пературы, зависила еще от объема. Поэтому отмеченное совпадение может служить одним из экспериментальных подтверждений закона Джоуля о независимости внутренней энергии идеального газа от его объема.

§ 21. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона

1. *Процесс, происходящий без подвода и отвода тепла, называется адиабатическим*. Рассмотрим, как связаны между собой параметры, определяющие состояние идеального газа, когда газ совершает квазистатический адиабатический процесс. Полагая в уравнении (15.5) $\delta Q = 0$, $dU = C_V dT$, получим

$$C_V\, dT + P\, dV = 0.$$

Из уравнения Клапейрона

$$dT = \frac{d(PV)}{R} = \frac{P\,dV + V\,dP}{R} = \frac{P\,dV + V\,dP}{C_P - C_V}.$$

Исключая dT, получим

$$C_P P\, dV + C_V V\, dP = 0.$$

Введем обозначение

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}. \tag{21.1}$$

Тогда

$$\gamma P\, dV + V\, dP = 0. \tag{21.2}$$

Таково дифференциальное уравнение квазистатического адиабатического процесса для идеального газа. Теплоемкости C_P и C_V для идеальных газов могут зависеть от температуры. Но во многих случаях они остаются практически постоянными в широких температурных интервалах. Если это так, то постоянно также и их отношение γ. Тогда уравнение (21.2) легко интегрируется и дает

$$PV^{\gamma} = \text{const}. \tag{21.3}$$

Это уравнение называется *уравнением Пуассона* (1781—1840). Оно является уравнением *адиабаты*, т. е. кривой, графически изображающей квазистатический адиабатический процесс. Величина γ называется *адиабатической постоянной*. Поскольку $PV = RT$, уравнение адиабаты можно записать еще в двух видах:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \tag{21.4}$$

$$\frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = \text{const}. \tag{21.5}$$

Так как $\gamma > 1$, то из (21.4) следует, что при адиабатическом сжатии газ нагревается, а при адиабатическом расширении — охлаждается. На этом основано явление *пневматического огнива* (см. § 13). Это явление находит применение в дизелях, где воспламенение горючей смеси осуществляется путем адиабатического сжатия. Нагревание газа при адиабатическом сжатии объясняется тем, что во время сжатия над газом производится работа, которая идет на увеличение его внутренней энергии. А так как внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, то это увеличение внутренней энергии проявляется в повышении его температуры. Аналогично объясняется и охлаждение газа при адиабатическом расширении.

2. Уравнения адиабаты (21.3), (21.4) и (21.5) относятся только к квазистатическому адиабатическому процессу. Для неквазистатических адиабатических процессов эти уравнения не применимы. Рассмотрим, например, цилиндр с адиабатическими стенками, разделенный на две равные половины адиабатической перегородкой. Пусть газ вначале занимал одну из этих половин. Если внезапно убрать перегородку, то произойдет адиабатический процесс расширения газа в пустоту. Этот процесс не квазистатический. Сначала возникнет резко неравновесное состояние, сопровождающееся весьма бурными и сложными макроскопическими движениями газа. Затем эти макроскопические движения затухнут из-за внутреннего трения, их кинетическая энергия перейдет во внутреннюю энергию. В конце концов установится равновесное состояние, в котором газ будет занимать весь объем цилиндра при постоянной плотности и температуре. В ходе процесса газ не совершил никакой работы, тепло к нему не подводилось, а потому внутренняя энергия газа осталась без изменения. Отсюда на основании закона Джоуля можно заключить, что в конечном состоянии температура газа будет такой же, как в начале процесса. Было бы ошибочным применять к начальному и конечному состояниям газа уравнение адиабаты, например (21.4). Если это сделать, то мы пришли бы к ошибочному выводу, что в описанном адиабатическом процессе газ должен охлаждаться.

Разумеется, если отступления от неравновесности невелики, то можно пользоваться уравнением адиабаты и для не вполне равновесных процессов. Такие условия выполняются, например, в опытах Клемана и Дезорма (см. § 22) по определению адиабатической постоянной газа γ, а также в обычных звуковых волнах, распространяющихся в газах.

ЗАДАЧИ

1. Процесс, происходящий при постоянной теплоемкости, называется *политропическим*, а кривая, являющаяся его графическим изображением, — *политропой*. Найти уравнение политропы для идеального газа, если молярная теплоемкость его в политропическом процессе равна C.

Ответ. $TV^{n-1} = \text{const}$ или $PV^n = \text{const}$;

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}.$$

Постоянная n называется *показателем политропы*.

2. При каких значениях показателя политропы идеальный газ нагревается при сжатии, а при каких охлаждается?

Ответ. Нагревается при $n > 1$, охлаждается при $n < 1$.

3. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется при постоянном давлении?

4. Вычислить работу одного моля идеального газа в политропическом процессе, если объем газа изменяется от начального значения V_1 до конечного V_2.

Ответ.

$$A = \frac{P_1 V_1^n}{1-n}\left(V_2^{1-n} - V_1^{1-n}\right) = \frac{P_2 V_2^n}{1-n}\left(V_2^{1-n} - V_1^{1-n}\right).$$

5. Путем предельного перехода $n \to 1$ получить из предыдущей формулы выражение для работы идеального газа при изотермическом процессе.

6. На диаграмме PV (рис. 19) через произвольную точку проведена изотерма TT и адиабата SS для идеального газа, теплоемкость C_V которого не зависит от температуры. Показать, что политропе, проходящей через ту же точку и лежащей в заштрихованной области, соответствует отрицательная теплоемкость, а политропе в незаштрихованной области — положительная.

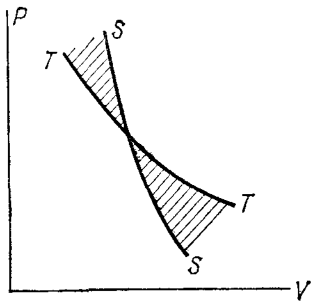

Рис. 19.

7. Идеальный газ находится в эластичной адиабатической оболочке под давлением P_1, имея температуру T_1. Определить температуру газа T_2, которая установится после того, как внешнее давление на газ скачкообразно изменится до величины P_2. Сравнить изменение температуры в этом процессе с изменением, которое получилось бы, если бы адиабатический процесс проходил квазистатически.

Решение. При переходе из начального состояния (объем V_1, температура T_1) в конечное (объем V_2, температура T_2) внешнее давление совершает над газом работу $A_{\text{внеш}} = P_2(V_1 - V_2)$, которая идет на приращение внутренней энергии $U_2 - U_1 = C_V(T_2 - T_1)$. Применяя уравнение Клапейрона $PV = RT$, а также соотношение Роберта Майера $C_P - C_V = R$, после несложных преобразований получим

$$T_2 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma}\,\frac{P_2 - P_1}{P_1}\right) T_1.$$

При квазистатическом адиабатическом процессе, как следует из (21.5),

$$T_2^{\text{квст}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

В первом случае T_2 меняется линейно, а во втором по степенному закону с изменением P_2, причем в бесконечно малой окрестности точки P_1 оба изменения идут одинаково быстро. А так как $0 < \frac{\gamma - 1}{\gamma} < 1$, то всегда $T_2^{\text{квст}} < T_2$. Значит, повышение температуры при внезапном адиабатическом сжатии больше, а ее понижение при внезапном адиабатическом расширении меньше, чем при квазистатическом адиабатическом процессе.

8. В длинной вертикальной цилиндрической трубке, закрытой с нижнего конца, может ходить без трения поршень, масса M которого велика по сравнению с массой газа, заключенного внутри трубки. В положении равновесия расстояние

между поршнем и дном трубки равно l_0. Определить период малых колебаний, которые возникнут при отклонении поршня из положения равновесия, в предположении, что они являются изотермическими, а газ идеальным. Площадь поперечного сечения трубки равна S, нормальное атмосферное давление P_0. Рассмотреть предельный случай, когда $P_0 = 0$.

Ответ. $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{Ml_0}{Mg + P_0 S}}$.

В предельном случае, когда $P_0 = 0$, $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{l_0}{g}}$, т. е. период колебаний совпадает с периодом математического маятника длины l_0.

9. Решить предыдущую задачу в предположении, что колебания — адиабатические. Будет ли сказываться на результате зависимость адиабатической постоянной газа γ от температуры?

Ответ. $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{1}{\gamma} \dfrac{Ml_0}{Mg + P_0 S}}$. Формула верна и в том случае, когда γ зависит от температуры, так как для ее получения используется уравнение адиабаты в дифференциальной форме. В предельном случае, когда $P_0 = 0$, $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{1}{\gamma} \dfrac{l_0}{g}}$.

§ 22. Определение C_P/C_V методом Клемана и Дезорма

Клеман (ум. 1841) и Дезорм (1777 — 1862) в 1819 году предложили и осуществили следующий метод измерения отношения теплоемкостей $\gamma = C_P/C_V$ для газов. Стеклянный баллон вместимостью в несколько литров (рис. 20) наполняется исследуемым газом при атмосферном давлении. С помощью насоса в баллон дополнительно накачивается небольшая порция того же газа, затем кран K_1 закрывается. Спустя короткое время температура газа в баллоне сравняется с температурой окружающего воздуха. После этого водяным манометром измеряют давление газа в баллоне. Обозначим это давление P_1, а температуру газа T_1. Затем на короткое время открывают кран K_2. При открытом кране K_2 часть газа выйдет из баллона, и его давление P_0 сравняется с атмосферным. При этом газ, оставшийся

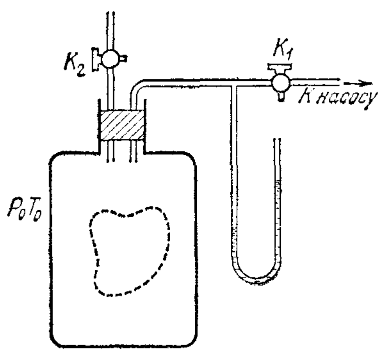

Рис. 20.

в баллоне, адиабатически расширится, совершив работу против давления окружающего воздуха. Вследствие этого его температура понизится до некоторого значения T. Во все время этого кратковременного процесса кран K_2 открыт. Затем кран K_2 быстро закрывается, и газ начинает медленно нагреваться, пока его температура не сравняется с температурой T_0 окружающего воздуха. Пусть