В результате электронных ударов на этих метастабильных уровнях накапливается очень много атомов гелия. Но уровни гелия $\mathscr{E}_2'$ и $\mathscr{E}_3'$ почти совпадают с уровнями $\mathscr{E}_2$ и $\mathscr{E}_3$ неона. Благодаря этому при столкновениях возбужденных атомов гелия с невозбужденными атомами неона интенсивно происходят *безызлучательные переходы* атомов гелия в невозбужденное состояние с резонансной передачей энергии атомам неона. Этот процесс возбуждения атомов неона на рис. 352 символически изображен горизонтальными пунктирными стрелками. В результате концентрации атомов неона на уровнях $\mathscr{E}_2$ и $\mathscr{E}_3$ сильно возрастают, и возникает инверсная заселенность по отношению к уровням $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_3$, а разность заселенностей уровней $\mathscr{E}_2$ и $\mathscr{E}_1$ увеличивается в несколько раз.

Выясним в заключение влияние *столкновений* атомов неона со стенками трубки. Такие столкновения практически не влияют на заселенность уровней $\mathscr{E}_2$ и $\mathscr{E}_3$ и непосредственно уровня $\mathscr{E}_1$, так как все эти уровни *короткоживущие*. За время жизни в возбужденных состояниях на этих уровнях атомы неона практически не успевают доходить до стенок трубки. Указанные уровни разрушаются значительно раньше. Напротив, на уровне $\mathscr{E}_5$ возбужденные атомы живут долго, претерпевая в этих состояниях многочисленные столкновения со стенками трубки. Столкновения разгружают уровень $\mathscr{E}_5$, в результате чего атомы неона переходят с уровня $\mathscr{E}_1$ на уровень $\mathscr{E}_5$. Опустошение уровня $\mathscr{E}_1$ происходит быстрее, чем при заселенном уровне $\mathscr{E}_5$. Разница заселенностей уровней $\mathscr{E}_3$ и $\mathscr{E}_1$ увеличивается, что повышает эффективность работы лазера. Процесс опустошения уровня $\mathscr{E}_1$ происходит наиболее эффективно при некотором *оптимальном диаметре трубки*. Опыты показали, что максимальная мощность гелий-неонового лазера достигается при диаметре трубки ~ 7 мм. При бо́льших диаметрах мощность лазера падает, несмотря на сильное увеличение объема рабочего газа (объем трубки пропорционален квадрату ее диаметра). Это связано с тем, что эффективное опустошение уровня $\mathscr{E}_1$ происходит у атомов, находящихся *вблизи стенок трубки*, а атомы, находящиеся вблизи ее центра, *практически выключаются из процесса генерации*.

§ 123. Нелинейная поляризация среды

1. Изобретение лазеров сделало возможным экспериментировать с интенсивными световыми пучками, в которых напряженность электрического поля не пренебрежимо мала по сравнению с внутриатомными и внутримолекулярными полями (см. § 5, пункт 3). В таких пучках возникают уже *нелинейные оптические явления*, и притом не только как малые поправки к линейным, но также и как явления *крупного масштаба*, нашедшие важные практические применения. О некоторых нелинейных явлениях в оптике (увеличение прозрач-

ности среды с увеличением интенсивности света, вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна, вынужденное комбинационное рассеяние) уже говорилось в главе VIII (см. §§ 91, 99, 100).

При распространении света в среде все такие явления связаны прежде всего с *нелинейной зависимостью* вектора поляризации среды $\boldsymbol{P}$ от напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$ световой волны. Среду мы будем предполагать *однородной*, не будем учитывать ее магнитные свойства и пространственную дисперсию. Если поле $\boldsymbol{E}$ еще *не очень сильное*, то вектор $\boldsymbol{P}$ можно разложить по степеням составляющих вектора $\boldsymbol{E}$ и оборвать такое разложение на нескольких первых членах. Тогда в общем случае, когда среда анизотропна, можно написать

$$P_j = \alpha_{jk}E_k + \alpha_{jkl}E_kE_l + \alpha_{jklm}E_kE_lE_m + \ldots, \tag{123.1}$$

где в соответствии с общепринятой тензорной символикой подразумевается, что по дважды повторяющимся индексам производится суммирование. Здесь тензор α_{jk} есть обычная или *линейная поляризуемость среды*, а тензоры высших порядков α_{jkl}, α_{jklm}, ... называются соответственно *квадратичной*, *кубичной* и пр. *поляризуемостями*. Поле $\boldsymbol{E}$ предполагается *монохроматическим*, а поляризуемости α — *функциями частоты* ω. Для изотропной среды все тензоры α_{jk}, α_{jkl}, ... *вырождаются в скаляры*.

Если каждая точка среды является центром симметрии, то все поляризуемости четных порядков обращаются в нуль. (Четность определяется числом индексов без первого.) Действительно, изменим на противоположные направления всех координатных осей. Тогда изменятся знаки у E_k и E_l, но α_{jkl} останется неизменным, так как начало координат, как и всякая точка среды, есть ее центр симметрии. Не изменится и весь квадратичный член $\alpha_{jkl}E_kE_l$. Но знак P_j изменится на противоположный. Чтобы соотношение (123.1) осталось справедливым и в новой системе координат, должно быть $\alpha_{jkl} = 0$. Так же докажем, что должны обращаться в нуль и остальные поляризуемости четных порядков.

С наличием квадратичной поляризуемости связаны многие нелинейные оптические явления. Из доказанного выше следует, что в изотропных средах нелинейные квадратичные явления *невозможны*. Тем не менее и при рассмотрении таких явлений можно пользоваться моделью изотропной среды, полагая

$$\boldsymbol{P} = \alpha\boldsymbol{E} + \alpha_2 E\boldsymbol{E} + \alpha_3 E^2\boldsymbol{E} + \ldots, \tag{123.2}$$

где поляризуемости α, α_2, α_3, ... являются уже *скалярами*. Такое упрощение вполне допустимо *при качественном рассмотрении* возможных нелинейных оптических явлений. Надо только иметь в виду, что в кристаллах в выбранном направлении могут распространяться волны не всех, а только *избранных поляризаций*. Соотношение (123.2) приближенно применимо к каждой из таких волн, причем для различных волн поляризуемости α, α_2, ... имеют разные значения. Кроме того, волны разных поляризаций могут *нелинейно взаимодействовать*, обмениваясь энергией друг с другом. Такое взаимодействие должно иметь место при тензорной связи (123.1) между $\boldsymbol{P}$ и $\boldsymbol{E}$. Но оно было бы невозможно, если бы эта связь была скалярной типа (123.2). Понятно, что при нашем подходе влияние такого взаимодействия может быть учтено только качественно.

2. Разобьем поляризацию $\boldsymbol{P}$ на *линейную* и *нелинейную части*: $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}_{л} + \boldsymbol{P}_{нл}$. Нелинейная часть определяется выражением

$$\boldsymbol{P}_{нл} = \alpha_2 E\boldsymbol{E} + \alpha_3 E^2 \boldsymbol{E} + \ldots, \tag{123.3}$$

а линейная $\boldsymbol{P}_{л} = \alpha \boldsymbol{E}$. В соответствии с этим и индукция $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P}$ представится суммой *линейной части* $\boldsymbol{D}_{л} = \boldsymbol{E} + 4\pi \boldsymbol{P}_{л}$ и *нелинейной* $\boldsymbol{D}_{нл} = 4\pi \boldsymbol{P}_{нл}$. Линейная часть, очевидно, равна $\boldsymbol{D}_{л} = \varepsilon \boldsymbol{E}$, где ε — обычная *диэлектрическая проницаемость среды*, как она определяется в линейной электродинамике. После этого запишем систему фундаментальных уравнений Максвелла в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&\operatorname{rot} \boldsymbol{H} - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\frac{\partial \boldsymbol{P}_{нл}}{\partial t},\\
&\operatorname{rot} \boldsymbol{E} - \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0,\\
&\operatorname{div}(\varepsilon \boldsymbol{E}) = -4\pi \operatorname{div} \boldsymbol{P}_{нл},\\
&\operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0.
\end{aligned} \tag{123.4}$$

Для решения такой системы применяем *метод последовательных приближений*. В нулевом приближении в уравнении (123.4) отбрасываем правые части. Получатся *обычные уравнения линейной электродинамики*. В качестве нулевого приближения возьмем плоскую волну

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 = \boldsymbol{A} \cos(\omega t - \boldsymbol{kr}), \tag{123.5}$$

где волновой вектор $\boldsymbol{k}$ удовлетворяет обычному соотношению $\boldsymbol{k}^2 = \varepsilon\omega^2/c^2$. Для нахождения первого приближения в (123.3) отбросим кубичные и высшие члены, а в квадратичном члене $\alpha_2 E\boldsymbol{E}$ поле $\boldsymbol{E}$ заменим его выражением (123.5) в нулевом приближении. После этого снова получатся *линейные уравнения*, но уже *неоднородные*, с известными правыми частями. Эти правые части могут быть истолкованы как *добавочные источники волн*, обусловленные нелинейной частью поляризации среды. Каждый элемент объема dV среды *переизлучает волны* как диполь Герца с добавочным дипольным моментом $\boldsymbol{P}_{нл} dV$. Эти излучения, накладываясь на волну (123.5), и создают волновое поле $\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1$ *в первом приближении*. Второе приближение находится так же. Для этого выражение (123.3) обрываем на членах третьей степени, заменяя в оборванном выражении вектор $\boldsymbol{E}$ на $\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1$, после чего вычисляем поле $\boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2$ *во втором приближении*, и т. д.

К изложенному надо еще добавить, что следует понимать под ε в уравнениях (123.4), когда среда *обладает дисперсией.* Ответ заключается в следующем. Если взять какое-либо приближение, то в правой части уравнений (123.4) появятся слагаемые не только с исходной частотой ω, но и с частотами 2ω, 3ω, ... Могут появиться и другие частоты, как, например, при параметрической генерации света (см. § 126). Надо $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$ искать в виде суммы монохроматических полей *с теми же частотами.* Уравнение (123.4) следует написать *для каждой частоты в отдельности*, сохранив в правой части только члены той же частоты и понимая под ε значение функции ε также *при той же частоте.* Именно такой *символический смысл* имеет система уравнений (123.4).

§ 124. Первое приближение. Оптическое детектирование. Генерация вторых гармоник, суммарной и разностной частот

1. Нелинейная добавка (123.3) к поляризации среды, вычисленная в нулевом приближении, равна

$$P_{\text{нл}} = \alpha_2 E_0^2 = \frac{\alpha_2 A^2}{2} + \frac{\alpha_2 A^2}{2} \cos 2(\omega t - \boldsymbol{kr}). \tag{124.1}$$

Первое слагаемое в этом выражении не зависит от времени. С ним связано так называемое *оптическое детектирование*, т. е. возникновение в нелинейной среде постоянной электрической поляризации при прохождении через нее мощной световой волны. Это явление аналогично *выпрямлению синусоидального электрического тока.* Его можно наблюдать, если между обкладками конденсатора, одна из которых заземлена через большое сопротивление, поместить кристалл (например, кварца) и пропустить через него световой пучок от рубинового лазера. Вследствие детектирования световой пучок возбуждает в цепи конденсатора *импульс электрического тока*, который можно обнаружить с помощью осциллографа.

2. Второе слагаемое в (124.1) гармонически меняется во времени. С ним связана *генерация в нелинейной среде второй гармоники*, т. е. волны с удвоенной частотой $\omega_2 = 2\omega$. Для нахождения поля этой гармоники поступаем так, как изложено в предыдущем параграфе. Переходя к комплексной форме, получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} &\operatorname{rot} \boldsymbol{H} - \frac{\varepsilon(2\omega)}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = i\omega \frac{4\pi\alpha_2}{c} A\boldsymbol{A} e^{i2(\omega t - \boldsymbol{kr})}, \\ &\operatorname{rot} \boldsymbol{E} - \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0, \\ &\operatorname{div} \boldsymbol{E} = \operatorname{div} \boldsymbol{H} = 0. \end{aligned} \tag{124.2}$$

Найдем сначала *частное решение* этой системы

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}_1 e^{i2(\omega t - \boldsymbol{kr})}, \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}_1 e^{i2(\omega t - \boldsymbol{kr})},$$