая, что волна плоская, это условие можно записать в виде

$$\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} = \omega' t' - \mathbf{k}'\mathbf{r}', \quad (107.1)$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $t$  и  $\mathbf{r}'$ ,  $t'$  — координаты и время одного и того же события в рассматриваемых системах отсчета, причем начало отсчета времени выбрано так, что в момент совмещения начал координат обеих систем  $t = t' = 0$ .

Для доказательства сформулированного условия предположим, что в началах координат в момент  $t = t' = 0$  на волне сделана метка, переносимая волной с фазовой скоростью, так что фаза колебания в месте нахождения метки в обеих системах отсчета будет  $\varphi_1 = \varphi'_1 = 0$ . Вообразим теперь произвольно движущихся наблюдателей  $A$  и  $A'$ , из которых  $A$  для определения своего положения в пространстве и времени пользуется координатами и часами системы  $S$ , а  $A'$  — координатами и часами системы  $S'$ . Можно, например, не нарушая общности, предположить, что наблюдатель  $A$  покоится в системе отсчета  $S$ , а наблюдатель  $A'$  — в системе отсчета  $S'$ . Однако это предположение в такой специальной форме не обязательно. (Обычно при рассмотрении эффекта Доплера систему  $S$  связывают с источником, а систему  $S'$  — с наблюдателем.) Оба наблюдателя начинают счет проходящих мимо них волн с того момента, когда мимо них проходит сделанная метка. Пусть оба наблюдателя встречаются друг с другом. Обозначим через  $\mathbf{r}$ ,  $t$  координаты и время этого события в системе  $S$ , а через  $\mathbf{r}'$ ,  $t'$  — в системе  $S'$ . Наблюдатель  $A$  найдет, что к моменту встречи фаза пришедшего к нему колебания будет  $\varphi_2 = \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}$ , и сосчитает к этому моменту

$$N = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi} = \frac{\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}}{2\pi}$$

волн. Наблюдатель  $A'$  найдет, что к моменту встречи мимо него прошло

$$N' = \frac{\omega' t' - \mathbf{k}'\mathbf{r}'}{2\pi}$$

волн. Но число прошедших волн не может зависеть от того, кто их считает, а потому

$$N = N', \quad \text{или} \quad \omega t - \mathbf{k}\mathbf{r} = \omega' t' - \mathbf{k}'\mathbf{r}',$$

что и требовалось доказать.

Для нахождения формул, определяющих преобразование частоты и направления распространения волны в релятивистской теории, достаточно в формуле (107.1) выразить переменные  $\mathbf{r}$  ( $x, y, z$ ) и  $t$  через переменные  $\mathbf{r}'$  ( $x', y', z'$ ) и  $t'$ , воспользовавшись для этого формулами преобразования Лорентца (105.14). Сделав это и сравнив коэффициенты при одинаковых переменных, получим

$$\omega' = \frac{\omega - k_x V}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (107.2)$$

$$k'_{x'} = \frac{k_x - \omega V/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad k'_{y'} = k_y, \quad k'_{z'} = k_z. \quad (107.3)$$

Аналогично получаются формулы обратного преобразования:

$$\omega = \frac{\omega' + k'_{x'} V}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (107.4)$$

$$k_x = \frac{k'_{x'} + \omega' V/c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad k_y = k'_{y'}, \quad k_z = k'_{z'}. \quad (107.5)$$

Формулы (107.2) и (107.4) описывают эффект Допплера, а формулы (107.3) и (107.5) — аберрацию света.

2. Рассмотрим частный случай, когда волна распространяется вдоль оси  $X$ . В этом случае полагаем в формуле (107.2)  $k_x = \omega/c$  и получаем

$$\omega' = \omega \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}. \quad (107.6)$$

Изменение частоты в этом случае называется *продольным эффектом Допплера*. Понятно, что результат (107.6) можно получить и из общей формулы (107.4). Частота волны при наблюдении из системы  $S'$  уменьшается, когда эта система движется в направлении распространения волны, и увеличивается, когда она движется навстречу волне. При медленных движениях, когда можно пренебречь квадратами отношения  $\beta \equiv V/c$ , формула (107.6) переходит в

$$\omega' \approx \omega (1 - \beta) = \omega (1 - V/c). \quad (107.7)$$

3. Рассмотрим теперь второй частный случай, когда наблюдение ведется в системе отсчета  $S'$  и притом перпендикулярно к направлению распространяющейся в ней волны. В этом случае удобнее воспользоваться формулой (107.4), полагая в ней  $k'_{x'} = 0$ . Это дает

$$\omega' = \omega \sqrt{1 - \beta^2} \approx \omega (1 - \beta^2/2). \quad (107.8)$$

Происходит смещение частоты в длинноволновую область спектра во втором порядке по  $\beta$ . Это — чисто релятивистский эффект, невозможный в классической (дорелятивистской) теории. Он называется *поперечным эффектом Допплера*.

Для установления физического смысла поперечного эффекта Допплера предположим, что мимо наблюдателя прошел цуг из  $N$  волн. Наблюдатель измерил по своим часам время прохождения этого цуга и нашел для него значение  $t'$ . Очевидно,  $\omega' = 2\pi N/t'$ . Найдем длительность того же процесса по часам системы  $S$ . Для этого надо отметить показания таких часов в моменты прохождения начала и конца цуга мимо наблюдателя. Разность этих показаний и определит длительность цуга  $t$  по часам системы  $S$ . Опять можно написать  $\omega = 2\pi N/t$  и, следовательно,  $\omega'/\omega = t/t'$ . В этих измерениях время  $t'$  измеряется с помощью *одних и тех же часов*, неподвижных относительно наблюдателя, а для измерения времени  $t$  надо пользоваться *различными часами* системы  $S$ , синхронизованными между собой. Поэтому часы наблюдателя надо рассматривать как «неподвижные», а все часы системы  $S$  — как «движущиеся» (см. § 106, пункт 2). Но движущиеся часы идут медленнее неподвижных, причем  $t/t' = \sqrt{1 - \beta^2}$ , а потому  $\omega' = \omega \sqrt{1 - \beta^2}$ . Таким образом, поперечный эффект Допплера есть не что иное, как проявление релятивистского эффекта *замедления хода движущихся часов*. Тем же эффектом объясняется появление квадратного корня  $\sqrt{1 - \beta^2}$  в формулах (107.2) и (107.4).

4. Поперечный эффект Допплера впервые удалось наблюдать Айвсу и Стилуэллу в 1938 г., а затем в 1941 г. Источником света служил пучок каналовых лучей атомов водорода, несущихся со значительной скоростью  $v \sim 10^8$  см/с. Специальная конструкция трубки обеспечивала высокую однородность каналовых лучей по скоростям. Скорость  $v$  вычислялась по приложенному к электродам напряжению и по величине продольного доплеровского эффекта. Свет, испущенный движущимися атомами перпендикулярно к направлению их движения, попадал в спектрограф. По оценке авторов спектрограф давал возможность измерять длину волны с точностью 0,00025 нм. Главная трудность опыта состояла в том, что при отклонении направления пучка каналовых лучей от строгой перпендикулярности к линии наблюдения поперечное доплеровское смещение, пропорциональное  $(v/c)^2$ , могло оказаться перекрытым более сильным продольным эффектом Допплера, поскольку этот эффект — первого порядка по  $(v \cos \vartheta)/c$  ( $\vartheta$  — угол между скоростью атома и линией наблюдения). При скорости атома  $v \approx 10^8$  см/с оба эффекта сравнимы между собой уже при  $\vartheta \sim 5'$ . Эта трудность была преодолена тем, что ось спектрографа устанавливалась перпендикулярно к плоскости зеркала. В спектрограф попадал не только свет, непосредственно излученный атомом, но и свет, отраженный от зеркала. Последний можно рассматривать как свет, излученный движущимся

изображением атома. Если атом движется под углом  $\vartheta$  к линии наблюдения, то его изображение в зеркале будет двигаться под углом  $\pi - \vartheta$ . Допплеровские смещения первого порядка для атома и его изображения в зеркале будут равны по величине, но противоположны по знаку. Если бы не было смещения второго порядка, то в спектрографе наблюдались бы две линии  $\lambda_1 = \lambda - \Delta\lambda$  и  $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda$ , симметрично расположенные относительно исходной линии  $\lambda$ . Эта симметрия будет нарушена поперечным доплеровским смещением  $\delta\lambda$ , которое происходит всегда в длинноволновую сторону спектра. С учетом этого  $\lambda_1 = \lambda - \Delta\lambda + \delta\lambda$ ,  $\lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda + \delta\lambda$ . Отсюда

$$\delta\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} - \lambda.$$

Таким путем удастся отделить квадратичный (поперечный) эффект Допплера от линейного (продольного). Согласно (107.8), изменение длины волны при поперечном эффекте Допплера определяется выражением

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \lambda \beta^2. \quad (107.9)$$

В одном из опытов при напряжении на трубке 6788 В ожидаемое смещение, вычисленное по напряжению, должно было быть  $\delta\lambda = 0,00116$  нм, а вычисленное по линейному доплеровскому смещению 0,00109 нм. Опыт дал  $\delta\lambda = 0,0011$  нм. Подобное согласие получилось и при других напряжениях на трубке.

Результаты Айвса и Стилуэлла были подтверждены и другими учеными. Это были первые опыты, на которых впервые было экспериментально доказано *релятивистское замедление времени*, хотя сами Айвс и Стилуэлл, ничего не говоря о теории относительности, пытались интерпретировать их с точки зрения старой теории эфира.

5. Перейдем теперь к аберрации света. Введем единичные векторы  $N$  и  $N'$  в направлении распространения волны в системах отсчета  $S$  и  $S'$ . Тогда  $k = \omega N/c$ ,  $k' = \omega' N'/c$ , и из формул (107.2) и (107.3) получим

$$N'_{x'} = \frac{N_x - \beta}{1 - \beta N_x}, \quad N'_{y'} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta N_x}, \quad N'_{z'} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta N_x}. \quad (107.10)$$

Аберрация света была открыта в 1727 г. королевским астрономом Бадлеем (1692—1762) при наблюдении звезд в телескоп. По этой причине ее называют также *астрономической аберрацией*. При описании этого явления в качестве «неподвижной» системы отсчета  $S$  возьмем систему Коперника (в которой Солнце считается неподвижным), а в качестве «движущейся» системы  $S'$  — систему, связанную с Землей. При этом мы полностью отвлечемся от вращения Земли вокруг собственной оси и будем рассуждать так, как если бы этого вращения совсем не было. Оси  $X$  и  $X'$  выберем в направлении

орбитального движения Земли, скорость которого обозначим через  $V$ . Ось  $Y$  направим произвольно, но перпендикулярно к направлению движения Земли. Обозначим далее через  $\alpha$  угол между направлением на звезду (направлением оси телескопа) в системе  $S$  и положительным направлением оси  $Y$  (рис. 334). Тогда  $N_x = -\sin \alpha$ ,  $N_y = -\cos \alpha$ ,  $N_z = 0$ . Соответствующие величины в системе  $S'$  обозначим теми же буквами, но со штрихами. После подстановки в первую формулу (107.10) получим

$$\sin \alpha' = \frac{\sin \alpha + \beta}{1 + \beta \sin \alpha}, \quad (107.11)$$

или

$$\sin \alpha = \frac{\sin \alpha' - \beta}{1 - \beta \sin \alpha'}. \quad (107.12)$$

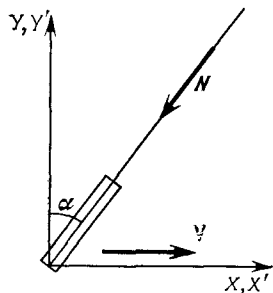


Рис. 334.

Формулами (107.11) и (107.12) и определяется направление распространения волны в одной из систем отсчета, если известно это направление в другой системе отсчета.

Рассмотрим частный случай, когда свет в системе  $S$  распространяется вдоль оси  $Y$ . В этом случае  $\alpha = 0$ , и следовательно,

$$\sin \alpha' = \beta. \quad (107.13)$$

Для того чтобы увидеть звезду в телескоп, его необходимо из перпендикулярного положения наклонить вперед на угол  $\alpha'$ , определяемый формулой (107.13). Угол  $\alpha'$  называется *углом абберации*. В аналогичном случае, когда свет в системе  $S'$  распространяется вдоль оси  $Y'$ ; т. е. когда  $\alpha' = 0$ , получим

$$\sin \alpha = -\beta. \quad (107.14)$$

Телескоп надо наклонить на такой же угол, но уже назад. Скорость орбитального движения Земли  $V \approx 30$  км/с, так что  $\alpha \approx V/c \approx \approx 10^{-4}$  рад  $\approx 20,5''$ .

Если бы скорость  $V$  оставалась постоянной по величине и направлению, то видимое положение звезд на небесном своде оставалось бы неизменным и заметить абберацию было бы нельзя. В действительности направление движения Земли по ее орбите непрерывно изменяется. Вследствие этого из-за абберации будет изменяться и видимое положение звезд на небесном своде. Через полгода направление движения Земли изменится на противоположное, а угол абберации изменит знак. Если звезда находится в плоскости земной орбиты, то ее видимое положение будет совершать в той же плоскости прямолинейное колебание с угловой амплитудой  $\alpha = V/c = 20,5''$  и периодом в один год. Если направление на звезду (в системе  $S$ ) перпендикулярно к плоскости земной орбиты, то види-

мое положение ее на небесном своде будет описывать окружность с угловым радиусом  $20,5''$ . Во всяком промежуточном положении траекторией видимого положения звезды будет эллипс, большая полуось которого имеет такие же угловые размеры. Так выглядело бы явление аберрации света в воображаемом идеальном случае, если бы единственным движением Земли было только ее движение по круговой орбите вокруг Солнца. В действительности аберрация света есть ничтожный эффект, накладывающийся на движение звезд по небесному своду, обусловленное вращением Земли вокруг собственной оси. Требовалась исключительная наблюдательность и экспериментальное искусство, чтобы выделить и измерить этот эффект. Это и было сделано Брадлеем.

Подчеркнем особо, что явление аберрации света не имеет никакого отношения к самой скорости движения звезд относительно Земли. Оно отражает только *изменение скорости* этого относительного движения, обусловленное движением Земли. Вот почему аберрация света одна и та же *для всех звезд*, хотя их скорости относительно Земли весьма различны.

6. Брайлей видел в явлении аберрации доказательство конечности скорости распространения света. Измерив угол аберрации  $\alpha$ , он вычислил эту скорость по формуле  $\alpha = V/c$ . По времени это было второе (после Рёмера) измерение скорости света. Сам Брайлей истолковал открытое им явление с точки зрения ньютоновской корпускулярной теории света. В нерелятивистской кинематике скорости световой корпускулы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{v}'$  в системах отсчета  $S$  и  $S'$  связаны соотношением  $\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{V}$ . Ограничимся случаем, когда в системе  $S$  световая корпускула движется по оси  $Y$  со скоростью  $v_y = -c$ . В системе  $S'$  появляется составляющая скорости корпускулы в перпендикулярном направлении  $v'_x = v_x - V_x = -V$ . Из-за этого траектория корпускулы в системе  $S'$  будет наклонена к оси  $Y'$  под углом  $\alpha'$ , определяемым формулой

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{v'_x}{v'_y} = \frac{V}{c} = \beta. \quad (107.15)$$

Этой формулой в ньютоновской корпускулярной теории и определяется угол аберрации. При малых углах  $\alpha'$  она совпадает с релятивистской формулой (107.13), если пренебречь квадратичными членами по  $\beta$ . Если бы к движению световой корпускулы применить релятивистский закон сложения скоростей (с учетом того, что скорость корпускулы по абсолютной величине равна  $c$ ), то получились бы в точности прежние релятивистские формулы (107.10). Наблюдение аберрации света не позволяет, следовательно, сделать выбор между волновой и корпускулярной теориями света.

7. Истолкование аберрации в волновых теориях света, даже в их электромагнитной форме, встретило большие трудности, пока эти теории оставались механистическими. Все они были неудовлет-

ворительны уже по той причине, что вводили произвольные предположения относительно механических свойств эфира и его движения относительно Земли. Впервые безупречная и в идейном отношении необычайно простая теория аберрации света (и оптического эффекта Допплера) была дана только в теории относительности.

В связи с этим затронем один вопрос, поставленный в эфирной теории света. Что будет с углом аберрации, если телескоп для его измерения заполнить водой? На этот вопрос эфирные теории света давали различный ответ, в зависимости от того, какие предположения вводили они о движении эфира относительно Земли и т. п. Опыт был поставлен Эйри в 1871 г. Оказалось, что при заполнении телескопа водой угол аберрации не изменяется. Объяснение этого результата в теории относительности не представляет затруднений. Для простоты рассуждений обратим направление распространения света, предположив, что источник света помещен в главном фокусе объектива телескопа. Поскольку нет никакого эфира, в системе отсчета, где телескоп покоится, вода или воздух, заполняющие его, а также стекло самого объектива телескопа оптически изотропны. В этой системе отсчета лучи выйдут из телескопа параллельно главной оптической оси, независимо от того, заполнен ли телескоп водой или не заполнен. Для определения угла аберрации надо выполнить переход к движущейся системе отсчета  $S'$ . Но это можно сделать для волны, *уже вышедшей из телескопа*. Направление этой волны совершенно не зависит от того, какой средой заполнен сам телескоп. Наличие телескопа и этой среды на таком переходе никак не отразится. Следовательно, и угол аберрации не будет зависеть от среды, заполняющей телескоп.

## § 108. Эффект Допплера в акустике и теории эфира

Эффект Допплера был открыт самим Допплером в 1842 г. на акустических волнах. В дальнейшем теория этого эффекта была перенесена без всяких изменений в оптику. При этом предполагалась справедливость волновой эфирной теории света. Место воздуха, в котором распространяются звуковые волны, в оптике занял световой эфир. В остальном все рассуждения в акустике и оптике были абсолютно тождественны. Эфирная теория безвозвратно ушла в область истории. Но акустический эффект Допплера полностью сохранил свое значение. Поэтому имеет смысл изложить здесь теорию этого эффекта. Поскольку, однако, этот том посвящен оптике, мы по-прежнему будем говорить о световых волнах в эфире. Для перехода к акустике слово «эфир» надо заменить словом «воздух», а световые волны — волнами звука.

В эфирной теории, помимо источника и наблюдателя, в явлении принимает участие промежуточная среда — световой эфир. С этим связаны усложнение и неопределенность эфирной теории эффекта Допплера, поскольку в каждом конкретном случае мы не можем сказать, как движутся источник и наблюдатель относительно «неуловимого» эфира. Различные теории эфира отличались друг от друга прежде всего тем, как они выбирали систему отсчета, в которой эфир покоится и, следовательно, ведет себя как оптически изотропная среда. Пусть в эфире распространяется плоская монохроматическая волна. Ее частоту в системе отсчета, в которой эфир покоится, обозначим через  $\omega$ , а волновой вектор —