

ворительны уже по той причине, что вводили произвольные предположения относительно механических свойств эфира и его движения относительно Земли. Впервые безупречная и в идейном отношении необычайно простая теория аберрации света (и оптического эффекта Допплера) была дана только в теории относительности.

В связи с этим затронем один вопрос, поставленный в эфирной теории света. Что будет с углом аберрации, если телескоп для его измерения заполнить водой? На этот вопрос эфирные теории света давали различный ответ, в зависимости от того, какие предположения вводили они о движении эфира относительно Земли и т. п. Опыт был поставлен Эйри в 1871 г. Оказалось, что при заполнении телескопа водой угол аберрации не изменяется. Объяснение этого результата в теории относительности не представляет затруднений. Для простоты рассуждений обратим направление распространения света, предположив, что источник света помещен в главном фокусе объектива телескопа. Поскольку нет никакого эфира, в системе отсчета, где телескоп покоится, вода или воздух, заполняющие его, а также стекло самого объектива телескопа оптически изотропны. В этой системе отсчета лучи выйдут из телескопа параллельно главной оптической оси, независимо от того, заполнен ли телескоп водой или не заполнен. Для определения угла аберрации надо выполнить переход к движущейся системе отсчета  $S'$ . Но это можно сделать для волны, *уже вышедшей из телескопа*. Направление этой волны совершенно не зависит от того, какой средой заполнен сам телескоп. Наличие телескопа и этой среды на таком переходе никак не отразится. Следовательно, и угол аберрации не будет зависеть от среды, заполняющей телескоп.

## § 108. Эффект Допплера в акустике и теории эфира

Эффект Допплера был открыт самим Допплером в 1842 г. на акустических волнах. В дальнейшем теория этого эффекта была перенесена без всяких изменений в оптику. При этом предполагалась справедливость волновой эфирной теории света. Место воздуха, в котором распространяются звуковые волны, в оптике занял световой эфир. В остальном все рассуждения в акустике и оптике были абсолютно тождественны. Эфирная теория безвозвратно ушла в область истории. Но акустический эффект Допплера полностью сохранил свое значение. Поэтому имеет смысл изложить здесь теорию этого эффекта. Поскольку, однако, этот том посвящен оптике, мы по-прежнему будем говорить о световых волнах в эфире. Для перехода к акустике слово «эфир» надо заменить словом «воздух», а световые волны — волнами звука.

В эфирной теории, помимо источника и наблюдателя, в явлении принимает участие промежуточная среда — световой эфир. С этим связаны усложнение и неопределенность эфирной теории эффекта Допплера, поскольку в каждом конкретном случае мы не можем сказать, как движутся источник и наблюдатель относительно «неуловимого» эфира. Различные теории эфира отличались друг от друга прежде всего тем, как они выбирали систему отсчета, в которой эфир покоится и, следовательно, ведет себя как оптически изотропная среда. Пусть в эфире распространяется плоская монохроматическая волна. Ее частоту в системе отсчета, в которой эфир покоится, обозначим через  $\omega$ , а волновой вектор —

через  $k = \omega N/c$ , где  $N$  — единичный вектор, в направлении которого волна распространяется. Фаза волны в указанной системе отсчета представится выражением  $\varphi = \omega t - kr$ . Пусть относительно эфира равномерно движется источник со скоростью  $V_{\text{и}}$  и наблюдатель со скоростью  $V_{\text{н}}$ . Их радиусы-векторы будут соответственно  $r_{\text{и}} = V_{\text{и}}t$  и  $r_{\text{н}} = V_{\text{н}}t$ . Фазы колебаний в этих движущихся точках определяются выражениями  $\varphi_{\text{и}} = (\omega - kV_{\text{и}})t$  и  $\varphi_{\text{н}} = (\omega - kV_{\text{н}})t$ . Отсюда следует, что источник в системе отсчета, где он покоится, излучает волны с частотой  $\omega_{\text{и}} = \omega - kV_{\text{и}}$ , а частота, воспринимаемая наблюдателем, определяется выражением  $\omega_{\text{н}} = \omega - kV_{\text{н}}$ . Почленным делением с учетом соотношения  $k = \omega N/c$  исключаем промежуточную частоту  $\omega$  и находим

$$\frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_{\text{и}}} = \frac{1 - (NV_{\text{н}})/c}{1 - (NV_{\text{и}})/c}. \quad (108.1)$$

Это и есть основная формула, определяющая доплеровское изменение частоты в теории эфира и в акустике. Мы видим, что в этой теории частота  $\omega_{\text{н}}$  определяется движением как источника, так и наблюдателя *относительно эфира*, а также направлением распространения  $N$  волны в самом «неподвижном» эфире. В этом ее отличие от теории относительности, в которой эфира нет, а потому эффект Допплера зависит только от скорости источника *относительно наблюдателя* ( $V_{\text{и}} - V_{\text{н}}$ ). В частности, при одной и той же относительной скорости ( $V_{\text{и}} - V_{\text{н}}$ ) формула (108.1) приводит к разным результатам, в зависимости от того, что движется: источник или наблюдатель. Когда движется источник, а наблюдатель неподвижен, она дает

$$\omega_{\text{н}} = \frac{\omega_{\text{и}}}{1 - NV_{\text{и}}/c}. \quad (108.2)$$

Если же движется наблюдатель, а источник остается в покое, то

$$\omega_{\text{н}} = \omega_{\text{и}}(1 - NV_{\text{н}}/c). \quad (108.3)$$

В линейном приближении, когда в формуле (108.1) можно пренебречь квадратами обоих отношений  $V_{\text{и}}/c$  и  $V_{\text{н}}/c$ , она переходит в

$$\frac{\omega_{\text{н}}}{\omega_{\text{и}}} = 1 + \frac{N}{c}(V_{\text{и}} - V_{\text{н}}). \quad (108.4)$$

В эту формулу входит лишь относительная скорость ( $V_{\text{и}} - V_{\text{н}}$ ), а не скорости  $V_{\text{и}}$  и  $V_{\text{н}}$  в отдельности. Однако формула еще не определяет изменения частоты, поскольку в нее входит также направление распространения волны  $N$  в «неподвижном» эфире. Действительно, хотя волна и посылается источником к наблюдателю, ее направление из-за абберации будет изменяться с изменением движения эфира. Только в частном случае, когда источник или наблюдатель покоятся относительно эфира, эта неопределенность исчезает, а формула (108.4) совпадает с тем, что дает в первом порядке теории относительности. Тогда ей можно придать вид

$$\omega_{\text{н}} = (1 + V_N/c), \quad (108.5)$$

где  $V_N$  — скорость источника относительно наблюдателя по лучу зрения. Она считается положительной, когда источник приближается к наблюдателю, и отрицательной, когда он удаляется.

Все изложенное показывает, какие существенные упрощения и определенность внесла теория относительности в теорию эффекта Допплера и абберации света.

## ЗАДАЧА

На рис. 335 приведена схема опыта Фуко по определению скорости света в материальной среде. Лучи от источника  $S$ , пройдя через стеклянную пластинку  $M$  и линзу  $L$ , отражаются от плоского зеркала  $R$ , которое может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к плоскости чертежа. Линза  $L$  дает изображение источ-

ника  $S$  на поверхности вогнутого зеркала  $C$ , центр кривизны которого совпадает с осью вращения зеркала  $R$ . Сосуд  $P$  наполняют исследуемым веществом, в котором измеряется скорость света. Если зеркало  $R$  неподвижно, то лучи, отраженные от  $C$  и  $R$ , снова сойдутся в точке  $S$ . Зеркало  $M$  отклонит часть лучей в сторону и даст действительное изображение источника в  $S_1$ . При вращении зеркала  $R$  изображение  $S_1$  смещается в  $S_1'$ . По величине смещения  $S_1S_1'$  можно вычислить скорость света в исследуемом веществе. При отражении от движущегося зеркала происходит доплеровское изменение частоты света. Учитывая это, показать, что метод Фуко дает групповую скорость света.

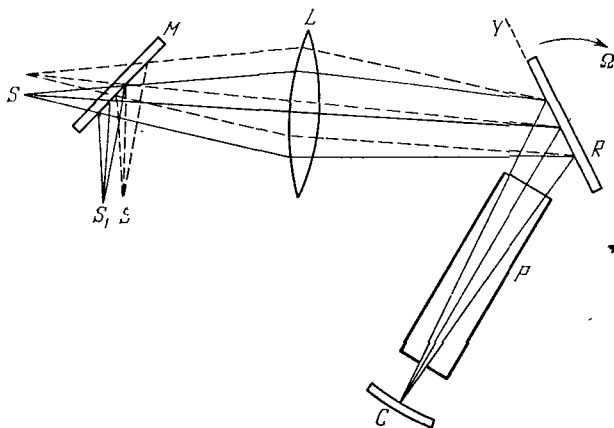


Рис. 335.

**Решение.** Не теряя общности, воздушные зазоры между  $R$  и  $P$ , а также между  $P$  и  $C$  можно считать бесконечно тонкими и во всех расчетах пренебречь толщиной этих зазоров.

Обычный расчет проводится следующим образом. На прохождение расстояния от  $R$  до  $C$  и обратно волновой фронт, распространяющийся с фазовой скоростью  $v$ , затрачивает время  $T = 2D/v$ , где  $D$  — расстояние между зеркалами  $R$  и  $C$ . За это время  $R$  повернется на угол  $\varphi = T\Omega$ , если  $\Omega$  — угловая скорость вращения зеркала. Луч, отраженный от зеркала  $R$ , вращается с вдвое большей скоростью. За то же время он повернется на угол  $\alpha = 2\varphi = 2T\Omega = (4D/v)\Omega$ . Угол  $\alpha$  легко рассчитать по величине смещения  $S_1S_1'$ . Таким образом,

$$v = 4D\Omega/\alpha. \quad (108.6)$$

В этом рассуждении не принято во внимание доплеровское изменение частоты при отражении света от вращающегося зеркала  $R$ . Поэтому оно не дает ответа, что за скорость вычисляется по формуле (108.6).

Поместим начало координат на оси вращающегося зеркала  $R$  и направим ось  $Y$  по линии пересечения плоскости этого зеркала с плоскостью чертежа. Так как линейные скорости различных точек вращающегося зеркала различны, то и изменение частоты волны при ее отражении от зеркала будет разным в зависимости от того, в каком месте зеркала произошло отражение. Благодаря этому различные точки волнового фронта будут распространяться в среде с различными фазовыми скоростями. Это поведет к вращению волнового фронта в среде. Если за направление положительного вращения принять направление вращения зеркала  $R$ , то для угловой скорости вращения волнового фронта в среде можно

написать

$$\Omega' = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{dv}{dy} = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{dv}{d\omega} \frac{d\omega}{dy},$$

где  $\varphi$  — угол падения светового луча на зеркало  $R$ . Так как  $v = \omega/k$ , то

$$\frac{dv}{d\omega} = \frac{1}{k} - \frac{\omega}{k^2} \frac{dk}{d\omega} = \frac{v}{\omega} - \frac{v^2}{\omega u},$$

где  $u$  — групповая скорость. Остается определить  $d\omega/dy$ . Если  $\omega$  — частота волны, отраженной от зеркала в точке с координатой  $y$ , а  $\omega + d\omega$  — с координатой  $y + dy$ , то в первом порядке  $d\omega/\omega = -\frac{2}{c} \Omega \cos \varphi dy$ , откуда

$$\frac{1}{\cos \varphi} \frac{d\omega}{dy} = -2\Omega \frac{\omega}{c} = -2\Omega \frac{\omega}{nv},$$

где  $n$  — показатель преломления. Таким образом,

$$\Omega' = \left( \frac{v^2}{\omega u} - \frac{v}{u} \right) 2\Omega \frac{\omega}{nv} = \frac{2\Omega}{n} \left( \frac{v}{u} - 1 \right).$$

Отраженный от зеркала  $C$  волновой фронт будет также поворачиваться при распространении в веществе с угловой скоростью  $\Omega'$  и притом, как легко сообразить, в том же направлении, что и падающий волновой фронт. С другой стороны, на прохождении слоя вещества толщиной  $2D$  волновой фронт затрачивает время  $T = 2D/v$ . За это время он повернется в среде на угол  $\Omega' T = \frac{4D\Omega}{nv} \left( \frac{v}{u} - 1 \right)$ .

По выходе из сосуда  $P$  в вакуум волновой фронт преломляется, вследствие чего угол поворота увеличивается в  $n$  раз и становится равным

$$n\Omega' T = \frac{4D\Omega}{v} \left( \frac{v}{u} - 1 \right) = \frac{4D\Omega}{u} - \frac{4D\Omega}{v}.$$

Этот поворот надо прибавить к повороту  $4D\Omega/v$ , найденному ранее без учета эффекта Доплера. Таким образом, измеряемый угол поворота  $\alpha$  в действительности равен

$$\alpha = \frac{4D\Omega}{v} + \left( \frac{4D\Omega}{u} - \frac{4D\Omega}{v} \right) = \frac{4D\Omega}{u},$$

так что вместо формулы (108.6) получится

$$u = 4D\Omega/\alpha. \quad (108.7)$$

Следовательно, метод вращающегося зеркала Фуко дает групповую скорость,

## § 109. Замедление хода часов в гравитационном поле

1. Вопросы релятивистской теории тяготения относятся к компетенции *общей теории относительности*, излагать которую мы не предполагаем. Затронем лишь кратко вопрос о влиянии поля тяготения на течение времени. Будем исходить из *принципа эквивалентности гравитационных сил и сил инерции*. Он был подробно изложен в § 71 первого тома. Гравитационное поле будем предполагать слабым (критерий слабости поля указывается ниже).

Возьмем какую-либо инерциальную систему отсчета  $S$ , в различных точках которой установлены неподвижные часы, синхронизованные по правилу Эйнштейна. Как всегда, время, определяемое