диссоциировать, т. е. распадаться на атомы. При температурах порядка 10 000 К и выше начинается *ионизация*, т. е. распад атомов на ионы и электроны. При температурах порядка десятков и сотен миллионов кельвинов начинаются *термоядерные реакции*, т. е. процессы слияния и распада атомных ядер. Мы широко будем пользоваться классическими моделями кинетической теории газов. Однако при этом необходимо иметь в виду границы применимости таких моделей.

§ 59. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории

1. Молекулы взаимодействуют друг с другом посредством молекулярных сил. На далеких расстояниях — это силы притяжения, убывающие с увеличением расстояния, на близких — силы отталкивания, быстро возрастающие при сближении молекул. Расстояние между центрами сблизившихся молекул, на котором силы притяжения переходят в силы отталкивания, принимается за диаметр молекулы. В газах при нормальных условиях средние расстояния между молекулами еще велики по сравнению с их диаметрами. На таких расстояниях молекулярные силы очень слабы и не играют существенной роли. Молекулярные силы проявляются лишь на близких расстояниях порядка диаметров молекул. Под действием этих сил скорости сблизившихся молекул претерпевают значительные изменения как по величине, так и по направлению. Взаимодействия молекул на близких расстояниях называют *столкновениями*. Между двумя последовательными столкновениями молекула газа движется практически свободно, т. е. прямолинейно и равномерно. При каждом столкновении молекула газа почти мгновенно меняет направление своего движения, а затем движется с новой скоростью опять прямолинейно и равномерно, пока не произойдет следующее столкновение. Если газ в целом находится в покое (например, заключен в закрытом сосуде), то в результате столкновений устанавливается хаотическое движение, в котором все направления движения молекул равновероятны. Оно называется *тепловым движением*. Чем более разрежен газ, тем длиннее средний путь, проходимый молекулой между двумя последовательными столкновениями. Для достаточно разреженного газа, заключенного в сосуд, можно в первом приближении пренебречь размерами молекул и столкновениями их друг с другом. Надо учесть только столкновения молекул со стенками сосуда, в который газ заключен. В этом приближении молекулы газа могут рассматриваться как материальные точки, не взаимодействующие между собой и движущиеся прямолинейно и равномерно между каждыми двумя последовательными столкновениями со стенками сосуда. Такая простейшая модель приводит к законам идеальных газов. Чтобы показать это, надо выяснить молекулярный смысл давления, температуры и внутренней энергии газа.

2. Давление газа на стенку сосуда есть результат ударов молекул газа об эту стенку. При каждом ударе молекула газа действует на стенку с определенной (с макроскопической точки зрения бесконечно малой) силой. Обратно направленная сила, с которой действует на молекулу стенка сосуда, заставляет молекулу отражаться от стенки. Если бы в сосуде содержалось всего несколько молекул, то их удары следовали бы друг за другом редко и беспорядочно, и нельзя было бы говорить ни о какой регулярной силе давления, действующей на стенку. Мы имели бы дело с отдельными практически мгновенными бесконечно малыми толчками, которым время от времени подвергалась бы стенка. Если же число молекул в сосуде очень велико, то будет велико и число ударов их о стенку сосуда. Удары станут следовать непрерывно друг за другом. Одновременно о стенку сосуда будет ударяться громадное количество молекул. Бесконечно малые силы отдельных ударов складываются в конечную и почти постоянную силу, действующую на стенку. Эта сила, усредненная по времени, и есть давление газа, с которым имеет дело макроскопическая физика.

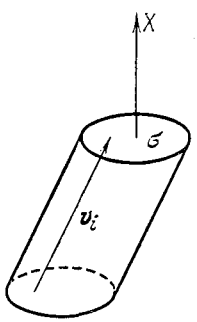

Рис. 43.

3. Вычислим давление газа на стенку сосуда. Пусть газ заключен в закрытый сосуд, и все молекулы одинаковы. Вообще говоря, они движутся с различными скоростями, отличающимися друг от друга как по величине, так и по направлению. Разделим все молекулы на группы так, чтобы молекулы одной и той же группы в рассматриваемый момент времени имели приблизительно одинаковые по величине и направлению скорости. Скорость молекул i-й группы обозначим $\boldsymbol{v}_i$, а число таких молекул в единице объема — n_i. Возьмем на стенке сосуда малую площадку σ (рис. 43). Если молекулы движутся по направлению к площадке σ, то они могут столкнуться с ней. Если же они движутся от площадки, то столкновений не будет. Предположим, что молекулы i-й группы движутся по направлению к площадке σ, и подсчитаем число z_i молекул такой группы, ударяющихся об эту площадку за малое время dt. Построим на площадке σ, как на основании, косой цилиндр с образующими $\boldsymbol{v}_i dt$, расположенный внутри сосуда. Всякая молекула i-й группы, находящаяся в этом цилиндре, за время dt успеет достигнуть площадки σ и удариться о нее. Поэтому число ударов z_i будет равно числу молекул i-й группы внутри построенного цилиндра, т. е. $z_i = n_i dV$, где dV — объем цилиндра. Направим координатную ось X вдоль внешней нормали к площадке σ. Тогда высота цилиндра будет равна $v_{ix}dt$, а его объем $dV = \sigma v_{ix}dt$. Следовательно,

$$z_i = \sigma n_i v_{ix}\, dt.$$

Дальнейший ход вычислений зависит от характера взаимодействия ударяющихся молекул со стенкой. Обычно при вычислениях считают, что стенка гладкая, а молекулы при ударе отражаются от нее зеркально, т. е. по законам удара идеально упругих шаров: абсолютная величина скорости при отражении не изменяется, угол падения равен углу отражения. Затем доказывается, что эти предположения не являются существенными. Однако в действительности стенка сосуда для ударяющейся молекулы не может быть идеальным зеркалом — ведь она сама состоит из молекул. Благодаря этому молекулы i-й группы после отражения будут иметь, вообще говоря, самые разнообразные по величине и направлению скорости, направленные от стенки, и распределятся по различным скоростным группам. Поэтому мы проведем дальнейшие вычисления, не вводя никаких специальных предположений относительно законов отражения молекул от стенки сосуда. Единственное предположение, которое будет использовано в вычислениях, состоит в том, что *при отражении от стенки молекула в среднем не теряет и не приобретает кинетическую энергию*. В дальнейшем будет показано, что это предположение означает, что *температура газа должна быть равна температуре стенки*. Для целей вычисления процесс взаимодействия молекулы со стенкой удобно мысленно разбить на два этапа. На первом этапе молекула замедляется и останавливается, как бы прилипая к стенке. На втором этапе молекула отталкивается стенкой, ускоряется и отскакивает от нее. Вычислим сначала силу $\boldsymbol{F}_1$, которая действовала бы на площадку σ со стороны газа, если бы весь процесс взаимодействия молекул газа со стенкой ограничивался только первым этапом, т. е. в предположении, что после ударов молекулы газа как бы прилипают к стенке. Молекулы i-й группы, ударившиеся о площадку σ за время dt, до удара обладали количеством движения $z_i\boldsymbol{p}_i = \sigma n_i v_{ix}\boldsymbol{p}_i dt$, где $\boldsymbol{p}_i$ — количество движения одной молекулы. Чтобы остановить эти молекулы, стенка должна действовать на них с силой $\boldsymbol{f}_i$, импульс которой равен $\boldsymbol{f}_i' dt = -\sigma n_i v_{ix}\boldsymbol{p}_i dt$. Изменив направление вектора $\boldsymbol{f}_i'$ на противоположное, мы найдем силу $\boldsymbol{f}_i = -\boldsymbol{f}_i' = \sigma n_i v_{ix}\boldsymbol{p}_i$, с которой действуют на площадку σ молекулы i-й группы на первом этапе. Сила $\boldsymbol{F}_1$, действующая на эту площадку со стороны всего газа, найдется суммированием этих выражений по всем группам молекул, летящих по направлению к стенке (для них $v_{ix} > 0$), т. е.

$$\boldsymbol{F}_1 = \sum_{v_{ix}>0} \sigma n_i v_{ix}\boldsymbol{p}_i.$$

К силе $\boldsymbol{F}_1$ следует прибавить силу $\boldsymbol{F}_2$, которая действует на площадку σ на втором этапе. Сила $\boldsymbol{F}_2$ вполне аналогична силе отдачи, испытываемой орудием при выстреле. Роль снаряда играют молекулы, летящие от площадки σ, т. е. молекулы, для которых $v_{ix} < 0$.

Сила $\boldsymbol{F}_2$ равна

$$\boldsymbol{F}_2 = \sum_{v_{ix}<0} \sigma n_i v_{ix} \boldsymbol{p}_i.$$

Разделение взаимодействия на два этапа, конечно, является только искусственным вычислительным приемом. На самом деле силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ действуют одновременно и складываются в одну результирующую силу

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \sigma \sum n_i v_{ix} \boldsymbol{p}_i.$$

Здесь суммирование производится уже по всем группам молекул, летящим как к стенке, так и от нее.

Сила $\boldsymbol{F}$ направлена нормально к площадке σ. Это является следствием хаотичности теплового движения молекул. Действительно, составляющая силы $\boldsymbol{F}$ в направлении оси Y равна

$$F_y = \sigma \sum n_i v_{ix} p_{iy}.$$

Ввиду хаотичности теплового движения среди слагаемых входящей сюда суммы встретится примерно столько же положительных членов, сколько и отрицательных. В среднем положительные слагаемые будут скомпенсированы отрицательными, так что сумма обратится в нуль. То же справедливо и для составляющей F_z. Этого не будет только для нормальной составляющей F_x, представляемой суммой

$$F_x = \sigma \sum n_i v_{ix} p_{ix},$$

все члены которой существенно положительны, так как знаки проекций v_{ix} и p_{ix} всегда одинаковы. Разделив слагающую F_x на площадь σ, получим давление газа на стенку сосуда:

$$P = \sum n_i v_{ix} p_{ix}.$$

Это выражение можно упростить, если ввести среднее значение произведения $v_x p_x$. Сумма таких произведений для молекул газа, находящихся в единице объема, равна $\sum n_i v_{ix} p_{ix}$. Чтобы найти среднее, надо эту сумму разделить на общее число молекул n в единице объема. Это дает

$$\langle v_x p_x \rangle = \frac{1}{n} \sum n_i v_{ix} p_{ix} \tag{59.1}$$

(угловые скобки означают усреднения по совокупности всех молекул). Давление P теперь можно представить в виде

$$P = n \langle v_x p_x \rangle. \tag{59.2}$$

По определению скалярного произведения

$$\boldsymbol{vp} = v_x p_x + v_y p_y + v_z p_z.$$

Усредняя это соотношение, получим

$$\langle \boldsymbol{vp} \rangle = \langle v_x p_x \rangle + \langle v_y p_y \rangle + \langle v_z p_z \rangle.$$

При хаотическом движении, каковым является тепловое движение молекул газа, все направления скоростей молекул равновероятны, а потому

$$\langle v_x p_x \rangle = \langle v_y p_y \rangle = \langle v_z p_z \rangle = \frac{1}{3} \langle \boldsymbol{vp} \rangle. \tag{59.3}$$

Это дает

$$P = \frac{1}{3} n \langle \boldsymbol{vp} \rangle. \tag{59.4}$$

Если объем сосуда, в котором заключен газ, равен V, а полное число молекул в этом объеме равно N, то $n = N/V$. Подставляя это значение в предыдущую формулу, получим

$$PV = \frac{1}{3} N \langle \boldsymbol{vp} \rangle. \tag{59.5}$$

4. При выводе формул (59.4) и 59.5) не учитывались столкновения молекул друг с другом. Для не слишком плотных газов межмолекулярные столкновения практически не влияют на окончательный результат. При столкновениях молекулы переходят лишь из одной скоростной группы в другую. Состав каждой скоростной группы поэтому быстро и непрерывно меняется. Но для вычисления давления P несущественно, какие именно индивидуальные молекулы входят в каждую скоростную группу. Существенны лишь *средние числа* молекул в группах. Если состояние газа — установившееся, что должно предполагаться при выводе формул (59.4) и (59.5), то среднее число молекул в каждой из скоростных групп остается неизменным. Остается в среднем неизменной и сумма $\sum n_i (\boldsymbol{v}_i \boldsymbol{p}_i)$, а с ней и давление газа P.

Однако столкновения вносят качественные изменения в физическую интерпретацию давления P. Пока не было столкновений, молекулы газа совершенно не взаимодействовали друг с другом. Величина P имела только один смысл: она давала *давление газа на стенку сосуда*. При наличии столкновений появляется силовое взаимодействие между макроскопическими частями газа. Роль стенки для любой макроскопической части газа может играть граничащая с ней другая макроскопическая часть того же газа. В этих условиях величина P имеет также смысл *внутреннего давления*, посредством которого осуществляется силовое взаимодействие между примыкающими друг к другу макроскопическими частями газа. Именно такой смысл имеет давление P в гидродинамике и аэродинамике.

5. Формулы (59.4) и (59.5) применимы как к нерелятивистским, так и к релятивистским движениям молекул. В случае нерелятивистских движений масса молекулы m может считаться постоянной.

Полагая в формулах (59.4) и (59.5) $p = mv$, получим для этого случая

$$P = \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle, \tag{59.6}$$

$$PV = \frac{1}{3} Nm \langle v^2 \rangle. \tag{59.7}$$

При выводе этих формул молекулы рассматривались как *бесструктурные материальные точки*. Не принималось во внимание вращение молекул, а также внутримолекулярное движение. При столкновениях могут меняться скорости вращения молекул. Молекула может перейти в возбужденное состояние, или из возбужденного состояния вернуться в нормальное. Но все эти процессы не играют роли, когда речь идет о вычислении давления газа. Существенно только изменение *поступательного количества движения молекулы* при столкновениях ее со стенкой. Оно равно массе молекулы, умноженной на изменение скорости ее центра масс. Поэтому формулы (59.6) и (59.7) остаются в силе. Надо только понимать под v скорость поступательного движения молекулы (точнее, ее центра масс). Таким образом, формуле (59.7) можно придать вид

$$PV = \frac{2}{3} \langle E_{\text{пост}} \rangle, \tag{59.8}$$

где $\langle E_{\text{пост}} \rangle$ — среднее значение суммы кинетических энергий поступательного движения всех молекул газа. При столкновениях энергии вращательного и внутримолекулярного движений могут переходить в энергию поступательного движения и наоборот. Однако в установившемся состоянии среднее значение величины $E_{\text{пост}}$ остается неизменным.

Формула (59.8), как ясно из ее вывода, справедлива не только для однородного газа, но и для смеси различных газов. В этом случае под $E_{\text{пост}}$ по-прежнему следует понимать сумму кинетических энергий поступательного движения молекул всех газов, содержащихся в сосуде. Из вывода ясно также, что для нашей модели газа, состоящей из невзаимодействующих молекул, справедлив закон Дальтона: *давление смеси газов равно сумме парциальных давлений этих газов.*

§ 60. Скорости теплового движения газовых молекул

1. Выведенные формулы позволяют составить представление о скоростях теплового движения молекул газа. Не все молекулы газа движутся с одинаковыми скоростями. Встречаются медленные молекулы, скорости которых близки к нулю. Встречаются очень быстрые молекулы, скорости которых во много раз превосходят средние скорости молекулярного движения. Между этими преде-