

лучей взять лучи, параллельные оси пучка, то они сфокусируются на том же расстоянии $f_{эф}$.

Для сероуглерода CS_2 , обладающего сравнительно большим значением $n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ СГСЭ, при освещении рубиновым лазером ($\lambda = 694,3$ нм) пороговая мощность, вычисленная по формуле (125.3), равна $P_{порог} \approx 17$ кВт. Если диаметр пучка $D = 1$ мм, то формула (125.4) в этом случае дает $f_{эф} \approx 96$ см ($n_0 = 1,62$). В некоторых сортах оптического стекла $P_{порог} \sim 1$ Вт. В этих случаях явление самофокусировки можно наблюдать не только в мощных пучках импульсных лазеров, но и в малоинтенсивных пучках лазеров непрерывного действия.

§ 126. Параметрическая генерация света

1. Нелинейные оптические явления в кристаллах позволяют преобразовывать излучение лазера не только в излучения гармоник, суммарных и разностных частот, но и в *излучения с плавно перестраиваемой частотой*. Принцип такого преобразования был указан в 1962 г. С. А. Ахмановым и Р. В. Хохловым (1926—1977). Он заключается в следующем. Пусть на среду, нелинейная поляризация которой с точностью до квадратичных членов определяется выражением $P_{нл} = \alpha_2 E E$, падает мощная «волна накачки» $E_n = A_n \cos(\omega_n t - \mathbf{k}_n \mathbf{r})$ и две слабые волны $E_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \mathbf{r})$ и $E_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \mathbf{r})$, частоты которых связаны соотношением

$$\omega_n = \omega_1 + \omega_2. \quad (126.1)$$

Считая для простоты, что направления амплитуд всех волн совпадают, перейдем к скалярной форме записи. В первом приближении нелинейная поляризация среды будет равна $\alpha_2 (E_n + E_1 + E_2)^2$. Возведя в квадрат, рассмотрим член $2\alpha_2 E_1 E_n$, представляющий собой произведение двух косинусов. Преобразуем его в сумму двух косинусов и возьмем слагаемое с разностной частотой $(\omega_n - \omega_1)$, которая, ввиду (126.1), равна ω_2 . Так же поступим с произведением $2\alpha_2 E_2 E_n$. В результате из нелинейной поляризации $P_{нл}$ выделятся два члена с частотами ω_1 и ω_2 :

$$\begin{aligned} P_{нл}(\omega_1) &= \alpha_2 A_2 A_n \cos[\omega_1 t - (\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_2) \mathbf{r}], \\ P_{нл}(\omega_2) &= \alpha_2 A_1 A_n \cos[\omega_2 t - (\mathbf{k}_n - \mathbf{k}_1) \mathbf{r}]. \end{aligned} \quad (126.2)$$

Следовательно, возникнет переизлучение волн с теми же частотами ω_1 и ω_2 . Это может привести к *усилению волн таких частот* за счет энергии волны накачки. Такое явление называется *параметрическим усилением света*, так как его можно рассматривать как результат *модуляции параметров среды* (показателя преломле-

ния) при ее взаимодействии с волной накачки. Оно было открыто в 1965 г. Ахмановым и Хохловым с сотрудниками в СССР, а также Джердмейном и Миллером в США и использовано ими для создания *когерентных генераторов света с плавно перестраиваемой частотой*. Взаимодействие с волной накачки будет особенно сильным, когда фазы волн (126.2) длительно совпадают с фазами обеих волн E_1 и E_2 , т. е. когда соблюдается условие

$$k_1(\omega_1) + k_2(\omega_2) = k_n(\omega_n). \quad (126.3)$$

Это условие называется условием *фазового синхронизма* между волной накачки и обеими волнами с частотами ω_1 и ω_2 . Полученное ранее условие (124.7) является частным случаем условия (126.3). Чтобы в этом убедиться, достаточно записать (124.7) в виде

$$k(\omega) + k(\omega) = k_2(2\omega)$$

и применить его к процессу образования волны частоты ω из ее второй гармоники.

Если условие синхронизма выполнено, то энергия от волны накачки будет в нелинейной среде передаваться волнам с частотами ω_1 и ω_2 . Для эффективного усиления этих волн надо волну накачки заставить многократно проходить через нелинейную среду (кристалл). Для этого последнюю, как в лазерах, помещают в *оптический резонатор между двумя зеркалами*. Оба зеркала должны иметь достаточно высокие коэффициенты отражения для волн обеих частот ω_1 и ω_2 и в то же время одно из них, через которое входит волна накачки, должно быть в достаточной степени прозрачным для этой волны. При достаточно высоких коэффициентах отражения зеркал и большой мощности волны накачки возникает генерация на частотах ω_1 и ω_2 , удовлетворяющих условиям (126.1) и (126.3).

Нет необходимости специально посылать в резонатор волны с частотами ω_1 и ω_2 . Они сами возникают либо из-за всегда имеющихся шумов, либо из-за *тепловых флуктуаций*. Происходит *самовозбуждение* генератора с последующим усилением генерируемых волн при нелинейном взаимодействии их с волной накачки. В качестве волны накачки обычно используется вторая (или третья) гармоника рубинового или неодимового лазера.

2. В *изотропных средах в области нормальной дисперсии нельзя удовлетворить одновременно обоим условиям (126.1) и (126.3)*. Действительно, допустим сначала, что все три волны с частотами ω_n , ω_1 , ω_2 распространяются в одном направлении. В этом случае условие (126.3) можно записать в виде $\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 = \omega_n n_n$, где n_1 , n_2 , n_n — показатели преломления для соответствующих частот. С учетом (126.1) отсюда получаем $(n_n - n_1) \omega_1 + (n_n - n_2) \omega_2 = 0$, а это невозможно, так как $(n_n - n_1) > 0$ и $(n_n - n_2) > 0$. Из приведенного рассуждения следует, что волновое число k_n всегда

больше суммы волновых чисел k_1 и k_2 , независимо от направления волн. Поэтому условию (126.3) нельзя удовлетворить и при различных направлениях векторов k_1 , k_2 , k_n . Иначе получился бы векторный треугольник, одна сторона которого длиннее суммы длин двух других сторон.

Однако синхронизм можно получить в некоторых кристаллах между обыкновенной и необыкновенной волнами. Только теперь, когда частоты ω_1 и ω_2 могут не совпадать, для осуществления синхронизма имеется больше возможностей, чем в аналогичном случае при генерации второй или третьей гармоник (см. § 124). В принципе синхронизм мог бы осуществляться в четырех случаях:

$$\begin{aligned} 1) k_n^e &= k_1^o + k_2^e, & 2) k_n^e &= k_1^o + k_2^o, \\ 3) k_n^o &= k_1^o + k_2^e, & 4) k_n^o &= k_1^e + k_2^e, \end{aligned} \quad (126.4)$$

где индексы o и e относятся к обыкновенной и необыкновенной волнам. Разумеется, не всем этим условиям, и даже хотя бы одному из них, можно удовлетворить в реальных кристаллах. Так, в случае одноосного кристалла дифосфата калия KN_2PO_4 можно удовлетворить первым двум условиям. В первом случае в «направлении синхронизма» необыкновенная волна накачки будет генерировать в кристалле обыкновенную и необыкновенную волны с частотами ω_1 и ω_2 , а во втором случае обе генерируемые волны будут обыкновенными. Для одноосного кристалла ниобата лития LiNbO_3 , обладающего очень большой нелинейностью, можно удовлетворить только второму из условий (126.4).

Поворачивая кристалл (или изменяя его температуру, а также накладывая постоянное электрическое поле), можно изменять частоты ω_1 и ω_2 , для которых направление, перпендикулярное к зеркалам, является направлением синхронизма. Именно так действуют параметрические генераторы когерентного света, позволяющие плавно перестраивать частоту. КПД таких генераторов, определяемый как отношение мощностей параметрически генерируемых волн к мощности волны накачки, достигает нескольких процентов при выходной мощности в несколько десятков и сотен кВт. Ясно, что генерируемые частоты ω_1 и ω_2 всегда меньше частоты ω_n волны накачки. Плавно перестраивая параметрический генератор света, можно пройти весь диапазон видимого света от красного до фиолетового, а также далеко проникнуть и в инфракрасную область спектра.

3. Если (126.1) умножить на постоянную Планка \hbar , то получится

$$\hbar\omega_n = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2. \quad (126.5)$$

Это соотношение в квантовой физике интерпретируется как про-

цесс распада фотона $\hbar\omega_n$ на два фотона $\hbar\omega_1$ и $\hbar\omega_2$, причем уравнение (126.5) выражает закон сохранения энергии для этого элементарного акта. Аналогично, генерация второй гармоники с квантовой точки зрения есть процесс взаимодействия двух фотонов с энергией $\hbar\omega$ каждый, в результате которого рождается фотон $\hbar\omega_2$ с удвоенной частотой $\omega_2 = 2\omega$. Точно так же можно интерпретировать генерацию третьей и высших гармоник, а также генерацию волн с суммарной и разностной частотами. Однако сейчас мы не будем входить в обсуждение всех этих вопросов, так как квантовые явления предполагается рассмотреть в пятом томе нашего курса.