

где N — общее число фотонов в полости, а E — средняя энергия всего фотонного газа. Давление фотонного газа равно одной трети плотности энергии излучения в полости. Формула (61.1) аналогична формуле (59.8), но отличается от нее коэффициентом. Разница обусловлена различием соотношений между энергией и импульсом для нерелятивистской частицы и для фотона.

В отличие от обычного газа, в котором молекулы не могут возникать и уничтожаться, число фотонов N в полости — величина непостоянная. Фотоны могут излучаться и поглощаться стенками полости. Поэтому для средней энергии излучения в полости нельзя писать $\bar{E} = N\bar{\epsilon}$, а следует писать $\bar{E} = \langle N\epsilon \rangle$, как это и сделано в формуле (61.1).

Коэффициент $1/3$ получился потому, что излучение в полости предполагалось *изотропным*. Как распределена энергия излучения по спектру частот — это не имеет никакого значения. Существенна только изотропия излучения. Если излучение не изотропно, то формула (61.1) сохранит свой вид, но коэффициент $1/3$ заменится другим. Например, если излучение падает на стенку нормально и отражается от нее также нормально, то $PV = \bar{E}$.

Формула (61.1) играет важную роль в теории теплового излучения.

§ 62. Молекулярно-кинетический смысл температуры.

Равномерное распределение кинетической энергии теплового движения по поступательным степеням свободы

1. Выясним физический смысл температуры в молекулярно-кинетической теории. Для этого возьмем цилиндр с поршнем AB (рис. 45), который может свободно без трения перемещаться вдоль цилиндра. По разные стороны поршня находятся одинаковые или различные идеальные газы.

Величины, характеризующие первый газ, будем отмечать индексом 1, характеризующие второй газ — индексом 2. Для механического равновесия поршня необходимо, чтобы давления газов были одинаковы: $P_1 = P_2$ или $\frac{1}{3} n_1 m_1 \bar{v}_1^2 = \frac{1}{3} n_2 m_2 \bar{v}_2^2$. Но для того чтобы равновесие сохраня-

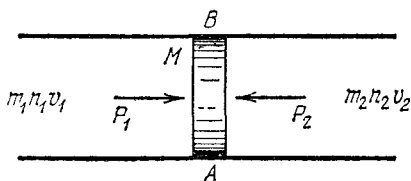


Рис. 45.

лось длительно, необходимо еще равенство температур обоих газов: $T_1 = T_2$. В самом деле, допустим, что $T_1 > T_2$. Тогда начнется процесс выравнивания температур, в результате которого первый газ будет охлаждаться, а второй — нагреваться. Давление на поршень слева станет понижаться, а справа — повышаться, и поршень придет в движение справа налево. В процессе теплообмена

молекулы газов обмениваются друг с другом кинетическими энергиями. Физический смысл макроскопического параметра — температуры — можно установить, рассмотрев процесс теплообмена с молекулярной точки зрения.

2. Скорость и другие характеристики теплообмена меняются с изменением материала и размеров поршня. Но конечный результат теплообмена, который сейчас нас только и интересует, от этого совершенно не зависит. Поэтому в целях упрощения вычислений можно идеализировать задачу, совершенно отвлекаясь от молекулярного строения поршня. Поршень мы будем рассматривать как сплошное идеально гладкое тело, с которым молекулы газов могут претерпевать упругие столкновения. Удары со стороны молекул, которым подвергается поршень слева и справа, в среднем уравнивают друг друга. Но в каждый момент времени мгновенные силы ударов, вообще говоря, не уравниваются. В результате поршень непрерывно совершает беспорядочное тепловое движение туда и обратно. С этим явлением в рассматриваемой идеализированной модели и связана возможность обмена кинетическими энергиями теплового движения газов.

Предположим, что газы по обе стороны поршня настолько разрежены, что в каждый момент времени с поршнем сталкивается всего лишь одна молекула. Процессы, в которых с поршнем одновременно сталкиваются две или несколько молекул, настолько редки, что ими можно полностью пренебречь. Окончательные результаты, к которым мы придем, не связаны с этим ограничением. В следующем параграфе мы от него освободимся.

Рассмотрим столкновение какой-либо молекулы первого газа с движущимся поршнем. Поршень может двигаться только вдоль оси цилиндра, которую мы примем за ось X . Пусть u — скорость поршня до удара, u' — после удара. Соответствующие компоненты скорости молекулы обозначим посредством v_{1x} и v'_{1x} . Массу поршня обозначим M . При ударе соблюдается закон сохранения импульса, а так как удар упругий, то имеет место также и сохранение кинетической энергии:

$$m_1 v_{1x} + Mu = m_1 v'_{1x} + Mu',$$

$$\frac{m_1}{2} v_{1x}^2 + \frac{M}{2} u^2 = \frac{m_1}{2} v'_{1x}{}^2 + \frac{M}{2} u'^2.$$

Это в точности такие же уравнения, какие используются в механике при решении задачи о столкновении идеально упругих шаров. Из них находим

$$v'_{1x} = \frac{2Mu - (M - m_1)v_{1x}}{M + m_1},$$

а для кинетической энергии движения молекулы вдоль оси X после удара

$$\frac{m_1 v_{1x}'^2}{2} = \frac{m_1}{2} \frac{4M^2 u^2 - 4M(M - m_1)u v_{1x} + (M - m_1)^2 v_{1x}^2}{(M + m_1)^2}.$$

Напишем такое соотношение для каждой из молекул первого газа, сталкивающейся с поршнем, просуммируем по всем столкновениям и разделим на число столкновений. Короче говоря, произведем усреднение по всем столкновениям. Если состояние всей системы установилось, т. е. макроскопический процесс теплообмена закончился, то средняя скорость поршня равна нулю. Поршень совершает беспорядочные дрожания около положения равновесия, его скорость u с одинаковой вероятностью принимает положительные и отрицательные значения. Поэтому в результате усреднения произведения uv_{1x} получится нуль, и для средней кинетической энергии молекулы после столкновения можно написать

$$\frac{m_1}{2} \langle v_{1x}^2 \rangle = \frac{m_1}{2} \frac{4M^2 \langle u^2 \rangle + (M - m_1)^2 \langle v_{1x}^2 \rangle}{(M + m_1)^2}.$$

Теплообмена между газами не будет, когда средняя кинетическая энергия молекулы в результате отражения от поршня не меняется. Поэтому в установившемся состоянии написанное выражение должно быть равно средней кинетической энергии молекулы до удара $\frac{m_1}{2} \langle v_{1x}^2 \rangle$. Это дает

$$\frac{4M^2 \langle u^2 \rangle + (M - m_1)^2 \langle v_{1x}^2 \rangle}{(M + m_1)^2} = \langle v_{1x}^2 \rangle.$$

Отсюда после элементарных преобразований находим

$$\frac{m_1 \langle v_{1x}^2 \rangle}{2} = \frac{M \langle u^2 \rangle}{2}. \quad (62.1)$$

Приведенное рассуждение, разумеется, применимо и ко второму газу. Следовательно,

$$\frac{m_2 \langle v_{2x}^2 \rangle}{2} = \frac{M \langle u^2 \rangle}{2}, \quad (62.2)$$

а потому

$$1/2 m_1 \langle v_{1x}^2 \rangle = 1/2 m_2 \langle v_{2x}^2 \rangle. \quad (62.3)$$

Ввиду хаотичности теплового движения молекул газа в нем нет никаких избранных направлений движения — все направления одинаково вероятны. Поэтому

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle,$$

а следовательно,

$$1/2 m_1 \langle v_1^2 \rangle = 1/2 m_2 \langle v_2^2 \rangle. \quad (62.4)$$

Мы доказали, что в состоянии теплового равновесия средние кинетические энергии всех молекул газа одинаковы.

3. Средняя кинетическая энергия $\bar{\epsilon}_{\text{пост}}$ поступательного движения молекулы газа, таким образом, обладает *основным свойством температуры* — в состоянии теплового равновесия она одинакова для всех молекул газов, находящихся в тепловом контакте, а также

для различных молекул газовой смеси. Она не зависит от массы и внутренней структуры молекулы. Поэтому величину $\bar{\epsilon}_{\text{пост}}$, или любую монотонную функцию ее можно принять за меру температуры газа, а также тела, находящегося с ним в тепловом равновесии. Удобно за меру температуры взять величину

$$\Theta = \frac{2}{3}\bar{\epsilon}_{\text{пост}}. \quad (62.5)$$

Преимущество такого выбора заключается в том, что тогда формула (59.8) принимает вид

$$PV = \frac{2}{3}N\bar{\epsilon}_{\text{пост}} = N\Theta, \quad (62.6)$$

напоминающий уравнение Клапейрона $PV = RT$.

Из молекулярно-кинетического толкования температуры можно вывести закон Авогадро. Возьмем два идеальных газа 1 и 2. Для них можно написать

$$P_1V_1 = N_1\Theta_1, \quad P_2V_2 = N_2\Theta_2.$$

Если $P_1 = P_2$, $V_1 = V_2$, $\Theta_1 = \Theta_2$, то из этих уравнений следует $N_1 = N_2$. В равных объемах идеальных газов при одинаковых давлениях и температурах содержится одинаковое число молекул. Это и есть закон Авогадро.

Величина Θ , определяемая формулой (62.5), называется *энергетической* или *кинетической температурой*. Она измеряется в тех же единицах, что и энергия, например, в джоулях и эргах. Для установления связи между кинетической температурой Θ и абсолютной термодинамической температурой T можно воспользоваться циклом Карно с идеальным одноатомным газом. Внутренняя энергия U такого газа состоит только из кинетической энергии поступательного движения его молекул. Она равна $U = N\bar{\epsilon}_{\text{пост}} = = \frac{3}{2}N\Theta$, т. е. зависит только от температуры Θ . Поэтому можно повторить без всяких изменений рассуждения, приведенные в § 32 при установлении связи между термодинамической и идеально-газовой шкалами температур. В результате мы придем к соотношению

$$\frac{\Theta_1}{T_1} = \frac{\Theta_2}{T_2}.$$

Следовательно, отношение Θ/T есть универсальная постоянная, зависящая только от выбора единиц для Θ и T . Она называется *постоянной Больцмана* и является одной из важнейших фундаментальных постоянных физики. Эту постоянную принято обозначать буквой k . Таким образом, по определению

$$\Theta = kT. \quad (62.7)$$

Некоторые из методов экспериментального определения постоян-

ной Больцмана будут изложены в дальнейшем. По современным данным

$$\begin{aligned} k &= (1,380622 \pm 0,000059) \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} = \\ &= (1,380622 \pm 0,000059) \cdot 10^{-16} \text{ эрг} \cdot \text{К}^{-1}. \end{aligned}$$

4. Обозначим буквой N число молекул в одном моле. Эта универсальная постоянная называется *числом Авогадро*. Возьмем один моль идеального газа. Тогда, с одной стороны, имеет место соотношение (62.6), которое с учетом формулы (62.7) можно переписать в виде

$$PV = NkT. \quad (62.8)$$

С другой стороны, по уравнению Клапейрона $PV = RT$. Сравнивая эти два уравнения, получим

$$R = Nk. \quad (62.9)$$

Это соотношение позволяет определить постоянную Больцмана k как *универсальную газовую постоянную, отнесенную к одной молекуле газа*. Если известны значения R и k , то по формуле (62.9) можно вычислить число Авогадро. По современным данным $N = R/k = (6,022169 \pm 0,000040) \cdot 10^{23}$ моль⁻¹.

5. Энергетическая шкала температур, в которой за температуру принимается величина Θ , теоретически является наиболее совершенной температурной шкалой. Она отличается от термодинамической шкалы только размерностью и единицей температуры. Температура в энергетической шкале измеряется теми же единицами, что и энергия. То обстоятельство, что для температуры введена особая единица — градус, объясняется историческими причинами. Кроме того, энергетические единицы температуры — эрг или джоуль — для измерения обычно встречающихся температур слишком велики. Впрочем, для измерения сверхвысоких температур очень удобна единица энергии — *электронвольт*. Как уже говорилось, при температурах порядка 1000—3000 К молекулы газа диссоциируют. При температурах порядка 10 000 К и выше происходит ионизация атомов. *Под сверхвысокими температурами подразумеваются температуры, когда процессы ионизации становятся существенными*. Энергию ионизации принято измерять в электронвольтах. *Электронвольт есть энергия, приобретаемая электроном при прохождении разности потенциалов в один вольт*. Для атома водорода энергия ионизации равна 13,56 эВ. Для других атомов она того же порядка. Наибольшей энергией ионизации обладают атомы благородных газов, а наименьшей — атомы щелочных металлов. Таким образом, энергия ионизации порядка десятка электронвольт. Поэтому электронвольт является удобной единицей для измерения сверхвысоких температур. Так как заряд

электрона $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, то $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$. Используя значение постоянной Больцмана, отсюда получаем

$$1 \text{ эВ} = \frac{1,6 \cdot 10^{-12}}{1,38 \cdot 10^{-16}} = 1,16 \cdot 10^4 \text{ К.}$$

Тысяча электронвольт называется *килоэлектронвольт*. Температуры, развивающиеся в момент взрыва атомных и водородных бомб, порядка $10 \text{ кэВ} \approx 10^8$ градусов. Примерно до таких же температур надо нагреть плазму, т. е. проводящий ионизованный газ, чтобы в ней начались *термоядерные реакции*. Так называются процессы слияния или распада атомных ядер, обусловленные их взаимными столкновениями при сверхвысоких температурах.

ЗАДАЧИ

1. Сколько молекул находится в одном грамме воды?

Ответ. $3,34 \cdot 10^{22}$.

2. Сколько молекул находится в одном кубическом сантиметре воздуха при нормальном давлении и температуре 0°C ?

Ответ. $2,7 \cdot 10^{19}$.

3. Допустим, что все молекулы воды в стакане как-то отмечены. После этого вода была вылита в водопроводный сток. По прошествии длительного времени вылитая вода равномерно перемешалась со всей водой, имеющейся на Земле. Какое количество отмеченных молекул окажется в стакане, если его вновь наполнить водопроводной водой?

Ответ. $\sim 10^4$.

§ 63. Равномерное распределение кинетической энергии по степеням свободы

1. Формулы (62.1), (62.2) и (62.3) показывают, что в состоянии теплового равновесия средняя кинетическая энергия движения поршня вдоль оси цилиндра равна средней кинетической энергии движения молекулы газа в том же направлении. Поршень, если отвлечься от его молекулярного строения, является механической системой с одной степенью свободы — его положение определяется одной координатой x . Молекула, если также отвлечься от ее внутреннего строения, имеет *три поступательных степени свободы* — ее положение в пространстве можно задать тремя координатами x , y , z . Ввиду хаотичности теплового движения все направления скорости молекулы равновероятны. Кинетические энергии движения молекулы вдоль координатных осей X , Y , Z в среднем одинаковы. Таким образом, в состоянии теплового равновесия на каждую поступательную степень свободы молекулы и поршня приходится одна и та же средняя кинетическая энергия. Ее легко найти, заметив, что полная кинетическая энергия молекулы, согласно формуле (62.5), есть $\bar{\epsilon}_{\text{пост}} = \frac{3}{2}\Theta = \frac{3}{2}kT$. Эта энергия равномерно распределяется по трем степеням свободы молекулы. Поэтому