броуновской частицы на какое-либо направление, например, на горизонтальную ось координатной сетки. После этого можно вычислить значение среднего квадрата смещения $\langle x^2\rangle$ и по формуле

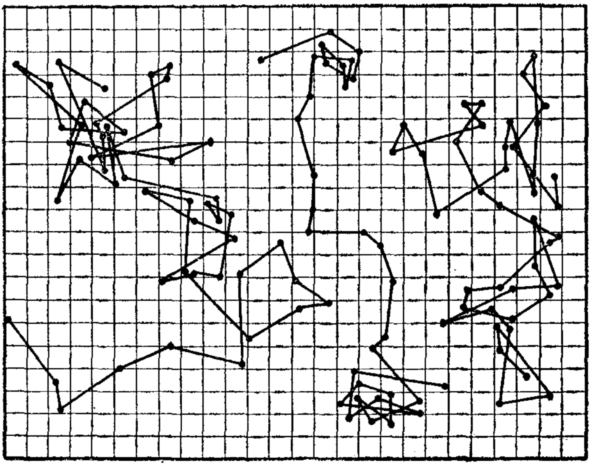

Рис. 46.

(64.4) найти постоянную Больцмана k и число Авогадро N. Перрен получил для этих постоянных значения, согласующиеся в пределах ошибок измерений с другими методами.

§ 65. Вращательное броуновское движение

Вращательное броуновское движение в теоретическом отношении проще поступательного и легче поддается опытному исследованию. Опыт ставится следующим образом.

На очень тонкой кварцевой нити подвешивается маленькое зеркальце. Под действием ударов молекул окружающего газа зеркальце совершает беспорядочные крутильные колебания около положения равновесия. Это и *есть вращательное броуновское движение*. Для его наблюдения на зеркальце направляется световой луч. После отражения от зеркальца луч падает на шкалу. По положению светового зайчика на шкале можно определить угловое положение зеркальца. При повороте зеркальца на некоторый угол на такой же угол закручивается нить. Закрученная нить обладает потенциальной энергией $^1/_2 f\varphi^2$, где f — модуль кручения нити, а φ — угол поворота зеркальца из положения равновесия. Если бы не было никаких других сил, то под действием закрученной нити зеркальце совершало бы гармонические крутильные колебания.

При гармонических колебаниях средние значения потенциальной и кинетической энергий равны $^1/_2kT$. Это приводит к формуле $f\,\langle\varphi^2\rangle = kT$, из которой следует

$$k = \frac{f}{T}\langle\varphi^2\rangle. \qquad (65.1)$$

С помощью этой формулы можно вычислить постоянную Больцмана k. Справа стоят величины, которые можно измерить экспериментально. Величину $\langle\varphi^2\rangle$ можно найти, если отмечать положения светового зайчика на шкале через равные промежутки времени. По этим положениям определятся угловые координаты зеркальца, т. е. углы $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, образуемые плоскостью зеркальца с некоторой фиксированной вертикальной плоскостью. При достаточно большом числе n угловая координата α_0 плоскости зеркальца в положении равновесия найдется как среднее арифметическое углов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. После этого найдутся угловые смещения зеркальца из положения равновесия: $\varphi_1 = \alpha_1 - \alpha_0, \ldots, \varphi_n = \alpha_n - \alpha_0$, а затем и величина

$$\langle\varphi^2\rangle = \frac{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \ldots + \varphi_n^2}{n}.$$

Для определения модуля кручения нити f поворачивают зеркальце из положения равновесия на угол, большой по сравнению с $\sqrt{\langle\varphi^2\rangle}$. В результате зеркальце начнет совершать правильные крутильные колебания, на которые накладывается броуновское дрожание. Измерив период этих крутильных колебаний τ, найдем f по формуле

$$\tau = 2\pi\sqrt{I/f},$$

где I — момент инерции зеркальца. Последний не входит в формулу (65.1). Теоретически зеркальце можно взять сколь угодно большим, его масса, размеры и форма совсем не влияют на величину $\langle\varphi^2\rangle$. Масса зеркальца ограничена лишь прочностью нити, на которой оно подвешено. Кроме того, для справедливости теории необходимо, чтобы масса нити была пренебрежимо мала по сравнению с массой зеркальца. Опыт был поставлен Капплером в 1932 г. Приведем результаты одного из его опытов:

$$T = 287\ \text{К},\ f = 9{,}43\cdot 10^{-16}\ \text{Н}\cdot\text{м} = 9{,}43\cdot 10^{-9}\ \text{дин}\cdot\text{см},$$
$$\langle\varphi^2\rangle = 4{,}18\cdot 10^{-6}.$$

Пользуясь ими, находим

$$k = \frac{f}{T}\langle\varphi^2\rangle = \frac{9{,}43\cdot 10^{-16}\cdot 4{,}18\cdot 10^{-6}}{287} =$$
$$= 1{,}38\cdot 10^{-23}\ \text{Дж/К} = 1{,}38\cdot 10^{-16}\ \text{эрг/К}.$$

Это дает для числа Авогадро $N = \dfrac{R}{k} = 6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.