

стеклянных квадрантов, которая находилась путем фотометрирования. Затем, зная расстояние между дисками ( $x_2 - x_1$ ), можно было найти и среднюю длину свободного пробега  $\lambda$ . Найденные таким путем значения  $\lambda$  удовлетворительно согласуются с результатами других методов, которые будут изложены ниже. Было показано также, что величина  $\lambda$  обратно пропорциональна давлению воздуха  $P$  в трубке, как этого требует формула (86.2).

**4.** Опыты Борна и Борман дают эффективное сечение рассеяния атомов серебра на молекулах воздуха. Более важным является случай, когда и пучок, и газ состоят из одинаковых молекул. Тогда средняя длина свободного пробега  $\lambda$  является *характеристикой самого газа*. Зная ее, можно вычислить эффективное поперечное сечение  $\sigma$  по формуле (86.3), а затем найти и газо-кинетический диаметр молекулы, связанный с  $\sigma$  соотношением  $\sigma = \pi d^2$ . Именно таким путем впервые Лошмидтом (1821—1895) были определены геометрические размеры молекул.

Основные сведения о длинах свободного пробега были получены косвенными методами. Они основаны на изучении так называемых явлений *переноса*: внутреннего трения, теплопроводности и диффузии. С феноменологической точки зрения явление внутреннего трения мы рассматривали в томе I в разделе механики жидкостей и газов, а теплопроводности — в четвертой главе этого тома. В следующих параграфах мы изложим эти явления, а также явление диффузии с молекулярно-кинетической точки зрения. Строгая молекулярно-кинетическая теория перечисленных явлений очень сложна. Она сводится к приближенным решениям так называемого *кинетического уравнения Больцмана*. Последнее является *основным* в кинетической теории газов. В принципе оно позволяет найти функцию распределения молекул газа по координатам и скоростям не только в состоянии равновесия, но и тогда, когда в газе происходят различные процессы. Однако уравнением Больцмана мы пользоваться не будем. При изложении внутреннего трения и теплопроводности газов мы изберем значительно более простой путь, использующий понятие средней длины свободного пробега. В теории диффузии метод средней длины свободного пробега не всегда удобен. Поэтому при изложении теории диффузии мы дополним его другим методом, основанным на *соотношении Эйнштейна* (91.3). Упрощенные теории охватывают все существенные черты явлений переноса. Только значения численных коэффициентов в формулах получаются не совсем точными.

### § 89. Внутреннее трение и теплопроводность газов

**1.** Наличие *внутреннего трения* в газах обычно иллюстрируют на следующем примере. Между двумя параллельными пластинками *AB* и *CD* (рис. 81, *a*) находится воздух или другой газ. При движении пластиинки *CD* появляется спа, действующая на пластинку

*AB* и направленная в сторону движения. Эта сила и есть *сила внутреннего трения*. Впрочем, о внутреннем трении можно говорить лишь тогда, когда расстояние между пластинками *AB* и *CD* очень велико по сравнению со средней длиной свободного пробега молекулы газа. Тогда от наличия пластин можно отвлечься и говорить о силах, действующих внутри самого газа. Будем представлять себе газ неограниченным и движущимся стационарно плоско-параллельными слоями в горизонтальном направлении. Скорость этого макроскопического движения *u* меняется в направлении, перпендикулярном к слоям. Это направление мы примем за ось *X* (рис. 81, б). Таким образом, мы предполагаем, что  $u = u(x)$ . Рассечем мысленно газ на две половины плоскостью *AB*, параллельной слоям. Допустим для определенности, что скорость  $u(x)$  возрастает с возрастанием *x*. Тогда верхняя половина газа будет действовать на нижнюю с силой,

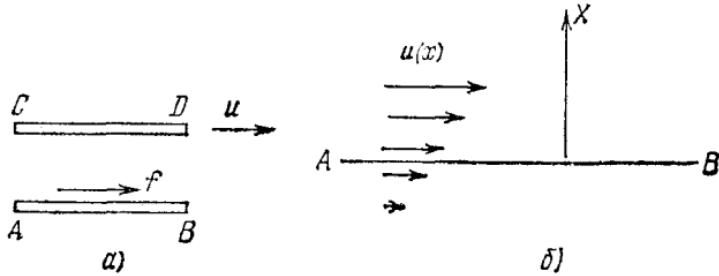


Рис. 81.

направленной вправо, а нижняя на верхнюю — с силой, направленной влево. Это и есть силы внутреннего трения.

С молекулярной точки зрения происхождение сил внутреннего трения объясняется следующим образом. Если бы газ поконился, то все направления скоростей его молекул были бы равновероятны. Средняя скорость и среднее количество движения каждой молекулы были бы равны нулю. При наличии *упорядоченного движения* газа средняя скорость молекулы не нуль, а равна  $u = u(x)$ . С этой скоростью связано количество движения  $g = mu$ , которым обладает рассматриваемая молекула. Такое количество движения условимся называть *упорядоченным*. Молекулы, лежащие над плоскостью *AB*, обладают большим упорядоченным количеством движения, чем молекулы, расположенные под ней. Переходя из пространства над плоскостью *AB* в пространство под ней, молекулы передают часть своего упорядоченного количества движения молекулам, с которыми они сталкиваются в пространстве ниже плоскости *AB*. Это проявляется в том, что газ, расположенный ниже этой плоскости, подвергается действию силы, направленной в сторону скорости *u*. Аналогично, более медленные молекулы, попадая из «нижнего» пространства в «верхнее», при столкновениях отнимают часть упорядоченного количества движения у молекул, расположенных над

плоскостью  $AB$ . В результате газ в верхнем пространстве испытывает тормозящую силу, направленную против скорости  $u$ . Эти силы и являются силами внутреннего трения.

Для пояснения возникновения внутреннего трения полезна следующая аналогия. Две железнодорожные платформы движутся по параллельным рельсам с несколько отличающимися скоростями. Грузчики, находящиеся на платформах, перебрасывают мешки с песком со своей платформы на соседнюю. Ясно, что в результате этого быстрее движущаяся платформа будет тормозиться, а медленнее движущаяся — ускоряться.

2. Исследуем теперь явление внутреннего трения количественно. Для лучшего уяснения существа дела рассмотрим сначала предельно упрощенный расчет. Будем считать скорости теплового движения

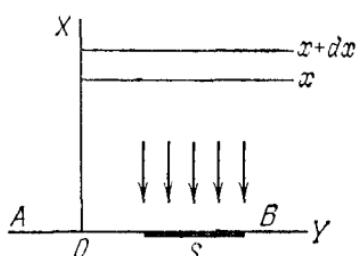


Рис. 82.

всех молекул одинаковыми и равными  $v$ . Кроме того, при рассмотрении теплового движения будем рассуждать так, как если бы все молекулы были разделены на шесть одинаковых потоков, параллельных координатным осям. Таким образом, одна шестая всех молекул будет двигаться сверху вниз, одна шестая — снизу вверх. Только молекулы этих двух потоков и участвуют в передаче количества движения. Молекулы остальных четырех потоков движутся парал-

лельно плоскости  $AB$ . Они влияют на среднюю длину свободного пробега  $\lambda$ , но к передаче количества движения прямого отношения не имеют. На тепловое движение молекул сверху вниз и снизу вверх накладывается упорядоченное движение вправо, причем скорость этого движения  $u$  однозначно определяется положением молекулы, точнее, ее координатой  $x$ . Будем предполагать, что изменения упорядоченной скорости  $u$  на длине свободного пробега очень малы по сравнению с тепловой скоростью  $v$ . Тогда можно выбрать такую систему отсчета, в которой упорядоченная скорость  $u$  в интересующей нас части газа будет также очень мала по сравнению с тепловой скоростью  $v$ . В дальнейшем движение рассматривается именно в такой системе отсчета.

Возьмем на плоскости  $AB$  (рис. 82) единичную площадку  $S$ . Начало координат поместим в той же плоскости. Подсчитаем количество движения, ежесекундно переносимое молекулами газа через площадку  $S$ . Число молекул, пересекающих площадку  $S$  сверху вниз в единицу времени, определяется формулой (75.1), т. е. равно

$$N_0 = \frac{1}{8} nv.$$

Пусть  $N$  из этих молекул прошли перед площадкой путь  $x$  без столкновений. Число  $N$  определяется формулой (88.3). Из нее

находим, что число молекул, претерпевших последнее столкновение в слое между  $x$  и  $x + dx$ , равно

$$dN = \frac{1}{\lambda} N_0 e^{-\frac{x}{\lambda}} dx = \frac{nv}{6\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} dx.$$

При столкновении в этом слое молекула получает количество движения  $g(x)$  и, двигаясь далее без столкновений, переносит эту величину через площадку  $S$ . Количество движения, переносимое в единицу времени через площадку  $S$  всеми  $N_0$  молекулами, определяется интегралом

$$G_+ = \int g(x) dN.$$

Так как на длине свободного пробега скорость  $u$  меняется мало, то функцию  $g(x)$  можно разложить по степеням  $x$ , оборвав это разложение на линейном члене, т. е.  $g(x) = g_0 + x \left( \frac{dg}{dx} \right)_0$ . В этом приближении

$$G_+ = g_0 \int dN + \frac{nv}{6\lambda} \frac{dg}{dx} \int_0^\infty e^{-\frac{x}{\lambda}} x dx.$$

Вычислив интегралы, найдем

$$G_+ = \frac{1}{6} nv g_0 + \frac{1}{6} nv \lambda \frac{dg}{dx}. \quad (89.1)$$

Заметим, что это выражение можно записать в виде  $G_+ = \frac{1}{6} nv g(\lambda)$ . Отсюда видно, что при вычислении  $G_+$  можно рассуждать так, как если бы все молекулы, летящие к площадке  $S$ , претерпевали последние столкновения на расстоянии  $\lambda$  от этой площадки и далее двигались к ней без столкновений. Можно пользоваться доказанным положением для сокращения изложения при изучении и других явлений переноса. Отметим только, что концентрация  $n$  может меняться в пространстве. Однако это обстоятельство никак не отразится на справедливости формулы (89.1). Действительно, из вывода ясно, что под  $n$  следует понимать значение концентрации на самой площадке  $S$ , независимо от того, рассматривается ли верхний или нижний пучки молекул, участвующих в переносе величины  $g$ . Было бы грубой ошибкой считать, что концентрацию  $n$  надо брать на расстоянии  $\pm \lambda$  от площадки  $S$ , где молекулы претерпели «последние столкновения». Такой способ расчета должен применяться только к переносимой величине  $g$ , но не к концентрации  $n$ .

По аналогии с (89.1) можно утверждать, что молекулы, летящие снизу вверх, переносят в том же направлении количество движения

$$G_- = \frac{1}{6} nv g_0 - \frac{1}{6} nv \lambda \frac{dg}{dx}. \quad (89.1a)$$

Полное количество движения, ежесекундно переносимое через

площадку  $S$  в положительном направлении оси  $X$  (снизу вверх), найдется вычитанием (89.1) из (89.1a). Оно равно

$$G = -\frac{1}{3} nv\lambda \frac{dg}{dx} = -\frac{1}{3} ntv\lambda \frac{du}{dx}. \quad (89.2)$$

Этот перенос проявляется в том, что вдоль плоскости  $AB$  действует вязкое касательное напряжение

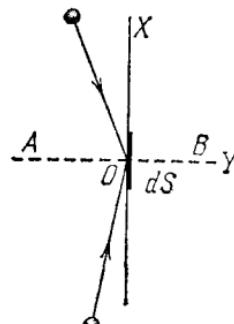
$$\tau_{xy} = \eta \frac{du}{dx}, \quad (89.3)$$

где

$$\eta = \frac{1}{3} ntv\lambda. \quad (89.4)$$

Мы получили не только *ньютоновский закон внутреннего трения* (89.3), но и нашли выражение для коэффициента *внутреннего трения*  $\eta$ .

3. Но всякий тензор напряжений должен быть *симметричным*. В противном случае нарушался бы закон сохранения момента количества движения (см. т. I, § 74). Поэтому вязкие напряжения должны действовать не только в плоскостях течения газа, но и в плоскостях, перпендикулярных к ним. Необходимо поэтому выяснить, как возникают эти напряжения, и убедиться, что они удовлетворяют условию симметрии  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ . Ориентируем с этой целью бесконечно малую площадку  $dS$  перпендикулярно к



направлению течения газа (рис. 83). Таким образом, по-прежнему, предполагается, что газ течет параллельно оси  $Y$  и рассматриваются группы молекул, тепловые скорости которых параллельны оси  $X$ . Из-за наличия молекулярного течения, молекулы имеют боковую составляющую скорости  $u(x)$ . Благодаря этому в рассматриваемом случае и появляется поток молекул, пронизывающий площадку  $dS$ . Рассмотрим пучок молекул, приходящих сверху. На основании доказанного выше можно рассуждать так, как если бы все молекулы пучка совершили последние столкновения на расстоянии  $\lambda$  от площадки  $dS$  (измеренном вдоль оси  $X$ ). Количество таких молекул, пронизывающих площадку  $dS$  в единицу времени, равно  $\frac{1}{6} nu(\lambda)dS$ . Переносимое ими количество движения будет  $dG_+ = \frac{1}{6} mnu(\lambda)dS$  и направлено вниз. Поток молекул, приходящих снизу, будет меньше, а именно  $\frac{1}{6} nnu(-\lambda)dS$ . Связанный с ними поток количества движения равен  $dG_- = \frac{1}{6} mnu(-\lambda)dS$  и направлен вверх. Разность этих двух потоков  $dG = dG_- - dG_+ = -\frac{1}{3} mnu\lambda \frac{du}{dx}$  даст полный поток количества движения, переносимый через площадку  $dS$  вверх в единицу времени. Он проявляется в появлении касательного напряжения  $\tau_{yx} = \frac{1}{3} mnu\lambda \frac{dv}{dx}$ , которое действует в плоскостях, перпендикулярных к направлению

течения газа. Таким образом, мы выяснили происхождение «поперечных» касательных напряжений и доказали, что  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ .

4. Можно было бы усовершенствовать рассуждения, не прибегая к искусственно разделившему молекул на шесть взаимно перпендикулярных потоков. Будем считать сначала, что скорости молекул одинаковы по величине, но распределены по направлениям изотропно. Рассчитаем касательное напряжение  $\tau_{xy}$ , действующее в плоскостях, параллельных слоям текущего газа. Расчет касательных напряжений в перпендикулярных плоскостях  $\tau_{yx}$  производится аналогично. Число молекул в единице объема, скорости которых направлены под углами между  $\vartheta$  и  $\vartheta + d\vartheta$  к нормали к площадке  $S$  (рис. 84), дается выражением (75.4), т. е. равно  $\frac{1}{2}n \sin \vartheta d\vartheta$ . При подсчете переносимого ими количества движения можно рассуждать так, как если бы все они претерпели последнее столкновение на расстоянии  $\lambda$  от площадки, если это расстояние измерять в направлении движения молекулы, или на расстоянии  $\lambda \cos \vartheta$ , если его измерять вдоль оси  $X$ . Рассматриваемые молекулы переносят сверху вниз количество движения

$$dG_+ = \frac{n v}{2} \sin \vartheta d\vartheta g (\lambda \cos \vartheta) \cos \vartheta = \frac{n v}{2} g_0 \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta + \frac{n v \lambda}{2} \frac{dg}{dx} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta.$$

Полное количество движения, переносимое сверху вниз, найдется интегрированием этого выражения по  $\vartheta$  в пределах от  $\vartheta = 0$  до  $\vartheta = \pi/2$ . Оно равно  $G_+ = \frac{nv}{4} g_0 + \frac{n v \lambda}{6} \frac{dg}{dx}$ . Аналогично находится количество движения  $G_-$ , переносимое снизу вверх. Для полного потока количества движения  $G = G_- - G_+$  получается такое же выражение, как и в более элементарном расчете, приведенном выше, а для  $\eta$  — прежнее выражение (89.4).

Теперь не представляет труда учсть разброс скоростей. Для этого надо только усреднить по всем скоростям произведение  $v\lambda$ , т. е. вместо (89.4) написать

$$\eta = \frac{1}{3} nm \langle v\lambda \rangle. \quad (89.5)$$

Если же пренебречь зависимостью поперечного сечения  $\sigma$  от скорости, то надо усреднить только  $v$ , т. е.

$$\eta = \frac{1}{3} nm \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (89.6)$$

5. Совершенно так же может быть рассмотрено явление теплопроводности. Здесь вместо переноса количества движения речь идет о *переносе энергии*. В той области температур, где справедлива классическая теория теплоемкостей, энергия молекулы пропорциональна температуре и может быть представлена в виде  $\epsilon = mc_v T$ , где  $c_v$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме. Пусть газ находится между двумя бесконечными проводящими плоскостями, перпендикулярными к оси  $X$ , причем температуры их  $T_1$  и  $T_2$  поддерживаются постоянными. Тогда будет происходить передача тепла совершенно так же, как в аналогичном случае происходит передача количества движения. Для вычисления потока тепла  $q$  можно воспользоваться формулой (89.2), заменив в ней импульс  $g$  на энергию  $\epsilon = mc_v T$ . Тогда получится

$$q = -\frac{1}{3} nm \bar{\lambda} c_v \frac{dT}{dx}.$$

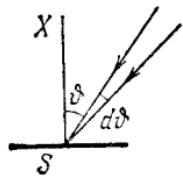


Рис. 84.

Сравнивая эту формулу с (52.3), получаем для коэффициента теплопроводности газа

$$\kappa = \frac{1}{3} n m \bar{v} c_v \lambda. \quad (89.7)$$

Необходимо отметить, что концентрация в неравномерно нагретом покоящемся газе не может оставаться всюду одинаковой. Для предотвращения возникновения макроскопических движений должно оставаться постоянным по всему объему газа давление  $P$ , а следовательно, и произведение  $nT$ . В неравномерно нагретом газе это возможно только тогда, когда концентрация  $n$  меняется от точки к точке. Но это обстоятельство, как было показано в пункте 2, совершенно несущественно для применимости формулы (89.2).

6. Сравнением формул (89.6) и (89.7) получаем интересное соотношение

$$\frac{\kappa}{\eta} = c_v. \quad (89.8)$$

Опыт в основном подтвердил эту зависимость, но в несколько более общей форме

$$\frac{\kappa}{\eta} = A c_v, \quad (89.9)$$

где  $A$  — численный коэффициент порядка единицы. Для разных газов он имеет разные значения и слабо зависит от температуры. В табл. 9 приведены значения коэффициента  $A$  для некоторых газов при 0 °С. Расхождение между опытом и теорией, ввиду приближенного характера последней, вполне естественно. Строгая, но очень сложная теория, развитая Чепменом, показала, что для всех сферически симметричных невращающихся молекул  $A \geq \frac{5}{2}$ . Численные расчеты на специальных моделях молекул (например, твердых шарах) показали, что  $A$  лишь немногим больше  $\frac{5}{2}$ . Значения  $A$  для инертных газов согласуются с этим результатом.

Таблица 9.

Газ	$A$	Газ	$A$
Гелий	2,51	Хлор	1,79
Неон	2,47	Окись углерода	1,91
Аргон	2,53	Окись азота	1,86
Криpton	2,54	Двуокись углерода	1,67
Ксенон	2,57	Закись азота	1,74
Водород	2,02	Аммиак	1,41
Азот	1,97	Метан	1,73
Кислород	1,91	Этилен	1,44

При изложении теории теплоемкостей (см. § 69) было показано, что тепловые вращательные движения молекул прекращаются, если температура газа становится заметно ниже вращательной характеристической температуры. Газ ведет себя как одноатомный. Поэтому следует ожидать, что для всех газов коэф-

фициент  $A$  при низких температурах должен стремиться к предельному значению  $5/2$ , какое он имеет для одноатомных газов. Этот вывод был подтвержден Эйкеном (1884—1950) для водорода. Эйкен нашел, что для водорода  $A = 2,25$  при  $T = 81$  К и  $A = 2,37$  при  $T = 21$  К, тогда как при  $0^\circ\text{C}$   $A = 2,02$ . (Напомним, что вращательная характеристическая температура для водорода  $T_v \sim 175$  К.)

7. Введя плотность газа  $\rho = nm$ , формулы (89.6) и (89.7) можно переписать в виде

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda, \quad \kappa = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \lambda c_v. \quad (89.10)$$

Так как  $\lambda$  обратно пропорциональна  $\rho$ , то отсюда следует, что *коэффициенты внутреннего трения и теплопроводности не зависят от плотности газа*. К такому выводу впервые пришел Maxwell, и этот вывод показался ему парадоксальным. Однако опыты, поставленные самим Maxwellом и другими физиками, подтвердили указанный вывод.

Независимость коэффициентов внутреннего трения и теплопроводности от плотности газа имеет простое объяснение. Если плотность газа велика, то в переносе импульса и энергии участвует *много молекул*. Однако передача импульса и энергии за время между двумя последовательными столкновениями производится *малыми порциями* и на *малые расстояния*. Если же плотность мала, то уменьшается и число молекул, участвующих в переносе. Но это уменьшение полностью компенсируется тем, что теперь молекулы переносят импульс и энергию *более крупными порциями* и на *большие расстояния*.

8. Однако так будет происходить только до тех пор, пока плотность газа  $\rho$  не очень мала. Допустим, по-прежнему, что речь идет о передаче импульса или тепла от одной пластинки к другой, ей параллельной. *Независимость коэффициентов  $\eta$  и  $\kappa$  от плотности  $\rho$  справедлива до тех пор, пока расстояние между пластинками  $d$  велико по сравнению с длиной свободного пробега  $\lambda$ .* В противоположном случае, когда  $\lambda \gg d$ , столкновения между молекулами самого газа в явлениях переноса перестают играть роль. Существенными становятся только столкновения молекул со стенками сосуда, в котором заключен газ. Молекула, столкнувшись с горячей стенкой, получает от нее кинетическую энергию и переносит ее к более холодной стенке, не испытывая промежуточных столкновений. То же можно сказать и о переносе импульса. Ясно, что в таком случае перенос тепла или импульса будет происходить тем медленнее, чем больше разрежен газ. Такой перенос формально может быть описан прежними формулами (89.3) и (52.3). Только теперь  $\eta$  и  $\kappa$  лишь условно можно назвать коэффициентами внутреннего трения и теплопроводности. Они зависят не только от свойств самого газа, но и от расстояния между пластинками. Их можно оценить прежними формулами (89.6) и (89.7), заменив величину  $\lambda$  на расстояние  $d$  между пластинками. Таким образом, *независимость коэффициентов*

*трения и теплопроводности от плотности газа имеет место лишь до тех пор, когда длина свободного пробега  $\lambda$  мала по сравнению с какими-то характерными размерами сосуда  $d$  (например, расстоянием между противоположными стенками, когда они параллельны). Когда  $\lambda$  и  $d$  становятся сравнимыми друг с другом, при уменьшении плотности коэффициенты  $\eta$  и  $\kappa$  начинают убывать. В дальнейшем это убывание идет по линейному закону: коэффициенты  $\eta$  и  $\kappa$  становятся пропорциональными плотности  $\rho$ . На этом основано устройство сосуда Дьюара (см. § 1). Пока расстояние  $d$  между двойными стенками сосуда Дьюара велико по сравнению с  $\lambda$ , откачка газа из пространства между этими стенками ничего не дает для теплоизоляции. Но она становится эффективной после перехода через промежуточную область, в которой  $\lambda \sim d$ .*

9. Закон Максвелла о независимости коэффициентов внутреннего трения и теплопроводности от плотности должен нарушаться и для плотных газов, когда размеры молекул уже не могут считаться пренебрежимо малыми по сравнению с длиной свободного пробега. Опыт показывает, что в таких случаях коэффициент вязкости газов с повышением плотности возрастает, особенно быстро при низких температурах. Для паров, близких к конденсации, может играть роль и то обстоятельство, что молекулы группируются в агрегаты, состоящие из нескольких молекул. При обычных плотностях для большинства газов наблюдаемая зависимость  $\eta$  от плотности едва ли выходит за пределы вероятных ошибок измерений. Слабая же зависимость от плотности в этих случаях может быть объяснена действием молекулярных сил, которые в элементарной теории переноса не учитываются.

10. В заключение кратко остановимся на вопросе о зависимости коэффициентов переноса  $\eta$  и  $\kappa$  от температуры. С этой целью подставим в формулы (89.6) и (89.7) значение  $\lambda$  из (86.2). Получим:

$$\eta = \frac{m}{3\sigma} \bar{v}, \quad \kappa = \frac{mc_v}{3\sigma} \bar{v}. \quad (89.11)$$

Если считать  $\sigma$  не зависящим от температуры, то оба коэффициента  $\eta$  и  $\kappa$  будут пропорциональны  $\bar{v}$ , т. е.  $\sqrt{T}$ . На самом деле они растут с увеличением температуры быстрее. Отсюда следует, что эффективное сечение  $\sigma$  убывает с увеличением температуры. Это можно объяснить действием молекулярных сил. Например, если воспользоваться формулой Сёзерленда (87.2), то для вязкости получится

$$\eta = \frac{A \sqrt{T}}{1 + \frac{S}{T}}, \quad (89.12)$$

где  $A$  — постоянная. Для некоторых газов эта формула хорошо передает изменение коэффициента  $\eta$  с изменением температуры в довольно широких диапазонах температур. Так, например, это установлено на опыте для  $N_2$  (температурный интервал от  $-76^{\circ}\text{C}$  до  $250^{\circ}\text{C}$ ) и  $CO_2$  (от  $-21^{\circ}\text{C}$  до  $302^{\circ}\text{C}$ ). Постоянные Сёзерленда для этих газов в указанных температурных интервалах равны 103 К (для  $N_2$ ) и 240 К (для  $CO_2$ ). При низких температурах формула (89.12) дает слишком малые значения  $\eta$  для всех газов. К водороду и гелию формула (89.12) применима плохо. Так, для гелия значения  $S$ , обеспечивающие совпадение формулы (89.12) с опытом, возрастают от 80 при обычных температурах примерно до 200 для температур, близких к  $800^{\circ}\text{C}$ .

## З А Д А Ч И

1. Определить расход массы газа  $Q$  при изотермическом стационарном пуазейлевом течении его вдоль прямолинейной трубы длины  $l$  с постоянным поперечным сечением  $S$ .

Решение. Возьмем бесконечно малый участок трубы длиной  $dx$ . При течении на этом участке газ можно считать несжимаемым и применить к нему формулу Пуазеля (1799—1869)

$$Q = -C \frac{\rho S^2}{\eta} \frac{dP}{dx},$$

где  $C$  — постоянная, которая для круглой трубы равна  $C = 1/(8\pi)$  (см. т. I, § 97). Исключая плотность  $\rho$  с помощью уравнения Клапейрона, получим

$$Q = -C \frac{\mu S^2}{\eta R T} P \frac{dP}{dx}.$$

Расход  $Q$  при стационарном течении одинаков вдоль всей трубы. Вязкость  $\eta$  зависит только от  $T$  и при изотермическом течении остается постоянной. Поэтому интегрирование дает

$$Q = C \frac{\mu S^2}{2\eta R T} \frac{P_1^2 - P_2^2}{l}. \quad (89.13)$$

2. Найти стационарное распределение температур в плоскопараллельном слое газа, на границах которого поддерживаются постоянные температуры. Считать, что  $\kappa \sim \sqrt{T}$ . То же для сферического и цилиндрического слоев (см. § 53).

Ответ. В формулах § 53 надо сделать замену  $T \rightarrow T^{3/2}$ ,  $T_1 \rightarrow T_1^{3/2}$ ,  $T_2 \rightarrow T_2^{3/2}$ .

## § 90. Самодиффузия в газах

1. Допустим, что закрытая горизонтальная труба разделена на две части перегородкой. По одну сторону перегородки находится какой-то газ 1, а по другую — газ 2. Пусть давления и температуры обоих газов одинаковы. Если удалить перегородку, то газы начнут перемешиваться. Причиной этого является хаотическое тепловое движение молекул. Спустя некоторое время концентрации компонентов смеси станут одинаковыми по обе стороны перегородки. Такое проникновение молекул одного газа в среду молекул другого газа называется *взаимной или концентрационной диффузией газов*. Для наблюдения диффузии трубу можно расположить и вертикально. Только в этом случае сверху перегородки должен находиться более легкий, а снизу — более тяжелый газ.

Если газы по обе стороны перегородки тождественны, то диффузия также будет происходить. В этом случае она называется *самодиффузией*. Макроскопически самодиффузию наблюдать нельзя, так как из-за тождественности молекул она не может проявиться ни в каком макроскопическом явлении. Для наблюдения самодиффузии надо как-то «пометить» часть молекул газа. Практически это можно сделать, если вместо однородного газа взять смесь двух изотопов его, один из которых является радиоактивным. Можно также взять смесь двух различных газов (например, CO и N<sub>2</sub>), молекулы