ных отражений луч либо совсем не выйдет наружу через отверстие, либо выйдет лишь ничтожная часть лучистой энергии, вступившей в полость. Почти вся энергия поглотится стенками полости. Это значит, что полость с малым отверстием в отношении поглощения, а потому по закону Кирхгофа и в отношении испускания, ведет себя практически *как абсолютно черное тело*. Изложенный способ всегда применяется при точных количественных измерениях излучения абсолютно черного тела.

Поясним изложенное примером. Если стенки полости с малым отверстием ярко осветить снаружи, то отверстие будет выделяться своей чернотой на светлом фоне освещенных стенок. Таким представляется, например, открытое окно здания. Так будет происходить даже в том случае, когда наружная поверхность стенок полости закрашена черной краской. Если же раскалить стенки полости, сделанные из материала с малой поглощательной способностью (например, из белого фарфора), то отверстие будет ярко светиться на более тусклом фоне прямого излучения самих стенок. При закрашивании стенок снаружи в черный цвет стенки светятся ярче, но все же их яркость остается меньше яркости отверстия. Закрашивание стенок изнутри совсем не сказывается на яркости отверстия.

4. Так как для абсолютно черного тела $e_\omega = I_\omega$, а равновесное излучение изотропно, то излучательная способность абсолютно черного тела одинакова по всем направлениям. При тепловом излучении она, очевидно, совпадает с поверхностной яркостью тела (см. § 22). Значит, *излучательная способность абсолютно черного тела подчиняется закону Ламберта* (см. § 22).

Обратное, конечно, не справедливо. Закон Ламберта может выполняться и для не абсолютно черных тел. Закон Кирхгофа позволяет полнее исследовать этот вопрос. Согласно этому закону, $E_\omega = A_\omega e_\omega$, а потому тело будет излучать по закону Ламберта, если его поглощательная способность не зависит от направления поглощаемого излучения. Так как для непрозрачного тела энергия падающего света равна сумме энергий поглощенного и рассеянного света, то, очевидно, закону Ламберта будет подчиняться излучение всяких тел, равномерно рассеивающих падающий свет во все стороны, независимо от его направления. Такие тела называются *абсолютно матовыми*. Итак, *тепловое излучение абсолютно матовых тел следует закону Ламберта*. На эту связь закона Ламберта с законом Кирхгофа указал В. А. Ульянин (1863—1930) в 1897 г., хотя его рассуждения и были несколько сложнее приведенных здесь.

§ 114. Формула Кирхгофа — Клаузиуса

Найдем теперь плотность энергии и удельную интенсивность равновесного излучения в прозрачной однородной изотропной среде с показателем преломления n. Такое излучение устанавливается в замкнутой полости, заполненной рассматриваемой средой, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре. В точности такое же излучение установится в среде и в том случае, когда она заполняет только часть полости. Предположим, что часть полости заполнена рассматриваемой средой, а в другой находится вакуум. Равновесное излучение как в среде, так и в вакууме совершенно не зависит от формы и свойств поверхности, вдоль которой среда граничит с вакуумом. Не меняя окончательного результата, можно принять, что эта граница плоская и гладкая.

Излучение в среде не зависит и от ее размеров. Поэтому среду можно считать настолько протяженной, чтобы при сколь угодно малом коэффициенте поглощения световой луч, вступивший в среду, успел полностью поглотиться, не достигнув стенок полости. Тогда обмен энергией между средой и вакуумом будет происходить только в результате отражения и преломления излучения на рассматриваемой границе. Такой обмен подчиняется *принципу детального равновесия* и не может нарушить состояние равновесия излучения как в среде, так и в вакууме. Из этого условия и можно найти соотношение между плотностью энергии u^0 и удельной интенсивностью I^0 излучения в вакууме с такими же величинами u и I в среде. (В этом параграфе все величины, относящиеся к вакууму, снабжены нулем в индексе, а все величины в среде оставлены без индекса.)

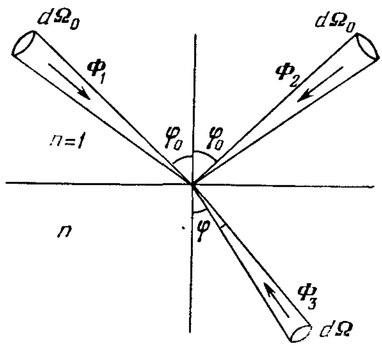

Рис. 340.

Ввиду выполнения принципа детального равновесия, рассуждение достаточно провести не для всего излучения, а только для произвольной части его, заполняющей интервал частот ω, $\omega + d\omega$. Через единичную площадку границы раздела в единицу времени из вакуума в пределах телесного угла $d\Omega_0$ падает лучистый поток $\Phi_1 = I^0_\omega \, d\Omega_0 \, d\omega \cos\varphi_0$, где φ_0 — угол падения (рис. 340). Согласно принципу детального равновесия, должен существовать такой же лучистый поток, распространяющийся в обратном направлении. Он состоит из двух потоков. Первый поток возникает в результате отражения потока Φ_2 и равен $(1 - A_\omega) I^0_\omega \, d\Omega_0 \, d\omega \cos\varphi_0$. Второй поток возникает в результате преломления потока Φ_3, приходящего снизу из среды. Так как в силу формул Френеля коэффициенты отражения на границе раздела при прямом и обратном ходе лучей одинаковы, то второй поток будет $A_\omega I_\omega \, d\Omega \, d\omega \cos\varphi$, где φ — угол преломления, а $d\Omega$ — телесный угол в среде, переходящий при преломлении в $d\Omega_0$. Сокращая на $d\omega$, запишем условие детального равновесия в виде

$$(1-A_\omega) I_\omega^0 \cos\varphi_0 \, d\Omega_0 + A_\omega I_\omega \cos\varphi \, d\Omega = I_\omega^0 \cos\varphi_0 \, d\Omega_0,$$

или

$$I_\omega \cos\varphi \, d\Omega = I_\omega^0 \cos\varphi_0 \, d\Omega_0.$$

В качестве $d\Omega_0$ возьмем (не изображенный на рис. 340) телесный угол, заключенный между коническими поверхностями, образующие которых составляют с нормалью к границе раздела углы φ_0 и $\varphi_0 + d\varphi_0$, т. е. $d\Omega_0 = 2\pi \sin\varphi_0 \, d\varphi_0$. Аналогично, $d\Omega = 2\pi \sin\varphi \, d\varphi$. Тогда

$$I_\omega \cos\varphi \sin\varphi \, d\varphi = I_\omega^0 \cos\varphi_0 \sin\varphi_0 \, d\varphi_0.$$

В силу закона преломления $\sin\varphi_0 = n \sin\varphi$, так что $\cos\varphi_0 \, d\varphi_0 = n \cos\varphi \, d\varphi$. Поэтому

$$I_\omega \sin\varphi = n I_\omega^0 \sin\varphi_0.$$

Отсюда в силу того же закона преломления

$$I_\omega = n^2 I_\omega^0. \tag{114.1}$$

Эта формула и решает поставленную задачу. Она была получена Кирхгофом в 1860 г. и независимо от него Клаузиусом в 1864 г. Ее называют *формулой Кирхгофа — Клаузиуса*.

В вакууме величины I_ω^0 и u_ω^0 связаны соотношением (112.6), т. е. $cu_\omega^0 = 4\pi I_\omega^0$. В среде оно заменяется на $v_{\text{гр}} u_\omega = 4\pi I_\omega$, где $v_{\text{гр}}$ — групповая скорость. Следовательно,

$$u_\omega = u_\omega^0 n^2 \frac{c}{v_{\text{гр}}}. \tag{114.2}$$

Для недиспергирующих сред

$$u_\omega = n^3 u_\omega^0. \tag{114.3}$$

Соотношениям (114.1) и (114.3) можно придать другую, легче запоминаемую форму, глубокий смысл которой выяснится при рассмотрении проблемы методами статистической физики (см. § 117). Для этого заметим, что $n = \lambda_0/\lambda$. Тогда (114.1) и (114.3) преобразуются в

$$\lambda^2 I_\omega = \lambda_0^2 I_\omega^0, \tag{114.4}$$

$$\lambda^3 u_\omega = \lambda_0^3 u_\omega^0. \tag{114.5}$$

Соотношение (114.4) означает, что *в равновесном излучении потоки лучистой энергии через квадратную площадку со стороной, равной длине волны λ (в рассматриваемой среде), отнесенные к единице телесного угла, в направлении нормали к площадке одинаковы для всех сред и зависят только от их температуры.* Это утверждение справедливо как для полного потока, так и для его монохроматических составляющих. Аналогично, соотношение (114.5) утверждает, что *энергия равновесного излучения, локализованная в кубике с ребром, равным длине волны* λ, *одинакова во всех изотропных недиспергирующих средах и определяется только температурой среды.* Это утверждение относится также не только к полной плотности энергии, но и к ее монохроматическим составляющим.

§ 115. Закон Стефана — Больцмана

1. В XIX веке производились многочисленные исследования зависимости *интегральной лучеиспускательной способности* нагретых тел от температуры, т. е. величины, которая определяет *суммарную энергию* всех длин волн, излучаемых телами. Эти исследования приводили к противоречивым результатам. Основная причина расхождений была окончательно выяснена после установления закона Кирхгофа, так как излучение определяется не только температурой, но также составом тела и физическими свойствами излучающей поверхности. А на эту сторону дела в экспериментальных исследованиях не обращалось должного внимания. Из эмпирически установленных законов следует отметить только результат, найденный в 1879 г. Стефаном (1835—1898). Он нашел, что *для черных тел излучательная способность пропорциональна четвертой степени температуры.* Через пять лет Больцман получил этот результат теоретически из термодинамических соображений и показал, что он *абсолютно верен для абсолютно черных тел.* Этот результат, получивший название *закона Стефана — Больцмана,* был подтвержден последующими опытами по излучению абсолютно черного тела.

Вывод Больцмана и все последующие работы по теории теплового излучения существенно используют результаты Максвелла, предсказавшего и рассчитавшего *давление света* (см. т. II, § 61; т. III, § 145, а также задачу 2 к § 84 этого тома). Для изотропного излучения это давление равно $\mathcal{P} = {}^1/_3 u$, где u — интегральная плотность лучистой энергии. К такому выражению должна приводить всякая *релятивистская теория света,* независимо от того, является ли она корпускулярной или волновой. До теории относительности этот результат, разумеется, не был известен, а результаты Максвелла не считались общепризнанными. В частности, согласно нерелятивистской корпускулярной теории должно было бы быть $\mathcal{P} = {}^2/_3 u$, как это предсказывает кинетическая теория газов (см. т. II, § 59). Поэтому опыты П. Н. Лебедева, впервые измерившего в 1900 г. световое давление, подтвердившие результаты Максвелла, имели основополагающее значение для всей термодинамики лучистой энергии.

2. Доказательство закона Стефана — Больцмана мы проведем *методом циклов,* так как таким путем попутно будут получены важные соотношения, используемые в дальнейшем. Допустим, что изотропное излучение произвольного спектрального состава зак-