

## § 88. Распределение молекул по длинам свободного пробега

1. Допустим, что в газе распространяется *параллельный пучок молекул*. Это может быть *внешний* пучок, состоящий из молекул другого газа. Но пучок может состоять и из молекул *того же газа*. Можно представить себе, например, что в какой-то момент времени в газе отмечены молекулы с определенным направлением скорости. Пусть  $J_0$  — интенсивность пучка, когда он пересекает плоскость  $AB$ , перпендикулярную к нему (рис. 79). Найдем интенсивность  $J$  того же пучка на расстоянии  $x$  от плоскости  $AB$ .

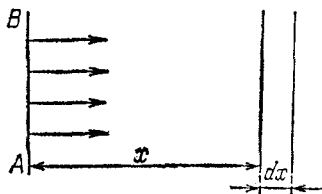


Рис. 79.

Возьмем бесконечно тонкий слой газа с толщиной  $dx$  и площадью поперечного сечения  $S = 1$ . Число молекул газа в нем равно  $nSdx = ndx$ . Согласно определению эффективного сечения (87.1) среднее число частиц, выбывающих из пучка из-за столкновений с одной молекулой газа, равно  $J\sigma$ , а из-за столкновений с  $n dx$  молекулами  $dN = J\sigma n dx =$

$= \frac{J}{\lambda} dx$ . На такую величину уменьшится интенсивность пучка после прохождения слоя  $dx$ , а потому

$$dJ = -\frac{J}{\lambda} dx. \quad (88.1)$$

Интегрирование этого выражения дает

$$J = J_0 e^{-x/\lambda}. \quad (88.2)$$

Из-за рассеяния интенсивность пучка убывает экспоненциально. В связи с этим величину  $1/\lambda$  называют *коэффициентом рассеяния*. Согласно формуле (88.1) величина  $dx/\lambda$  определяет вероятность рассеяния на пути  $dx$ , а  $1/\lambda$  — *вероятность рассеяния на единице длины*.

Формуле (88.2) можно также дать следующее толкование. Если  $N_0$  — число частиц, прошедших через площадку  $AB$ , то число частиц, прошедших без столкновения расстояние  $x$ , определяется выражением

$$N = N_0 e^{-x/\lambda}. \quad (88.3)$$

Число частиц, претерпевших столкновение в слое  $(x, x + dx)$ , равно  $|dN| = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-x/\lambda} dx$ . Средний путь, пройденный частицами без столкновений, равен

$$\bar{x} = \frac{1}{N_0} \int x |dN| = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} x e^{-x/\lambda} dx = \lambda.$$

Он, как и следовало ожидать, совпадает с длиной свободного пробега  $\lambda$ .

2. Формула (88.3) применима также к другому случаю, существенному для излагаемой ниже элементарной теории явлений переноса. Представим себе, что в некоторый момент времени скорости всех молекул газа изменили направления на противоположные, но сохранили свои значения по величине. Такая замена не скажется на хаотичности движения молекул газа. Однако каждая молекула в точности повторит предшествующее движение, но в обратном направлении. Отсюда получается следующий результат. Пусть площадку  $AB$  пересекло  $N_0$  молекул, двигавшихся перпендикулярно к ней. Отметим все эти молекулы. На расстоянии  $x$  перед площадкой  $AB$  число отмеченных молекул будет  $N = N_0 e^{-x/\lambda}$ . По мере приближения к площадке  $AB$  оно возрастает из-за столкновений. Число отмеченных молекул, претерпевших столкновения между  $x$  и  $x + dx$ , определяется прежним выражением

$$|dN| = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-x/\lambda} dx = N dx/\lambda.$$

3. На формуле (88.2) или (88.3) основан прямой метод измерения длины свободного пробега. Этот метод был предложен и осуществлен М. Борном (1882—1970) и Е. Борман в 1921 г.

Идея опыта состояла в следующем. Путем испарения получался пучок атомов серебра, резко ограниченный диафрагмами. На пути пучка помещались 4 коаксиальных диска на расстоянии 1 см друг от друга (рис. 80), в которых были вырезаны одинаковые круглые отверстия с центрами на оси системы. Через них и проходили атомы серебра. На каждом диске прикреплялся стеклянный квадрант, вершина которого лежала на оси системы. (На рис. 80 один из квадрантов изображен сбоку.) Квадранты были повернуты друг относительно друга на  $90^\circ$ , так что на каждый из них направлялась четвертая часть атомов пучка. Вся система помещалась в кварцевой трубке, давление воздуха в которой менялось с помощью насоса и измерялось манометром. Диски охлаждались жидким азотом. На пути от источника атомы серебра частично рассеивались молекулами воздуха, а затем конденсировались на квадрантах, стоящих на пути пучка. Пусть  $N_1, N_2, N_3, N_4$  — числа атомов серебра, осевших на квадрантах. Тогда согласно формуле (88.3) должно быть

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{x_2 - x_1}{\lambda}}, \quad \lambda = \frac{x_2 - x_1}{\ln \frac{N_1}{N_2}}.$$

Аналогичные соотношения можно написать для каждой пары квадрантов. Отношение  $N_1/N_2$  можно было измерить по степени почернения

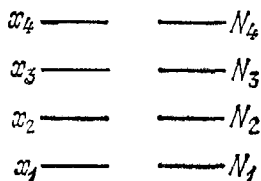


Рис. 80.

стеклянных квадрантов, которая находилась путем фотометрирования. Затем, зная расстояние между дисками ( $x_2 - x_1$ ), можно было найти и среднюю длину свободного пробега  $\lambda$ . Найденные таким путем значения  $\lambda$  удовлетворительно согласуются с результатами других методов, которые будут изложены ниже. Было показано также, что величина  $\lambda$  обратно пропорциональна давлению воздуха  $P$  в трубке, как этого требует формула (86.2).

4. Опыты Борна и Борман дают эффективное сечение рассеяния атомов серебра на молекулах воздуха. Более важным является случай, когда и пучок, и газ состоят из *одинаковых* молекул. Тогда средняя длина свободного пробега  $\lambda$  является *характеристикой самого газа*. Зная ее, можно вычислить эффективное поперечное сечение  $\sigma$  по формуле (86.3), а затем найти и газо-кинетический диаметр молекулы, связанный с  $\sigma$  соотношением  $\sigma = \pi d^2$ . Именно таким путем впервые Лощмидтом (1821—1895) были определены геометрические размеры молекул.

Основные сведения о длинах свободного пробега были получены косвенными методами. Они основаны на изучении так называемых *явлений переноса*: внутреннего трения, теплопроводности и диффузии. С феноменологической точки зрения явление внутреннего трения мы рассматривали в томе I в разделе механики жидкостей и газов, а теплопроводности — в четвертой главе этого тома. В следующих параграфах мы изложим эти явления, а также явление диффузии с молекулярно-кинетической точки зрения. Строгая молекулярно-кинетическая теория перечисленных явлений очень сложна. Она сводится к приближенным решениям так называемого *кинетического уравнения Больцмана*. Последнее является *основным* в кинетической теории газов. В принципе оно позволяет найти функцию распределения молекул газа по координатам и скоростям не только в состоянии равновесия, но и тогда, когда в газе происходят различные процессы. Однако уравнением Больцмана мы пользоваться не будем. При изложении внутреннего трения и теплопроводности газов мы изберем значительно более простой путь, использующий понятие средней длины свободного пробега. В теории диффузии метод средней длины свободного пробега не всегда удобен. Поэтому при изложении теории диффузии мы дополним его другим методом, основанным на *соотношении Эйнштейна* (91.3). Упрощенные теории охватывают все существенные черты явлений переноса. Только значения численных коэффициентов в формулах получаются не совсем точными.

## § 89. Внутреннее трение и теплопроводность газов

1. Наличие *внутреннего трения* в газах обычно иллюстрируют на следующем примере. Между двумя параллельными пластинками  $AB$  и  $CD$  (рис. 81, *a*) находится воздух или другой газ. При движении пластинки  $CD$  появляется сила, действующая на пластинку