

Найдем связь между  $u$  и  $I$  (а также между  $u_\omega$  и  $I_\omega$ ) для поля излучения в вакууме. Возьмем в пространстве бесконечно малый прямоугольный параллелепипед с площадью основания  $ds$  и высотой  $dl$  (рис. 337). Выделим пучок лучей, вступающих через площадку  $ds$  внутрь параллелепипеда, направления которых лежат в пределах телесного угла  $d\Omega$ , а ось телесного угла нормальна к основанию  $ds$ . Каждый из этих лучей доходит до второго основания параллелепипеда за время  $dt = dl/c$ . За это время из выделенного пучка

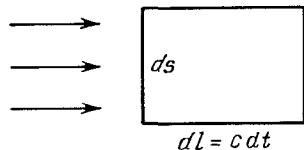


Рис. 337.

лучей через площадку  $ds$  внутрь параллелепипеда вступает лучистая энергия  $I ds d\Omega dt = (I/c) d\Omega dV$ , где  $dV = dl ds$  — объем параллелепипеда. Разделив на  $dV$ , найдем  $(I/c) d\Omega$ . Эта величина есть плотность  $du$  лучистой энергии, распространяющейся в пределах телесного угла  $d\Omega$ . По своему смыслу она может быть

функцией точки в пространстве, но не может зависеть от формы параллелепипеда. Поэтому для нахождения полной плотности  $u$  лучистой энергии в рассматриваемой точке пространства надо проинтегрировать выражение  $du$  по всем направлениям в пространстве. В общем случае при таком интегрировании надо принять во внимание, что удельная интенсивность  $I$  зависит от направления излучения. Но в случае изотропного излучения, каким, в частности, является равновесное излучение, такой зависимости нет. В этом случае интегрирование сводится к простой замене элементарного телесного угла  $d\Omega$  на полный телесный угол  $\Omega = 4\pi$ . Тогда получится

$$u = \frac{4\pi}{c} I. \quad (112.5)$$

Аналогично,

$$u_\omega = \frac{4\pi}{c} I_\omega. \quad (112.6)$$

Такие же соотношения справедливы и в том случае, когда полость заполнена однородной изотропной непоглощающей средой. Надо только величину  $c$  заменить групповой скоростью света в рассматриваемой среде.

### § 113. Закон Кирхгофа

1. Перейдем теперь к рассмотрению законов *теплого излучения и поглощения тел*. Ограничимся частным случаем, когда излучающее и поглощающее тело *непрозрачно*. Этому условию можно удовлетворить, если толщина тела достаточна, чтобы всякий луч, вступивший в него, успел поглотиться, не достигнув противоположной границы тела. Поток лучистой энергии с частотами между  $\omega$

и  $\omega + d\omega$ , излучаемый за время  $dt$  площадкой  $ds$  поверхности тела внутри телесного угла  $d\Omega$ , можно представить выражением

$$d\Phi = E_{\omega} ds \cos \varphi d\Omega d\omega dt, \quad (113.1)$$

где  $\varphi$  — угол между направлением излучения и нормалью к площадке  $ds$ . Здесь введен множитель  $\cos \varphi$ , так как излучение удобнее относить не к величине полной площади  $ds$ , а к ее «видимой» части, т. е. проекции площадки  $ds$  на плоскость, перпендикулярную к направлению излучения (см. § 22). Величина  $E_{\omega}$  называется *излучательной способностью* поверхности тела в направлении, определяемом углом  $\varphi$ <sup>1)</sup>.

*Поглощательной способностью*  $A_{\omega}$  поверхности для излучения той же частоты, направления распространения и поляризации называется безразмерная величина, показывающая, какая доля энергии падающего излучения поглощается рассматриваемой поверхностью.

Речь идет, конечно, только о *чисто температурном излучении*, когда все свойства излучающего и поглощающего тела определяются *только температурой тела*. Исключаются из рассмотрения все случаи «холодного» или неравновесного свечения, когда светящееся тело излучает не потому, что оно нагрето, а потому, что определенные уровни энергии его возбуждены и тело постепенно «высвечивается», переходя в нормальное, невозбужденное состояние.

Что касается зависимости излучательной способности тела от окружающей однородной среды, то к этому вопросу можно подходить с двух точек зрения. Можно определить  $E_{\omega}$  через *полный поток* лучистой энергии выделенного направления и частоты, исходящий от поверхности тела в *окружающую среду*. При такой точке зрения излучательная способность характеризует свойства *двух сред*, граничащих между собой вдоль рассматриваемой поверхности. Но можно встать на другую точку зрения, развивавшуюся Прево (1751—1839) в начале прошлого века. Согласно этой точке зрения, результирующий поток лучистой энергии через поверхность тела есть *разность двух потоков*, которые оба излучаются в вакуум: потока, *излучаемого телом* в окружающее пространство, и потока, *излучаемого средой* в пространство, занятое телом. Первый поток определяет излучательную способность *тела*, второй — излучательную способность *среды*. Мы будем придерживаться второй точки зрения, так как тогда величины  $E_{\omega}$  и  $A_{\omega}$  будут характеристиками *только самого тела*, не зависящими от окружающей среды. При прочих равных условиях они определяются *только температурой тела*.

<sup>1)</sup> Здесь мы отступаем от традиции. По историческим причинам излучающую способность тела принято характеризовать *полным потоком* лучистой энергии, посылаемым излучающей площадкой  $ds$  наружу по *всем направлениям*, т. е. в пределах телесного угла  $2\pi$ . При более детальном рассмотрении надо разложить ее по разным направлениям и частотам, что мы и делаем.

2. Установим связь между излучательной и поглощательной способностью тела. Так как эти величины характеризуют только поверхность самого тела и совершенно не зависят от окружающего излучения, то в рассуждениях относительно этого излучения

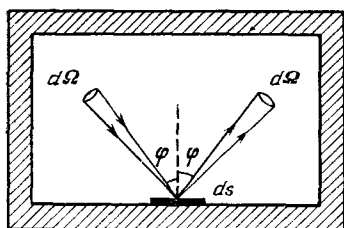


Рис. 338.

можно вводить любые предположения. Предположим, что излучающее тело со всех сторон окружено равновесным излучением, температура которого равна температуре тела. Это, например, можно осуществить, если в качестве рассматриваемого участка поверхности тела взять часть внутренней поверхности замкнутой полости, температура стенок которой поддерживается постоянной. Выделим из всего излучения часть, заполняющую

интервал частот  $\omega$ ,  $\omega + d\omega$ , и рассмотрим превращения ее при излучении и отражении от стенок полости. На площадку  $ds$  стенки (рис. 338) за время  $dt$  в пределах телесного угла  $d\Omega$  падает лучистый поток

$$I_{\omega} ds \cos \varphi d\omega d\Omega dt.$$

Часть его

$$(1 - A_{\omega}) I_{\omega} ds \cos \varphi d\omega d\Omega dt$$

отражается, остальная часть поглощается. На отраженный поток накладывается поток

$$E_{\omega} ds \cos \varphi d\omega d\Omega dt$$

собственного излучения площадки. Таким образом, от площадки  $ds$  внутрь полости исходит лучистый поток

$$[(1 - A_{\omega}) I_{\omega} + E_{\omega}] ds \cos \varphi d\omega d\Omega dt.$$

Но в состоянии равновесия тот же поток может быть представлен выражением

$$I_{\omega} ds \cos \varphi d\omega d\Omega dt.$$

Приравнявая оба выражения, получим

$$\frac{E_{\omega}}{A_{\omega}} = I_{\omega}. \quad (113.2)$$

Доказательство проведено в предположении, что площадка  $ds$  отражает свет *зеркально*. Но это предположение несущественно. Если отражение *диффузное*, то происходит рассеяние падающего лучистого потока по всем направлениям. Однако в состоянии равновесия это приводит только к замене одних лучей другими. Общий поток рассеянной энергии, исходящий от площадки  $ds$  в любой фиксированный в пространстве телесный угол  $d\Omega$ , остается неизменным.

Остаются неизменными и все количественные соотношения, использованные при доказательстве, а с ними и окончательный результат (113.2).

Величина  $I_\omega$  не зависит от вещества стенок полости, а является универсальной функцией только частоты  $\omega$  и температуры тела  $T$ . Таким образом, отношение лучеиспускательной способности тела к его поглотительной способности одинаково для всех тел и является универсальной функцией только частоты и температуры. Этот закон был установлен в 1859 г. Кирхгофом и носит его имя. Он является точным количественным обобщением правила, эмпирически установленного Прево в 1809 г. Согласно этому правилу, если поглотительные способности тел различны, то будут различными и их лучеиспускательные способности.

3. Тело называется абсолютно черным, если его поглотительная способность  $A_\omega$  равна единице для излучений всех частот. Излучательную способность абсолютно черного тела будем обозначать через  $e_\omega$ . Очевидно,  $e_\omega = I_\omega$ . Поэтому равновесное излучение называют также черным излучением. Закону Кирхгофа можно теперь дать следующую формулировку: отношение лучеиспускательной способности тела к его поглотительной способности есть универсальная функция частоты и температуры тела, равная лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Излучательная способность тела тем больше, чем больше его поглотительная способность. Так как величина  $A_\omega$  не может быть больше единицы, то из всех тел при одной и той же температуре абсолютно черное тело обладает наибольшей излучательной способностью. Из закона Кирхгофа следует также, что всякое тело при данной температуре излучает преимущественно лучи таких длин волн, которые оно при той же температуре сильнее всего поглощает.

Абсолютно черных тел, как и других идеализированных объектов, в природе не существует. Наилучшим приближением к абсолютно черному телу является замкнутая полость, в стенке которой сделано малое отверстие, через которое излучение из полости может выходить наружу. Если стенки полости непрозрачны, то при достаточно малых размерах отверстия в полости установится излучение, лишь бесконечно мало отличающееся от равновесного. Через отверстие будет выходить практически такое же излучение, какое испускалось бы абсолютно черной площадкой той же формы и размеров.

Убедиться в этом можно и другим способом. Луч света, вступивший снаружи в полость через ее отверстие, будет претерпевать многократные отражения от стенок полости (рис. 339). При каждом отражении часть лучистой энергии поглощается. После многократ-

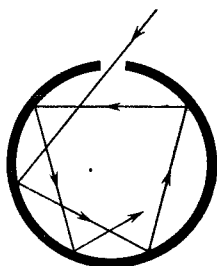


Рис. 339.

ных отражений луч либо совсем не выйдет наружу через отверстие, либо выйдет лишь ничтожная часть лучистой энергии, вступившей в полость. Почти вся энергия поглотится стенками полости. Это значит, что полость с малым отверстием в отношении поглощения, а потому по закону Кирхгофа и в отношении испускания, ведет себя практически как *абсолютно черное тело*. Изложенный способ всегда применяется при точных количественных измерениях излучения абсолютно черного тела.

Поясним изложенное примером. Если стенки полости с малым отверстием ярко осветить снаружи, то отверстие будет выделяться своей чернотой на светлом фоне освещенных стенок. Таким представляется, например, открытое окно здания. Так будет происходить даже в том случае, когда наружная поверхность стенок полости закрашена черной краской. Если же раскалить стенки полости, сделанные из материала с малой поглощательной способностью (например, из белого фарфора), то отверстие будет ярко светиться на более тусклом фоне прямого излучения самих стенок. При закрашивании стенок снаружи в черный цвет стенки светятся ярче, но все же их яркость остается меньше яркости отверстия. Закрашивание стенок изнутри совсем не сказывается на яркости отверстия.

4. Так как для абсолютно черного тела  $e_{\omega} = I_{\omega}$ , а равновесное излучение изотропно, то излучательная способность абсолютно черного тела одинакова по всем направлениям. При тепловом излучении она, очевидно, совпадает с поверхностной яркостью тела (см. § 22). Значит, *излучательная способность абсолютно черного тела подчиняется закону Ламберта* (см. § 22).

Обратное, конечно, не справедливо. Закон Ламберта может выполняться и для не абсолютно черных тел. Закон Кирхгофа позволяет полнее исследовать этот вопрос. Согласно этому закону,  $E_{\omega} = A_{\omega}e_{\omega}$ , а потому тело будет излучать по закону Ламберта, если его поглощательная способность не зависит от направления поглощаемого излучения. Так как для непрозрачного тела энергия падающего света равна сумме энергий поглощенного и рассеянного света, то, очевидно, закону Ламберта будет подчиняться излучение всяких тел, равномерно рассеивающих падающий свет во все стороны, независимо от его направления. Такие тела называются *абсолютно матовыми*. Итак, *тепловое излучение абсолютно матовых тел следует закону Ламберта*. На эту связь закона Ламберта с законом Кирхгофа указал В. А. Ульянин (1863—1930) в 1897 г., хотя его рассуждения и были несколько сложнее приведенных здесь.

#### § 114. Формула Кирхгофа — Клаузиуса

Найдем теперь плотность энергии и удельную интенсивность равновесного излучения в прозрачной однородной изотропной среде с показателем преломления  $n$ . Такое излучение устанавливается