

P , либо T . Рассматривая $u(P)$ как сложную функцию $u[T(P)]$ и дифференцируя, получим

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_v,$$

или используя соотношения (8.4) и (18.3), —

$$\left(\frac{\partial u}{\partial P}\right)_v = -c_v \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P \left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T.$$

Поступая аналогично, находим

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_P + P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P + P = \left[\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + P \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\right] \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P = c_P \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_P.$$

После соответствующей подстановки получим

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_{\text{ад}} = \frac{c_P}{c_v} \left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T. \quad (23.7)$$

Соотношения (23.4) и (23.5) являются следствиями формулы (23.7), если ввести плотность $\rho = 1/v$.

§ 24. Замечания относительно экспериментальных методов определения C_P и C_V для газов

Для идеальных газов значением величины $\gamma = C_P/C_V$ однозначно определяются их теплоемкости C_P и C_V , так как в случае идеальных газов эти теплоемкости связаны дополнительным соотношением

$$C_P - C_V = R. \quad (24.1)$$

Разрешая эти уравнения относительно C_P и C_V , находим

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \quad (24.2)$$

Детальное описание методов измерения теплоемкостей газов C_P и C_V не входит в задачи нашего руководства. Поэтому ограничимся только одним замечанием. Непосредственное измерение на опыте величины C_V затруднительно, так как при постоянном V масса газа, а следовательно и его теплоемкость, всегда малы по сравнению с соответствующими величинами для калориметра. На опыте удобнее измерять величину C_P и адиабатическую постоянную γ , а теплоемкость C_V вычислять по формуле $C_V = \frac{1}{\gamma} C_P$.

Для измерения C_P исследуемый газ, нагретый до определенной температуры, заставляют протекать через спиральную металлическую трубку (змеевик), опущенную в воду калориметра (рис. 21). На одном конце змеевика поддерживаются постоянными давление P_1 и температура T_1 газа. На выходе змеевика поддерживается давление P_2 и измеряется температура газа T_2 . Она ниже T_1 , так как

при прохождении через змеевик газ отдает тепло воде калориметра. Обычно при прохождении через змеевик газ успевает охладиться и принять температуру воды в калориметре. Через змеевик можно пропустить большую массу газа и заметно нагреть воду в калориметре. Благодаря этому отпадает отмеченная выше трудность, встречающаяся при прямых измерениях теплоемкости C_V . По повышению температуры воды в калориметре можно определить количество тепла, полученное калориметром. Обозначим это количество тепла Q . Эта же величина, взятая с противоположным знаком, дает количество тепла, полученное газом, прошедшим через змеевик. Для упрощения расчета предположим, что через змеевик прошел один моль газа. Считая газ идеальным, вычислим работу A , совершенную им. Она равна $A = P_2 V_2 - P_1 V_1 = R(T_2 - T_1)$. Приращение внутренней энергии газа $U_2 - U_1 = C_V(T_2 - T_1)$. Подставляя эти величины в уравнение $-Q = U_2 - U_1 + A$, получим

$$Q = (C_V + R)(T_1 - T_2),$$

или на основании уравнения Роберта Майера (24.1)

$$Q = C_P(T_1 - T_2).$$

Отсюда легко вычислить искомую теплоемкость C_P .

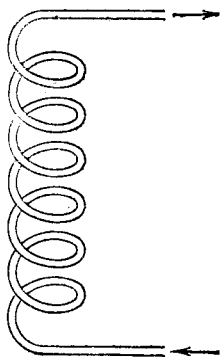


Рис. 21.

§ 25. Уравнение Бернулли

1. Уравнение Бернулли было выведено в § 94 первого тома нашего курса. Однако там мы могли рассмотреть движение только несжимаемых жидкостей. Исследование движений сжимаемых жидкостей и газов существенно опирается на законы термодинамики. Поэтому мы дополним материал первого тома термодинамическими соображениями.

Уравнение Бернулли относится к ламинарному стационарному течению идеальной жидкости. Жидкость понимается здесь в обобщенном смысле — газ считается частным случаем сжимаемой жидкости. Идеальность жидкости понимается в гидродинамическом смысле. Это значит, что, каково бы ни было движение жидкости, в ней никогда не возникают тангенциальные силы внутреннего трения; взаимодействие между соприкасающимися элементами жидкости осуществляется исключительно с помощью нормальных сил давления. Кроме того, мы совершенно пренебрежем теплообменом между различными частями жидкости, считая его малым. По отно-